

УДК 532.526.4

© 1991 г.

С. Л. МАШКОВ

**О РАСЧЕТЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТРЕНИЯ ПРИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ПОДАЧЕ
ПОЛИМЕРНОГО РАСТВОРА В ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ ПЛАСТИНЫ**

Изучение задачи о снижении турбулентного трения при вдуве полимерной примеси в пограничный слой пластины интересно потому, что как вдув, так и полимерные добавки приводят к уменьшению турбулентного сопротивления [1, 2]. Для надежного прогнозирования эффекта уменьшения сопротивления на основе уравнений пограничного слоя необходимо задать выражение для длины пути смещения.

Ниже предлагается выражение для длины пути смещения на проницаемой поверхности с полимерными добавками. Рассматриваются зависимости длины пути смещения от величины вдува, которые могут быть использованы при расчете пограничных слоев с подачей разбавленных растворов полимеров. Численное решение сопоставляется с имеющимися опытными данными.

Система уравнения и граничные условия для расчета безградиентного пограничного слоя на пластине с учетом диффузии подаваемой примеси могут быть представлены в виде [3, 4]

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \left(1 + \frac{l^+}{\omega^2 \sqrt{2\xi}} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right\} + f \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = 2\xi \left(\frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial \xi} - \frac{\partial^2 g}{\partial \eta^2} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \left(\frac{1}{Sc} + \frac{1}{Sc_t} \frac{l^+}{\omega^2 \sqrt{2\xi}} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) \frac{\partial c}{\partial \eta} \right\} + f \frac{\partial c}{\partial \eta} = 2\xi \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial c}{\partial \xi} - \frac{\partial c}{\partial \eta} \frac{\partial f}{\partial \xi} \right)$$

$$\eta = \frac{y u_e}{\nu \sqrt{2\xi}}, \quad \xi = \frac{x u_e}{\nu}, \quad f = \frac{\psi}{\nu \sqrt{2\xi}}, \quad u = u_e \frac{\partial f}{\partial \eta}$$

$$c = \frac{c'}{c_0}, \quad l^+ = \frac{l u_\tau}{\nu}, \quad \omega = \frac{u_\tau}{u_e}, \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

$$\eta_\delta = \frac{\delta u_e}{\nu \sqrt{2\xi}}, \quad Sc = \frac{\nu}{D}, \quad Sc_t = \frac{\nu_t}{D_t}$$

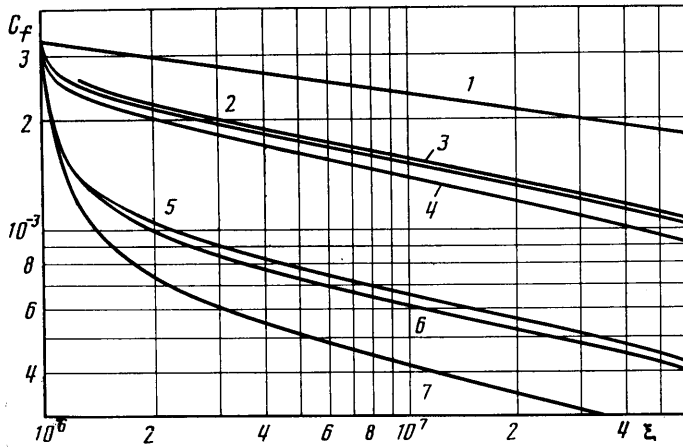
$$\frac{\partial f}{\partial \eta} = 0, \quad f = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial \eta} = 0 \quad (\eta = 0, \quad \xi < \xi^\circ)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} = 0, \quad f = f_w(\xi), \quad \frac{1}{\sqrt{2\xi}} \frac{\partial c}{\partial \eta} = \frac{v_w}{u_e} (1 - c) \quad (\eta = 0, \quad \xi \geq \xi^\circ)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} = 0, \quad c = 0 \quad (\eta = \eta_\delta)$$

$$f_w(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\xi}} \left[(f_w \sqrt{2\xi})_{\xi^\circ} - \int_{\xi^\circ}^{\xi} \frac{v_w}{u_e} d\xi \right]$$

