

УДК 533.6.011.8:537.8

© 1991 г.

В. А. СЕМИН

К ТЕОРИИ НЕРАВНОВЕСНОГО ИНДУКЦИОННОГО ВЫСОКОЧАСТОТНОГО РАЗРЯДА В ПОТОКЕ ГАЗА

В работе [1] была рассмотрена теория локальной структуры переходного слоя неравновесного высокочастотного разряда с учетом диффузии электронов и процессов ионизации. Этот подход оказывается полезным с точки зрения понимания механизмов формирования фронта разряда, однако он не позволяет судить о характере течения в целом.

Целью настоящей работы является моделирование глобального неравновесного течения в разрядной камере индукционного плазмотрона. Для равновесного разряда такая задача рассматривалась в [2, 3]. В настоящей статье на основе численного решения сопряженной системы уравнений Навье – Стокса, Максвелла, энергии, кинетики ионизации, а также баланса энергии электронного газа проводится анализ структуры неравновесного разряда, сопоставляются результаты, полученные в рамках локально-одномерного подхода [1] и на основе глобального численного моделирования течения. При нахождении распределения электромагнитного поля в разрядной камере в отличие от работ [2, 3] решается краевая задача для двумерных уравнений Максвелла.

1. Постановка задачи. Будем предполагать осевую симметрию течения, ввиду малых скоростей газа пренебрежем вязкой диссипацией энергии, при расчете радиационных потерь примем, что плазма оптически тонкая. С этими допущениями систему уравнений Навье – Стокса и энергии можно представить в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\rho v) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \left(v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right) + F_x - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} \right) \right) \quad (1.2)$$

$$\rho \left(v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\mu \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \quad (1.3)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right) - 2\mu \frac{v}{r^2} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} \right) \right) + F_r,$$

$$\rho \left(v \frac{\partial h}{\partial r} + u \frac{\partial h}{\partial x} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \quad (1.4)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\sigma}{2} (E_1^2 + E_2^2) - Q_r,$$

В этих уравнениях r – радиальная, x – осевая координаты; u , v – соответственно осевая и радиальная компоненты скорости; p – давление; μ – коэффициент вязкости; Pr – число Прандтля; ρ – плотность; h – энтальпия.

пия; σ — проводимость; Q_r — потери энергии на излучение; E_1 и E_2 — действительная и мнимая составляющие комплексной амплитуды напряженности электрического поля $E = E_1 + iE_2$ [1]; $F = 1/c \langle \mathbf{j} \times \mathbf{H} \rangle$ — усредненная за период колебаний электромагнитного поля магнитная сила (учитывается, что плотность тока $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$); c — скорость света. В силу осевой симметрии вектор \mathbf{E} имеет лишь одну окружную составляющую E , а вектор напряженности магнитного поля \mathbf{H} — две составляющие: H_r и H_x .

Граничные условия для уравнений (1.1) — (1.4)

$$\begin{aligned} x=0, \quad u=u_0(r), \quad v=0, \quad h=h_0(r), \quad r=0, \quad v=0, \quad \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \\ r=R, \quad u=v=0, \quad \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\lambda_c}{\Delta_c} (T_w - T) \\ x=L_p, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь L_p — длина расчетной области; Δ_c — толщина стенки разрядной трубки; λ_c — теплопроводность материала стенки (кварца); R — радиус разрядной трубки; T — температура тяжелых частиц; T_w — температура внешней поверхности трубки. Величины с индексом ноль представляют известные распределения параметров на входе в разрядную камеру.

Система уравнений Максвелла записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE_1) \right) + \frac{\partial^2 E_1}{\partial x^2} = \frac{4\pi\sigma\omega}{c^2} E_2 \\ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE_2) \right) + \frac{\partial^2 E_2}{\partial x^2} = -\frac{4\pi\sigma\omega}{c^2} E_1 \end{aligned} \quad (1.6)$$

где ω — частота электромагнитного поля.

Необходимо отметить, что в (1.6) пренебрегается токами смещения, так как при частотах $\omega \sim 10^8 - 10^9$ рад/с, которые обычно реализуются в индукционных плазмотронах, длина волны $c/\omega \gg R$ (как правило, $R \sim 1 - 10$ см) [4].

Граничные условия к уравнениям (1.6) в общем случае носят неявный интегральный характер, так как электромагнитное поле представляет собой суперпозицию поля индукционной катушки и поля индуцированных токов плазмы. В этом случае даже численное решение (1.6) совместно с (1.1) — (1.4) затруднительно, так как потребует значительных затрат машинного времени. Поэтому необходимо использовать некоторые модельные упрощения, сохраняющие физические особенности задачи.

