

УДК 536:46+534.222.2

© 1991 г.

**Г. М. МАХВИЛАДЗЕ, Д. И. РОГАТЫХ**

**ОБ ОБРАЗОВАНИИ И РАСПАДЕ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО  
ДЕТОНАЦИОННОГО КОМПЛЕКСА В НЕРАВНОМЕРНО ПРОГРЕТОМ  
ГОРЮЧЕМ ГАЗЕ**

В первоначально неподвижном неравномерно прогретом реакционноспособном газе могут реализоваться взрывные режимы реакции с образованием сильных ударных или детонационных волн [1, 2]. В [3] с целью более детального изучения взрывных режимов воспроизведено численное решение задачи [1, 2] и выделена стадия существования квазистационарного детонационного комплекса (в дальнейшем – комплекса). Показано, что комплекс, образующийся на некотором расстоянии от точки с максимальной температурой в результате слияния фронта химической реакции и волны давления, некоторое время распространяется по неоднородности, а затем распадается: волна давления, постепенно затухая, отрывается от зоны реакции.

В [4, 5] найдено условие взрывного протекания реакции, которое накладывает ограничение сверху и снизу на градиент начального распределения температуры. При этом использована общая классификация режимов протекания реакции в зависимости от начальных условий [6, 7], которая основана на сравнении скоростей возможных волновых процессов (детонации Чепмена – Жуге, звука, нормального распространения пламени) со скоростью спонтанного распространения фронта реакции  $u_{sp} = |\text{grad } t_{ia}|^{-1}$ , где  $t_{ia}$  – адиабатический период индукции. Физический смысл спонтанной скорости заключается в том, что при наличии в начальный момент градиента периода индукции самовоспламенения фронт реакции может распространяться в пространстве за счет «причинно не связанного» последовательного воспламенения одного слоя исходной смеси за другим» [6, 7]. Концепция возникновения взрывных режимов реакции в областях с неоднородностями температуры и концентрации изложена в [8, 9].

В настоящей работе продолжено изучение взрывных режимов реакции, обусловленных наличием начальной неоднородности периода индукции химической реакции. Для линейной неоднородности температуры получены соотношения, определяющие момент и место образования и распада квазистационарного детонационного комплекса. Проведено их сопоставление с результатами численных расчетов.

Воспользуемся постановкой задачи, предложенной в [1, 2, 4, 5]. В начальный момент  $t=0$  в сосуде длиной  $L$  задано линейное распределение температуры с градиентом  $\kappa > 0$ ; давление  $P$  и относительная весовая концентрация реагента  $a$  постоянны, газ неподвижен

$$T(0, X) = T^o(X) = \begin{cases} T_0 - \kappa X, & 0 \leq X < X_n \\ T_n, & X_n \leq X \leq L \end{cases} \quad (1)$$

$$P(0, X) = P_0, \quad a(0, X) = a_0, \quad U(0, X) = 0$$

Здесь  $X$  – пространственная координата,  $T$  – температура газа,  $T_0$  – максимальная температура неоднородности,  $T_n = \text{const}$  – температура вне неоднородности, размер которой равен  $X_n = (T_0 - T_n)/\kappa$ ,  $P_0$  и  $a_0$  – начальные значения давления и концентрации реагента,  $U$  – скорость газа. В качестве граничного используется условие непроницаемости стенок  $U(t, 0) = U(t, L) = 0$ .

Эволюция заданного распределения описывается системой одномерных нестационарных уравнений газовой динамики с учетом выделения энергии и потребления реагента в химической реакции первого порядка

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U}{\partial X} &= 0, \quad \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X} + \gamma P \frac{\partial U}{\partial X} &= (\gamma - 1) Q \Phi \\ \frac{\partial a}{\partial t} + U \frac{\partial a}{\partial X} &= - \frac{\Phi}{\rho}, \quad \rho = \frac{P}{RT}, \quad \Phi(t, X) = k a \rho \exp\left(-\frac{E}{RT}\right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $Q$ ,  $k$  и  $E$  — тепловой эффект, предэкспоненциальный множитель и энергия активации реакции.