Здесь x и y — продольная и поперечная координаты, ψ — функция тока, c' — концентрация примеси, c_0 — концентрация подаваемого раствора, u_e — скорость во внешнем потоке, ν и ν_t — коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости, D , D_t — коэффициенты молекулярной и турбулентной диффузии, ξ° — продольная



Фиг. 1

координата начала пронизаемого участка стенки, v_w – скорость подачи раствора, δ – толщина пограничного слоя, τ_w – значение касательного напряжения на стенке, ρ – плотность жидкости, u_τ – динамическая скорость.

Обобщая принятое в [5] для турбулентного пограничного слоя на непроницаемой поверхности распределение l^+ на случай $v_w \neq 0$, предположим, что

$$l^+ = \frac{\delta u_\tau}{\nu} l_1 \left(\frac{y}{\delta} \right) [1 - \exp(-A^+ y^+ F)], \quad y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \quad (2)$$

Здесь l_1 – функция, описывающая особенности турбулентного обмена импульсом во внешней области пограничного слоя. Демпфирующий множитель $1 - \exp(-A^+ y^+ F)$ отражает эффекты вязко-невязкого взаимодействия во внутренней области и учитывает воздействие полимерной примеси (через параметр F) и вдува (с помощью A^+). Конкретная зависимость параметра F от свойств полимерной примеси приведена в [5] в случае подачи пассивной примеси $F=1$.

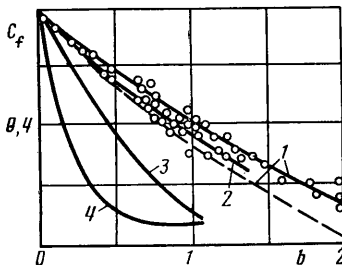
Как и в случае вдува пассивной примеси, используем в расчетной модели для A^+ три зависимости от $v_w^+ = v_w/u_\tau$, взятые из работ [1, 2, 4 и 6]

$$A^+ = A = 0,0385, \quad A^+ = A \exp(5,9 v_w^+), \quad A^+ = A \sqrt{1 + v_w^+ \frac{u}{u_\tau}}$$

Случай, когда $A^+ = A$, в [1, 2] также использовался для расчета пограничного слоя с подачей полимерной примеси. В расчетах величины Sc и Sc_t принимались постоянными.

Система уравнений (1) совместно с (2) решалась конечно-разностным методом [7].

Рассмотрим расчет местного коэффициента трения на пластине, у которой пористый участок начинается с расстояния $\xi^0 = 10^6$ от передней кромки ($\xi = x u_e / \nu$), $x = 0,1$ м, $u_e = 10$ м/с, $\nu = 10^{-6}$ м²/с). Расчет начинается с критической точки, переход ламинарного слоя в турбулентный происходит в сечении $\xi_{tr} < \xi^0$. Область перехода не учитывается.



Фиг. 2

На фиг. 1 приведены результаты расчета местного коэффициента трения $c_f(\xi)$ на пронизаемом участке при подаче пассивной примеси (кривые 2–4, отвечающие параметры $Sc=1$, $Sc_t=0,9$, $v_w/u_e = v_w^0 = 10^{-3}$) и разбавленного полимерного раствора (кривые 5–7 – $Sc=10^3$, $Sc_t=0,9$, $v_w^0 = 10^{-3}$, $c_0/\rho = 3 \cdot 10^{-5}$, $M = 2 \cdot 10^6$ – молекулярная масса полимера). Кривая 1 описывает распределение c_f на непроницаемой пластине без полимерных добавок. Кривые 4 и 7, 3 и 6, 2 и 5 соответствуют указанным выше зависимостям A^+ от v_w^+ (в том же порядке). Видно, что при вдуве пассивной примеси

различия между кривыми $c_f(\xi)$ в рассчитанных случаях составляют около 10%, а для второй и третьей зависимостей кривые практически совпадают. В случае же

подачи разбавленного полимерного раствора расхождение между диаграммами c_f возрастает до 25%.