В работах [2—3], например, уравнения (1.6) записывались в квазиодномерном виде, а в качестве граничного условия было использовано распределение магнитного поля на оси разрядной трубки, создаваемое пустым индуктором, причем индуктор моделировался конечной цилиндрической поверхностью. В этом случае для (1.6) ставится задача Коши с заданием граничных условий на оси разрядной трубки.

Однако ясно, что распределение магнитного поля на оси существенным образом будет зависеть от характера распределения проводимости плазмы, поэтому более целесообразно задавать магнитное поле на поверхности разрядной трубки и при этом учитывать дискретность витков индукционной катушки, что приводит к краевой задаче для уравнений (1.6).

При постановке граничных условий к системе (1.6) будем считать, что индуктор представляет собой совокупность кольцевых токов радиуса R_c и интенсивностью I_c . Тогда осевая напряженность магнитного поля вдоль

стенки разрядной трубки, создаваемая индуктором, может быть представлена в виде [4]

$$H_{xv} = \frac{I_c}{c} \sum_k \varphi(l_k)$$

$$\varphi(l_k) = \frac{2}{\sqrt{(R_c+R)^2 + (x-x_k)^2}} \left(K^*(l_k) + \frac{R_c^2 - R^2 - (x-x_k)^2}{(R_c-R)^2 + (x-x_k)^2} E^*(l_k) \right)$$

$$l_k = \frac{4R_c R}{(R_c+R)^2 + (x-x_k)^2} \quad (1.7)$$

где k — индекс витка с током, x_k — координата расположения витка по оси x , $K^*(l_k)$, $E^*(l_k)$ — полные эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода.

Примем, что распределение осевой составляющей магнитного поля вдоль стенки описывается соотношением (1.7), а на входе и выходе разрядной камеры можно пренебречь радиальной составляющей магнитного поля $H_r = i(c/\omega) \partial E / \partial x$. В этом случае граничные условия к системе уравнений (1.6) представляются в виде

$$r=0, \quad E_1 = E_2 = 0$$

$$r=R, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE_2) = \frac{\omega}{c^2} I_c \sum_k \varphi(l_k), \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE_1) = 0$$

$$x=0, \quad \frac{\partial E_1}{\partial x} = \frac{\partial E_2}{\partial x} = 0, \quad x=L_p, \quad \frac{\partial E_1}{\partial x} = \frac{\partial E_2}{\partial x} = 0 \quad (1.8)$$

В дальнейшем, как в [1], будем рассматривать в качестве плазмообразующего газа аргон с кинетикой ионизации электронным ударом $Ar + e = Ar^+ + 2e$ и за счет столкновений тяжелых частиц $Ar + Ar = Ar^+ + Ar + e$. Плазма полагается квазинейтральной. Тогда распределение концентрации электронов n_e в разряде описывается уравнением

$$\frac{\partial (n_e u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r n_e v)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_a \frac{\partial n_e}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_a \frac{\partial n_e}{\partial r} \right) + W_1 + W_2$$

$$W_1 = K_{f1} n_e n_a - K_{r1} n_e^3; \quad W_2 = K_{f2} n_a^2 + K_{r2} n_e^2 n_a \quad (1.9)$$

Здесь n_a — концентрация атомов; D_a — коэффициент амбиполярной диффузии; K_{f1} , K_{r1} — константы скоростей ионизации и рекомбинации (брались из работ [5], [6]).

Для определения температуры электронного газа необходимо решать уравнение баланса энергии электронов [7]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{5}{2} n_e T_e u \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{5}{2} n_e T_e v \right) - u \frac{\partial}{\partial x} (n_e T_e) - v \frac{\partial}{\partial r} (n_e T_e) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \frac{\sigma}{(2 \cdot k)} (E_1^2 + E_2^2) +$$

$$+ \frac{3}{2} n_e \frac{T - T_e}{\tau_e} - (I_a + T_e) W_1 - \frac{Q_r}{k} \quad (1.10)$$

$$Q_r = 1,4 \cdot 10^{-34} n_e^2 T_e^{1/2} \exp(33090/(kT_e)) \quad (1.11)$$

где k — постоянная Больцмана, λ_e — теплопроводность электронов, T_e — температура электронов, τ_e — время релаксации электронной температуры

за счет упругих столкновений с тяжелыми частицами, I_a — энергия ионизации, Q , для аргона определяется в соответствии с [8].