Задача (1), (2) решалась в безразмерных переменных  $a' = a/a_0$ ,  $\tau = tk \exp(-E/RT_0)$ ,  $x = X k c_{s0}^{-1} \exp(-E/RT_0)$ ,  $u = U/c_{s0}$ ,  $p = P/P_0$ ,  $\theta = T/T_0$  ( $c_{s0} = (\gamma RT_0)^{1/\gamma}$ ).

Решение зависит от следующих определяющих параметров:  $\gamma = c_p/c_v$ ,  $\alpha = Qa_0/RT_0$ ,  $\beta = E/RT_0$ ,  $\theta_n = T_n/T_0$ ,  $\lambda = \kappa c_{s0} \exp(\beta)/kT_0$ ,  $l = L k c_{s0}^{-1} \exp(-\beta)$ .

Численное интегрирование проводилось в лагранжевых координатах методом сквозного счета с введением искусственной вязкости [1, 2]. Расчетная область содержала от 400 до 800 узлов, шаг по времени выбирался от 0,001 до 0,1 в зависимости от значений определяющих параметров, которые принимали следующие значения:  $\gamma = 1,2$ ,  $\alpha = 3-10$ ,  $\beta = -10-30$ ,  $\lambda = 10^{-3}-10^{-1}$ ,  $\theta_n = 0,2-0,8$ .

Для начального распределения температуры (1) и реакции первого порядка, как следует из [10]

$$t_{ia}(X) = c_v R(T^\circ(X))^2 \exp\left(\frac{E}{RT^\circ(X)}\right) \left(1 + \frac{2RT^\circ(X)}{E}\right) (kQa_0 E)^{-1}$$

и выражение для спонтанной скорости принимает вид

$$U_{sp}(X) = \left(\frac{dt_{ia}}{dX}\right)^{-1} = \frac{(\gamma - 1) k Q a_0 \exp(-E/RT^\circ(X))}{\kappa R (1 - 6(RT^\circ(X)/E)^2)}, \quad 0 \leq X < X_n \quad (3)$$

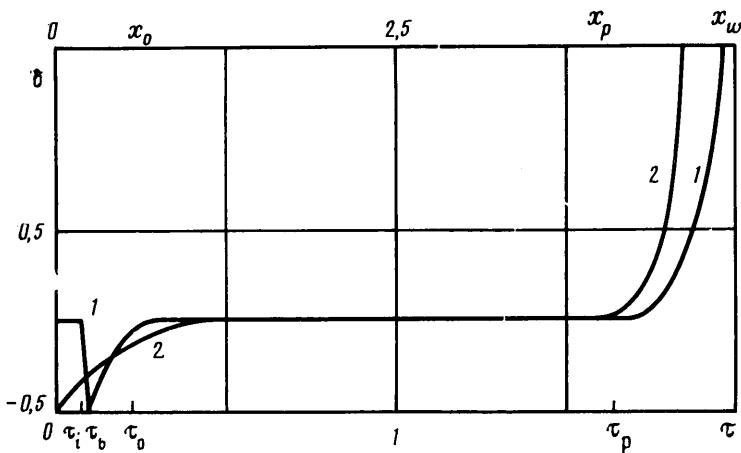
Критерий взрывных режимов протекания реакции, полученный в [4, 5], накладывает ограничения сверху и снизу на безразмерный градиент начального температурного распределения  $K_1 \leq \lambda \leq K_2$ , где  $K_1(\gamma, \alpha, \beta, \theta_n)$  и  $K_2(\gamma, \alpha, \beta)$  — функции определяющих параметров, полученные в [4, 5, 9].

Режим спонтанного распространения фронта химической реакции по механизму [6, 7] реализуется только в случае, если во всей области неоднородного распределения времени индукции спонтанная скорость превосходит скорость детонации

$$D(X) = 0,5 D_0 \left[ 1 + \left( 1 + \frac{2\gamma RT^\circ(X)}{(\gamma^2 - 1) Q a_0} \right)^{1/2} \right], \quad D_0 = (2(\gamma^2 - 1) Q a_0)^{1/2} \quad (4)$$

где  $D_0$  — скорость «сильной» детонации [11, 12]. Поскольку  $U_{sp}$  убывает с ростом  $X$  значительно быстрее, чем  $D$ , то условие, разграничитывающее детонационный режим и режим спонтанного распространения фронта реакции (левое неравенство), следует из соотношения  $U_{sp}(X_n) = -D(X_n)$ . Правое неравенство отвечает границе между взрывным режимом и режимом с медленно протекающей реакцией со слабыми волнами давления.

