

щели конечной ширины, являющейся дополнением до плоскости рассмотренной полосы, при $f=0$. И наоборот, решение для полосы при $f=0$ будет решением для щели при условии непротекания на ее поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fox E. N. The diffraction of sound pulses by an infinitely long strip // Phil. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A. 1948. V. 241. № 823. P. 71–103.
2. Сагомонян А. Я., Поручиков В. Б. Пространственные задачи неустановившегося движения сжимаемой жидкости. М.: Изд-во МГУ, 1970. 120 с.
3. Израилов М. Ш. Дифракция акустической волны на пластине // Изв. АН СССР. МТТ. 1975. № 1. С. 159–163.
4. Красильщикова Е. А. Дифракция акустической волны на неподвижной пластинке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 2. С. 123–130.
5. Третьяков В. В., Третьяков П. В. К дифракции на клине акустических волн со сферической или цилиндрической симметрией // Газовая и волновая динамика. Вып. 3. М.: Изд-во МГУ, 1979. С. 79–83.

Москва

Поступила в редакцию
20.XII.1989

УДК 533.6.011.5

© 1991 г.

Л. П. ВЕРЕЩАКА, А. А. СОБАЧКИН, Л. Е. СТЕРНИН

ГРАНИЦА ОБЛАСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ БЕЗУДАРНЫХ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СОПЕЛ

Построена серия кривых, ограничивающих область существования экстремальных безударных реактивных сопел для различных значений показателей адиабаты. Вне этой области экстремальные сопла содержат внутри себя сфокусированные висячие скачки уплотнения.

Решение методом контрольного контура вариационной задачи о сопле наибольшей тяги для осесимметричного изоэнтропического потока с постоянным показателем адиабаты γ получено в [1], а для баротропного газа – [2] и в [3]. Отметим, что два конечных соотношения на экстремали, определяющие в результате решения задачи Гурса экстремальный контур сопла, найденные в [2] и [3], полностью совпадают.

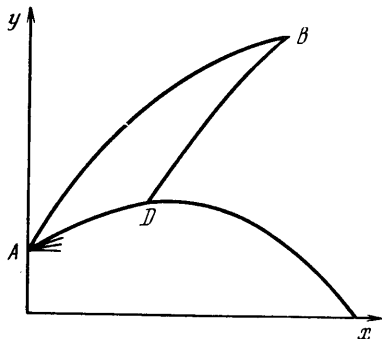
В [4, 5] показано, что существует область, в которой отсутствуют безударные решения вариационной задачи о сопле наибольшей тяги. В [6, 7] в этой области получено разрывное решение вариационной задачи с фокусированными ударными волнами, берущими начало от границы области влияния на контур сопла. Фундаментальный анализ различных решений вариационных задач для сопел дан в [8].

Исследование, проведенное для случая $\gamma=1,4$ в [9], показало, что область разрывных решений характеризовалась слишком большими для того времени степенями расширения при сравнительно умеренных длинах сопел, что и послужило причиной прекращения работ в этом направлении. Тем не менее в связи с неуклонным ростом степени расширения сопел, используемых в двигателестроении, исключить возможность попадания в данную область нельзя, об этом, в частности, свидетельствует и сравнительно недавно вышедшая работа [10].

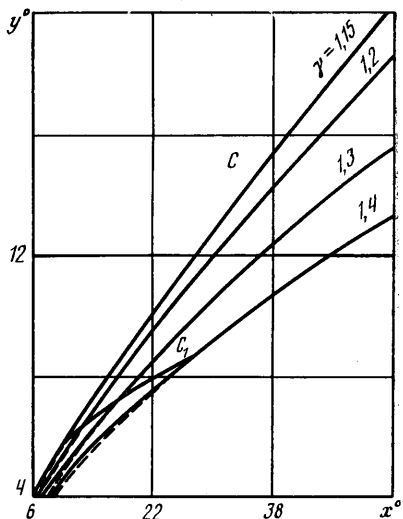
Таким образом, сейчас стал актуальным вопрос о достаточно точном определении границ области, внутри которой экстремальное сопло можно найти на базе работ [1–3, 8] при использовании комплекса программ, широко внедренных в инженерную практику. Построение же экстремального контура по методике [6–8] значительно сложнее и хуже обеспечено программными средствами. Поэтому при расчете короткого контура с высокой степенью расширения заранее необходимо знать, какой области будет соответствовать рассматриваемый контур.

В [5], где впервые обнаружено наличие двух областей, приведено уравнение границы, разделяющей эти области. Однако данное уравнение связывает параметры не в концевой точке сопла B (фиг. 1), а в начальной точке D экстремальной характеристики первого семейства DB

$$\gamma \sin \theta \sin(\alpha + \theta) - \cos \alpha \sin^2 2\alpha + \sin \theta \sin(\theta - \alpha) - \sin \alpha \sin 2\theta \cos 2\alpha = 0 \quad (1)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

где θ – угол наклона скорости к оси x , α – угол Маха. Последнее условие лучше использовать не в форме (1), а в разрешенном относительно θ виде

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{2 \cos^2 \alpha \sin 2\alpha}{\gamma + \cos^2 2\alpha} \quad (2)$$

Граница области существования безударных решений должна связывать параметры в точке B ; при этом наиболее удобна зависимость $y(x)$ в точке B , отвечающая уравнениям (1) или (2), записанным в точке D .

Зависимости (1) или (2) отвечают бесконечно большим по абсолютной величине градиентам газодинамических параметров в начальной точке экстремали D . Очевидно, что при проведении расчетов с начальными точками, лежащими вблизи этой границы, возникнут определенные вычислительные трудности, для преодоления которых необходимо использование специальной методики.