На фиг. 2 приведены расчетные зависимости относительного коэффициента местного сопротивления трения $C_f = c_f/c_{f0}$ (c_{f0} — коэффициент сопротивления в том же сечении пограничного слоя на непроницаемой пластине) от параметра вдува $b = 2v_w/c_{f0}$ при однородном по всей поверхности пластины выпуске пассивной примеси (кривые 1, сплошная линия отвечает зависимостям A^+ от v_w^+ , взятым из [4, 6], а штриховая соответствует случаю $A^+ = A$ и совпадает с полученной в [1]) и разбавленного полимерного раствора (кривые 2–4, отвечающие значениям $c_0/\rho = 3 \cdot 10^{-6}$, $3 \cdot 10^{-5}$, $3 \cdot 10^{-4}$). Там же представлены опытные данные [3] для пассивной примеси, с которыми хорошо согласуется сплошная линия 1. Хуже согласуется с экспериментальными данными штриховая линия, что указывает на необходимость учета вдува в длине пути смешения, особенно при $b > 1$. Исходя из представленных на фиг. 1 и 2 результатов, можно ожидать, что при расчете пограничного слоя с подачей разбавленного полимерного раствора учет вдува в длине пути смешения по второй или третьей зависимости [4, 6] будет приводить к лучшим результатам.

В заключение отметим, что, как показывает расчет, с ростом концентрации подаваемого через проницаемую стенку раствора c_0 существенно меняется характер зависимости c_f/c_{f0} от b . Если при малых значениях $c_0/\rho \sim 10^{-6}$ эта зависимость лишь незначительно отклоняется от кривой 1 (сплошная), то при $c_0/\rho \sim 10^{-4}$ с увеличением b относительное сопротивление трения сначала резко падает, затем после достижения минимального значения начинает медленно нарастать. Это обусловлено наличием оптимальной концентрации c_+ , при которой происходит максимальное снижение сопротивления.

Автор выражает благодарность В. А. Иоселевичу за внимание к работе, В. А. Алексину за полезные замечания по численному методу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексин В. А., Михайлу А. Г., Пилипенко В. Н. Сопротивление пластины при распределенной подаче полимерного раствора в турбулентный пограничный слой // Докл. АН СССР. 1982. Т. 264. № 1. С. 56–60.
2. Алексин В. А., Михайлу А. Г., Пилипенко В. Н. Влияние распределенной подачи полимерного раствора на характеристики турбулентного пограничного слоя // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 5. С. 58–64.
3. Котляр Я. М., Совершенный В. Д., Стриженов Д. С. Методы и задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1987. 317 с.
4. Себиси Т., Брэдшоу П. Конвективный теплообмен. М.: Мир, 1987. 590 с.
5. Иоселевич В. А. Микро- и макрогидродинамика полимерных растворов // Механика и научно-технический прогресс. Т. 2. М.: Наука, 1987. С. 146–163.
6. Schlichting H. Recent progress in boundary-layer research // AIAA Journal. 1974. V. 12. № 4. P. 427–440.
7. Петузов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратные формулы. М.: Наука, 1964. С. 304–325.

Калуга

Поступила в редакцию
29.VI 1989

УДК 533.6.011:534.2

© 1991 г.

П. В. ТРЕТЬЯКОВ

ДИФРАКЦИЯ ПРОИЗВОЛЬНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ПОЛОСЕ КОНЕЧНОЙ ШИРИНЫ

Задача дифракции плоской единичной волны на отрезке рассматривалась многими авторами [1–4]. Однако решение с помощью преобразования Винера — Хопфа определялось только на поверхности пластинки для всех дифракционных волн, кроме возникающей первой. Рассматривалось падение волны как по нормали к пластинке [2], так и под произвольным углом [3]. Построение решения для всего поля течения приводится в [4].