Исследуем развитие детонационного режима на основе рассмотрения



Фиг. 1

взаимного положения волны давления (точки с максимальным давлением  $x_w$ ) и фронта реакции (точки с максимальным тепловыделением  $x_f$ ). На фиг. 1 представлены зависимости величины  $\delta = x_w - x_f$  от времени — кривая 1 и от координаты  $x_w$  — кривая 2, полученные в расчетах с  $\alpha=5$ ,  $\beta=20$ ,  $\lambda=0,1$ ,  $\theta_n=0,2$ . При вычислении  $\delta(x_w)$  для каждого  $x$  определялось расстояние  $\delta$  в момент, когда волна давления находилась в точке  $x_w$ .

В развитии процесса можно выделить следующие пять стадий.

1. Тепловое самовоспламенение узкого слоя газа вблизи  $x=0$ . Продолжительность этой стадии равна времени индукции химической реакции в точке с наибольшей температурой  $\tau_i$  и не зависит от безразмерного градиента  $\lambda$ ; при этом давление и тепловыделение максимальны в точке  $x=0$ .

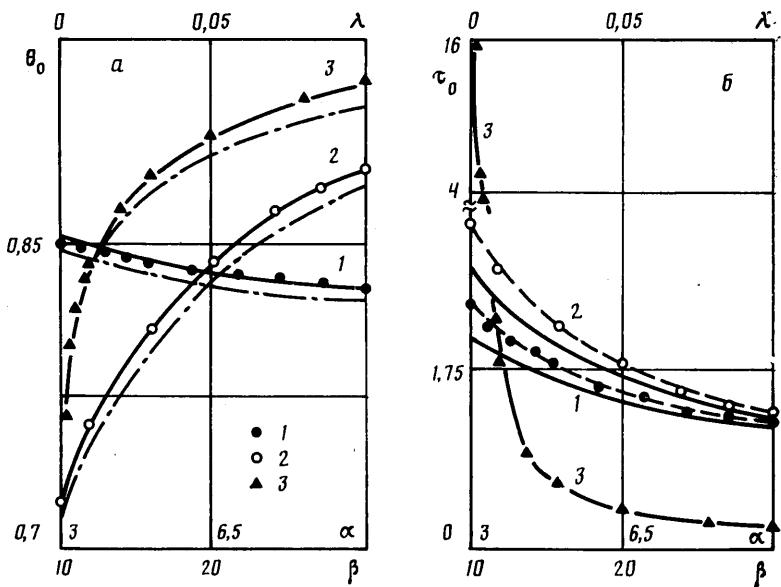
2. По истечении времени индукции в точке  $x=0$  фронт реакции начинает распространяться по сосуду со спонтанной скоростью, превосходящей скорость детонации, при этом максимум давления по-прежнему находится в точке  $x=0$ .

3. В момент  $\tau_b$  реакция при  $x=0$  практически полностью завершается и волна давления начинает двигаться со скоростью, превышающей спонтанную; с этого момента расстояние между ней и фронтом реакции начинает сокращаться.

4. В момент  $\tau_0$  расстояние  $\delta$  становится настолько малым, что начинается интенсивное взаимодействие волны давления с зоной реакции, быстро приводящее к образованию комплекса, который распространяется по сосуду до момента распада  $\tau_p$ .

5. После распада комплекса фронт реакции отстает от волны давления, которая распространяется по сосуду, постепенно затухая.

На стадиях 1—3 химическая реакция протекает настолько быстро, что газодинамические процессы не успевают развиваться. Существование волны давления обусловлено только выделением тепла в зоне химической реакции, распространяющейся по сосуду со спонтанной скоростью, которая превышает скорости всех газодинамических процессов (в том числе и наибольшую из них — скорость детонации). В момент образования комплекса спонтанная скорость из-за выхода волны самовоспламенения в область с низкой начальной температурой газа уменьшается настолько, что становится равной скорости детонации. Поэтому условие образования комплекса можно записать в виде  $U_{sp}(X_0)=D(X_0)$ . Подставляя в него соотношения (3) и (4), получим трансцендентное уравнение для