На фиг. 2 сплошными линиями C представлены зависимости $y^\circ(x^\circ)$ в точке B , соответствующие уравнению (1), выполняющемуся в точке D . Здесь же нанесены штриховые линии, соответствующие условию Буземана в точке B при внешнем давлении $p_H=0$ [4]; назовем их линиями Буземана

$$2 \frac{p}{\rho w^2} \operatorname{ctg} \alpha - \sin 2\theta = 0 \quad (3)$$

где $y^\circ = y/y_*$, $x^\circ = x/x_*$, y_* – радиус критического сечения сопла, p – давление, ρ – плотность, w – модуль скорости.

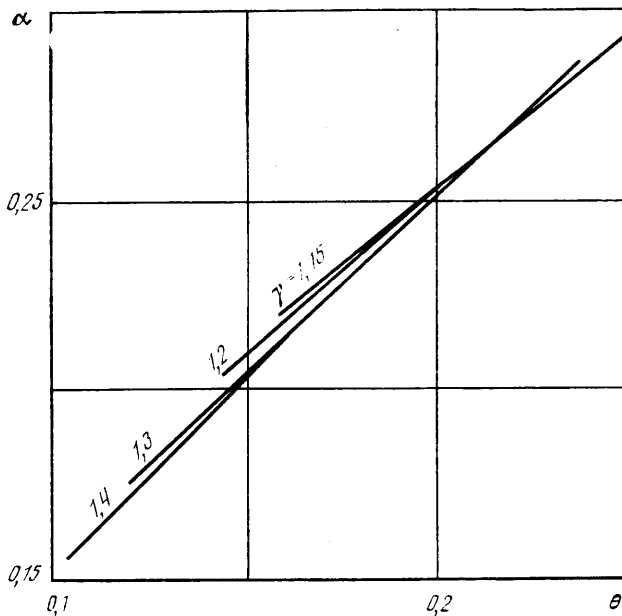
Условие (3) определяет концевые размеры сопел наименьшей длины (или наибольшей тяги при заданной длине). Следовательно, левее штриховых линий (фиг. 2) выбирать x_B и y_B нецелесообразно, так как это ведет к потерям тяги¹.

Пересечение линий C со штриховыми линиями определяет некоторую кривую C_1 , показанную на фиг. 2. Каждая точка линии C_1 соответствует некоторому показателю адиабаты γ . Ниже C_1 линии Буземана находятся при любых γ правее линии C и, следовательно, вглубь ниже C_1 не следует заходить левее штриховой линии, т. е. подходить к линии C . Таким образом, в области, лежащей под линией C_1 , все экстремальные сопла безударные.

Выше C_1 линии Буземана идут левее линий C и здесь возможно (при больших степенях расширения и умеренных длинах сопел) появление экстремальных сопел с фокусированными скачками уплотнения [6–8].

Исходя из полученных результатов, следует также отметить, что с уменьшением показателя γ граница безударных сопел C смещается в сторону более коротких сопел.

¹ Если из конструктивных соображений все же x_B и y_B заданы, то необходимо сделать торец и сойти на линию Буземана [4].



Фиг. 3

Представленные на фиг. 2 результаты получены при наличии в минимальном сечении сопла излома контура. Введение здесь плавного участка, как показали расчеты, приводит к незначительному смещению вверх границы непрерывных решений: линия C_1 в этом случае несколько сместится в сторону больших y .

На фиг. 3 представлены в точке B на границах областей безударных сопел зависимости $\alpha(\theta)$ для различных γ . При $\theta > 0,2$ кривые практически сливаются.

Таким образом, если перед проектированием сопла известны его длина и степень расширения, то по приведенным графикам (фиг. 2) можно сразу же установить, какое экстремальное сопло будет иметь место — безударное или с фокусированными ударными волнами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шмыглевский Ю. Д. Некоторые вариационные задачи газовой динамики осесимметричных сверхзвуковых течений // ПММ. 1957. Т. 21. Вып. 2. С. 195–206.
2. Стернин Л. Е. Определение оптимальных параметров весоного круглого реактивного сопла с учетом траектории полета // Научн.-техн. бюллетень. 1957. № 6. С. 42–49.
3. Rao G. V. R. Exhaust nozzle contour for optimum thrust // Jet Propulsion. 1958. V. 28. № 6. P. 377–382.
4. Стернин Л. Е. Выбор наилучшего профиля реактивного осесимметричного сопла. М., 1962. 84 с.
5. Стернин Л. Е. О границе области существования безударных оптимальных сопел // Докл. АН СССР. 1961. Т. 139. № 2. С. 335–336.
6. Шмыглевский Ю. Д. Вариационные задачи для сверхзвуковых тел вращения и сопел // ПММ. 1962. Т. 26. Вып. 1. С. 110–125.
7. Шмыглевский Ю. Д. Некоторые вариационные задачи газовой динамики. М., 1963. 142 с. (АН СССР. Тр. Вычислит. центра).
8. Крайко А. Н. Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979. 447.
9. Крайко А. Н., Наумова И. Н., Шмыглевский Ю. Д. К построению тел оптимальной формы в сверхзвуковом потоке // ПММ. 1964. Т. 28. Вып. 1. С. 178–182.
10. Hoffman J. D. Design of compressed truncated-perfect nozzles // J. Propulsion and Power. 1987. V. 3. № 2. P. 150–156.

Москва

Поступила в редакцию
12.III.1990