Фиг. 2

определения координаты точки образования комплекса

$$\frac{(\gamma-1)\alpha\beta^2 \exp(\beta-\beta/\theta_0)}{\lambda(\beta^2-6\theta_0^2)} - \left( \frac{(\gamma^2-1)\alpha}{2\gamma} + \theta_0 \right)^{1/2} - \left( \frac{(\gamma^2-1)\alpha}{2\gamma} \right)^{1/2} = 0, \quad (5)$$

$$\theta_0 = 1 - \lambda x_0$$

Поскольку обычно  $\alpha \gg 1$ ,  $\beta \gg 1$ , скорость детонации можно считать не зависящей от начальной температуры и пренебречь величиной  $6\theta_0^2$  по сравнению с  $\beta^2$ . Тогда координата точки образования комплекса

$$x_0 = \frac{1}{\lambda} \left[ 1 - \beta \left( \ln \left( \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\gamma(\gamma-1)\alpha}{2(\gamma+1)} \right)^{1/2} \right) + \beta \right)^{-1} \right] \quad (6)$$

Момент образования комплекса можно оценить как время задержки адиабатического самовоспламенения газа с начальной температурой  $\theta_0$

$$\tau_0 = \frac{\theta_0^2 \exp(\beta/\theta_0 - \beta)(1+2\theta_0/\beta)}{(\gamma-1)\alpha\beta} \quad (7)$$

На фиг. 2, *a*, *б* сплошными линиями представлены зависимости  $\theta_0$  и  $\tau_0$  от  $\alpha$  при  $\beta=20$ ,  $\lambda=0,01$  (кривые 1), от  $\beta$  при  $\alpha=5$ ,  $\lambda=0,01$  (кривые 2), от  $\lambda$  при  $\alpha=5$ ,  $\beta=20$  (кривые 3), рассчитанные по формулам (5) и (7). Полученные соотношения хорошо описывают результаты численного решения задачи (1), (2), которые показаны точками. На фиг. 2, *a* штрихпунктирными линиями 1–3 представлены результаты вычисления  $x_0$  по приближенной формуле (6), отклонение от результатов численного счета не превышает 10%. Небольшие различия кривых 1 и 2 на фиг. 2, *б* от результатов численного счета при малых значениях  $\alpha$  и  $\beta$  вызваны погрешностью формулы (7) в этом диапазоне  $\alpha$  и  $\beta$ . Действительно, при малых  $\alpha$  и  $\beta$  время индукции химической реакции в газе, находящемся при температуре  $\theta_0$ , точнее определяется из численного решения системы уравнений адиабатического теплового взрыва, получаемой из системы (2) при  $U(t, X)=0$  и  $X=X_0$  – штриховые линии 1 и 2

на фиг. 2, б, которые лучше соответствуют результатам решения полной задачи.

В [4, 5, 9] отмечалось, что не при всех значениях  $\lambda$ , удовлетворяющих условию  $K_1 \leq \lambda \leq K_2$ , в системе возникает комплекс. Значения  $\lambda$ , при которых реакция протекает в детонационном режиме, находятся в диапазоне  $K_1(\gamma, \alpha, \beta, \theta_n) \leq \lambda \leq K_*(\gamma, \alpha, \beta) < K_2(\gamma, \alpha, \beta)$ . Получить аналитическое выражение для  $K_*$  не удается. Однако из результатов численных расчетов следует, что во всем исследованном диапазоне определяющих параметров комплекс возникает, если спонтанная скорость становится равной скорости детонации в точке с безразмерной начальной температурой, меньшей 0,95. Если же равенство скоростей достигается при более высокой температуре, то реакция может протекать (в зависимости от  $\gamma, \alpha, \beta, \lambda$ ) в одном из двух режимов: либо в детонационном, либо во взрывном режиме с сильными газодинамическими волнами, но без образования комплекса.

Перейдем к определению координаты и момента распада комплекса. Распад комплекса объясняется тем, что он распространяется по среде с убывающей начальной температурой: с некоторого момента температура газа за фронтом лидирующей ударной волны становится недостаточно высокой для быстрого воспламенения газа.

При  $x > x_0$  спонтанная скорость (3) меньше скорости детонации (4) и только нагрев газа в лидирующей ударной волне обеспечивает совместное распространение фронтов реакции и давления. Однако температура газовых частиц, претерпевающих нагрев в ударной волне, по мере продвижения комплекса по неоднородности в силу уменьшения температуры исходной смеси становится все меньше. Соответственно период индукции реакции и расстояние  $b$  все более увеличиваются. Наконец, в точке  $x_p$  (фиг. 1)  $b$  резко возрастает и комплекс распадается. Следует отметить, что на резкое увеличение расстояния между ударной волной и фронтом реакции как на признак распада детонационной волны, возникающей при точечном взрыве, указывалось в [13].

Примем, что структура комплекса на интервале  $(x_0, x_p)$  в каждый момент соответствует структуре детонационной волны в модели Зельдовича – Неймана – Деринга. Зная скорость распространения комплекса, можно определить давление в ударном скачке [11, 12]

$$P_{sw}(X) = 2P_0(D^2(X) + RT^\circ(X))((\gamma+1)RT^\circ(X))^{-1} \quad (8)$$

Ударная волна интенсивности  $P_{sw}/P_0$  нагревает газ, находящийся при температуре  $T^\circ(X)$ , до температуры

$$T^*(X) = \frac{P_{sw}(X)}{P_0} \frac{\gamma+1+(\gamma-1)P_{sw}(X)/P_0}{\gamma-1+(\gamma+1)P_{sw}(X)/P_0} T^\circ(X) \quad (9)$$

Расстояние между ударной волной и фронтом реакции  $\Delta(X)$  можно оценить как произведение местной скорости звука  $(\gamma RT^*(X))^{1/2}$  на время индукции химической реакции в газе, находящемся при температуре  $T^*(X)$

$$\Delta(X) = \frac{\gamma^{1/2}(RT^*(X))^{5/2} \exp(E/RT^*(X))(1+2RT^*(X)/E)}{(\gamma-1)kQa_0E} \quad (10)$$

В [11] это расстояние вычислялось с учетом расширения газа во время химической реакции, что приводит в нашем случае к следующей поправке: правую часть формулы (10) нужно умножить на коэффициент

$$\frac{\gamma+1}{2} - (\gamma^2-1) \left[ 4(\gamma^2-1)^2 + 16\gamma - \frac{8(\gamma+1)RT^*(X)}{(\gamma-1)Qa_0} \right]^{-1/2}$$

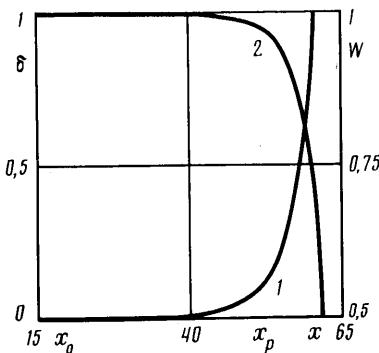
Как показали результаты расчетов, для всего исследованного диапазона параметров эта поправка не превышает 8%. Поскольку ее учет сильно усложняет выкладки, в дальнейшем ею пренебрегается.

Скорость распространения фронта реакции за лидирующей ударной волной, движущейся со скоростью  $D(X)$ , равна  $U_r(X) = D(X)(1-d\Delta(X)/dX)$ . Подставляя сюда  $\Delta(X)$  из (10) и дифференцируя с учетом (8), (9), находим отношение скорости фронта реакции к местной скорости детонационной волны

$$W(x) = \frac{U_r(X)}{D(X)} = 1 + [14(\theta^*(x))^2 + \beta\theta^*(x) - 2\beta^2] \times \\ \times \frac{\lambda(\theta^*(x))^{1/2} \exp(\beta/\theta^*(x) - \beta)}{2(\gamma-1)\alpha\beta^2} \left[ 1 + 2 \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \left( 1 + \frac{\gamma}{\gamma+1} \left( 1 + \frac{2\gamma\theta^*(x)}{(\gamma^2-1)\alpha} \right)^{-1/2} \right) \right] \quad (11)$$

$$\theta^*(x) = \theta^o(x) \left( 1 + 2 \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) + \frac{2(\gamma-1)^2\alpha}{\gamma+1} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{2\gamma\theta^o(x)}{(\gamma^2-1)\alpha} \right)^{1/2} \right] \quad (12)$$

На фиг. 3 показано, как по мере продвижения комплекса меняется безразмерное расстояние  $\delta(x) = \Delta(X)k/c_{s0} \exp(\beta)$  (кривая 1), рассчитанное

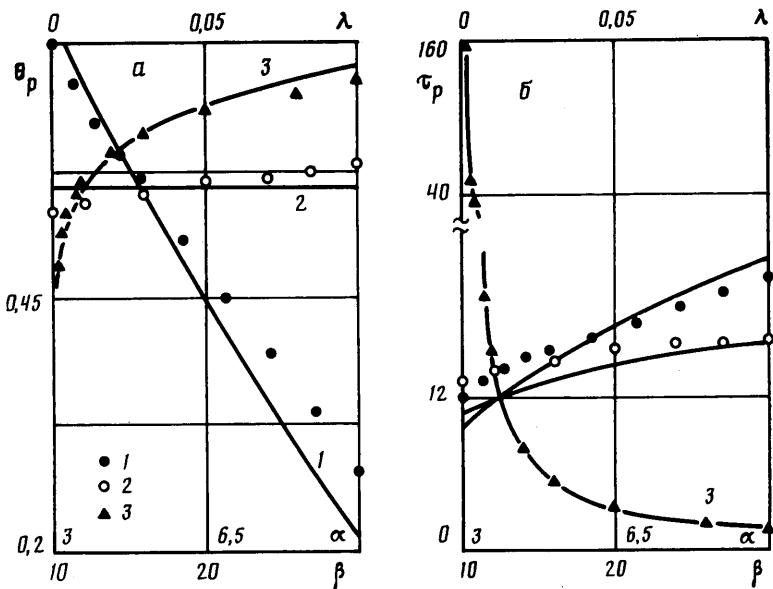


Фиг. 3

по формуле (10), и величина  $W(x)$  (кривая 2), вычисленная по формулам (11) и (12) при  $\gamma=1,2$ ,  $\alpha=5$ ,  $\beta=20$ ,  $\lambda=0,01$ . На оси абсцисс нанесены точки  $x_0$  и  $x_p$ , полученные из численного решения исходной задачи (1), (2). На интервале  $(x_0, x_p)$  величина  $W(x)$  практически равна единице и только вблизи его правого конца  $x=x_p$  быстро уменьшается — волна давления уходит от зоны реакции, расстояние  $\delta(x)$  быстро растет. При расчете величины  $x_p$  по формулам (11), (12) считалось, что комплекс распадается в точке, в которой скорость фронта реакции становится на 1% меньше, чем скорость детонации:  $W(x_p)=0,99$ . Время распада комплекса можно оценить по формуле

$$\tau_p = \tau_0 + \frac{2}{\lambda} \left[ u_d(x_0) - u_d(x_p) + \right. \\ \left. + \left( \frac{(\gamma^2-1)\alpha}{2\gamma} \right)^{1/2} \ln(u_d(x_p) - u_d(x_0)) \right], \quad u_d(x) = D(X)/c_{s0} \quad (13)$$

где  $x_0$  и  $\tau_0$  рассчитываются по формулам (5) и (7). Поскольку скорость детонации слабо меняется на интервале  $(x_0, x_p)$ , то в интеграле (13)



Фиг. 4

скорость  $u_d$  можно приближенно заменить ее значением в середине этого интервала и тогда

$$\tau_p = \tau_0 + (x_p - x_0)/u_d(x_c), \quad x_c = 0.5(x_0 + x_p) \quad (14)$$

В исследованном диапазоне параметров результаты вычислений по формулам (13) и (14) различаются не более чем на 0,1%.

На фиг. 4, а, б сплошными линиями представлены зависимости  $\theta_p = 1 - \lambda x_p$  и  $\tau_p$  от  $\alpha$  при  $\beta = 20$ ,  $\lambda = 0.01$  (кривые 1); от  $\beta$  при  $\alpha = 5$ ,  $\lambda = 0.01$  (кривые 2); от  $\lambda$  при  $\alpha = 5$ ,  $\beta = 20$  (кривые 3), полученные из соотношений (11), (12) и (14). Видно, что они достаточно хорошо описывают результаты численного решения задачи (1), (2), которые показаны точками. Наибольшие отклонения от результатов счета наблюдаются при больших значениях  $\alpha$ . Это связано с тем, что при увеличении  $\alpha$  растет разница между величинами давления в лидирующей ударной волне, получаемыми из численного решения полной задачи (1), (2) и по формуле (8). Горизонтальный ход кривой 2 на фиг. 4, а объясняется тем, что при выбранных значениях  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$  величина  $\theta^*$  в точке  $x_p$  практически равна единице. При других значениях параметров  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$  зависимость  $x_p$  от  $\beta$  может быть иной.

В данной работе задача об образовании и распаде комплекса рассмотрена в рамках одномерного подхода, который, как известно [14–16], приводит к значительным пульсациям газодинамических параметров в детонационной волне. Характеристики комплекса при этом лишь в среднем соответствуют нормальному режиму распространения детонации, причем пульсации растут с увеличением  $\alpha$  и  $\beta$ . Такая ситуация требует осторожности при интерпретации результатов численного счета и определении параметров волны. Следует заметить также, что реальная структура комплекса, особенно на поздних стадиях его существования, может быть и более сложной, неодномерной. Тем не менее проведенное рассмотрение будет полезно и в этом случае, проясняя причины образования и распада комплекса и давая оценки соответствующих характерных расстояний и времен.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельдович Я. Б., Либрович В. Б., Махвиладзе Г. М., Сивашинский Г. И. О возникновении детонации в неравномерно нагретом газе // ПМТФ. 1970. № 2. С. 76–84.
2. Zel'dovich Ya. B., Librovich V. B., Makhviladze G. M., Sivashinsky G. I. On the development of detonation in a non-uniformly preheated gas // Astronautica Acta. 1970. V. 15. № 5–6. P. 313–321.
3. Гельфанд Б. Е., Поленов А. Н., Фролов С. М., Цыганов С. А. К вопросу о возникновении детонации в неравномерно нагретой газовой смеси // Физика горения и взрыва. 1985. Т. 21. № 4. С. 118–123.
4. Махвиладзе Г. М., Рогатых Д. И. Начальные неоднородности температуры и концентрации – причина взрывного протекания химической реакции в горючем газе: Препринт № 321. М.: ИПМ АН СССР, 1988. 40 с.
5. Махвиладзе Г. М., Рогатых Д. И. Начальные неоднородности температуры и концентрации – причина взрывного протекания химической реакции в горючем газе // Хим. физика. 1989. Т. 8. № 2. С. 272–285.
6. Зельдович Я. Б. Классификация режимов экзотермической реакции в зависимости от начальных условий: Препринт. Черноголовка: ИХФ АН СССР, 1978. 7 с.
7. Zel'dovich Ya. B. Regime classification of an exothermic reaction with nonuniform initial conditions // Combustion and Flame. 1980. V. 39. № 2. P. 211–214.
8. Гельфанд Б. Е., Махвиладзе Г. М., Рогатых Д. И., Фролов С. М. Спонтанное возникновение взрывных режимов в областях с неоднородностями температуры и концентрации: Препринт № 358. М.: ИПМ АН СССР, 1988. 43 с.
9. Гельфанд Б. Е., Махвиладзе Г. М., Рогатых Д. И., Фролов С. М. Критерий спонтанного возникновения взрывных режимов реакции на неоднородностях распространения периода задержки самовоспламенения: Препринт № 424. М.: ИПМ АН СССР, 1989. 47 с.
10. Тодес О. М. Теория теплового взрыва // Журн. физ. химии. 1939. Т. 13. Вып. 7. С. 868–879.
11. Зельдович Я. Б., Компанеец А. С. Теория детонации. М.: Гостехиздат, 1955. 268 с.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1968. 736 с.
13. Левин В. А., Марков В. В. Возникновение детонации при концентрированном подводе энергии // Физика горения и взрыва. 1975. Т. 11. № 4. С. 623–633.
14. Fickett W., Wood W. W. Flow calculations for pulsating one-dimensional detonations // Phys. Fluids. 1966. V. 9. № 5. P. 903–916.
15. Erpenbeck J. J. Nonlinear theory of unstable one-dimensional detonations // Phys. Fluids. 1967. V. 10. № 2. P. 274–289.
16. Черный Г. Г. Экзотермические волны в сплошных средах // Избранные вопросы современной механики. Ч. 2. М., 1982. С. 3–56.

Москва

Поступила в редакцию  
31.X.1989