Граничные условия к уравнениям (1.9) — (1.10)

$$\begin{aligned} x=0, \quad T_e=T_0(r), \quad n_e=0; \quad r=0, \quad \frac{\partial T_e}{\partial r} = \frac{\partial n_e}{\partial r} = 0 \\ x=L_p, \quad \frac{\partial T_e}{\partial x} = \frac{\partial n_e}{\partial x} = 0; \quad r=R, \quad n_e=0, \quad T_e=T_{sw}(x) \end{aligned} \quad (1.12)$$

Температура электронов у стенки разрядной трубки находится из следующего соотношения:

$$\frac{3}{2} \frac{T-T_e}{\tau_e} - (I_a+T_e) K_{I_1} n_a + \frac{2,53 \cdot 10^8}{(2k\nu_e)} (E_1^2+E_2^2) = 0 \quad (1.13)$$

Здесь ν_e — частота столкновений электронов с частицами плазмы, учтено также, что, согласно [9], $\sigma=2,53 \cdot 10^8 n_e/\nu_e$.

Необходимо отметить, что в силу существенно дозвукового характера течения, изменение плотности в разряде обусловлено главным образом изменением температуры, поэтому с большой степенью точности уравнение состояния можно использовать с постоянным давлением p°

$$\frac{p^\circ}{kT} = n_a + n_e \left(1 + \frac{T_e}{T} \right) \quad (1.14)$$

Температура газа тяжелых частиц находится из соотношения для полной энтальпии, которое в рассматриваемом случае представляется в виде

$$h=2,5 \frac{R}{M_a} T \left(1 + \frac{n_e}{(n_a+n_e)} \frac{T_e}{T} \right) + I_a \frac{R}{M_a} \frac{n_e}{(n_a+n_e)} \quad (1.15)$$

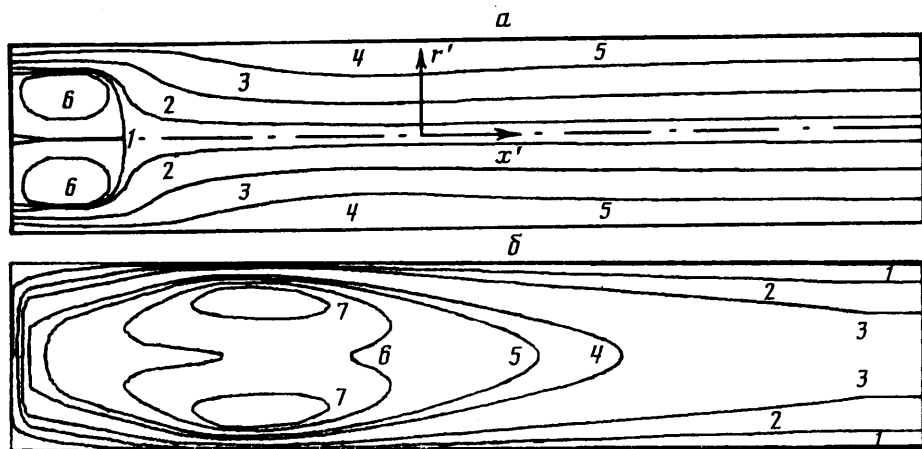
где R — универсальная газовая постоянная, M_a — молярная масса аргона.

2. Метод численного решения. Система уравнений (1.1)–(1.4), (1.6), (1.9)–(1.10) решается численно методом итераций, при этом интегрирование уравнений Навье — Стокса проводится в естественных переменных: компоненты скорости — давление с использованием смещенной сетки для компонент скорости и давления [10]. При получении дискретных аналогов (1.1)–(1.4), (1.9)–(1.10) применяется метод контрольных объемов. Аппроксимация потоков на гранях контрольных объемов осуществляется по степенной схеме, определяющим параметром в которой является сеточное число Пекле [10]. При решении систем алгебраических уравнений, соответствующих дискретным аналогам (1.1)–(1.4), (1.9)–(1.10), используется метод верхней релаксации с применением прогонки в радиальном направлении. В глобальной итерационной процедуре решения уравнений Навье — Стокса используется связь между поправками для компонент скорости и давления, предложенная в [11]. Система алгебраических уравнений, соответствующая дискретным аналогам (1.6), решается итерационно методом верхней релаксации с использованием матричной прогонки в радиальном направлении.

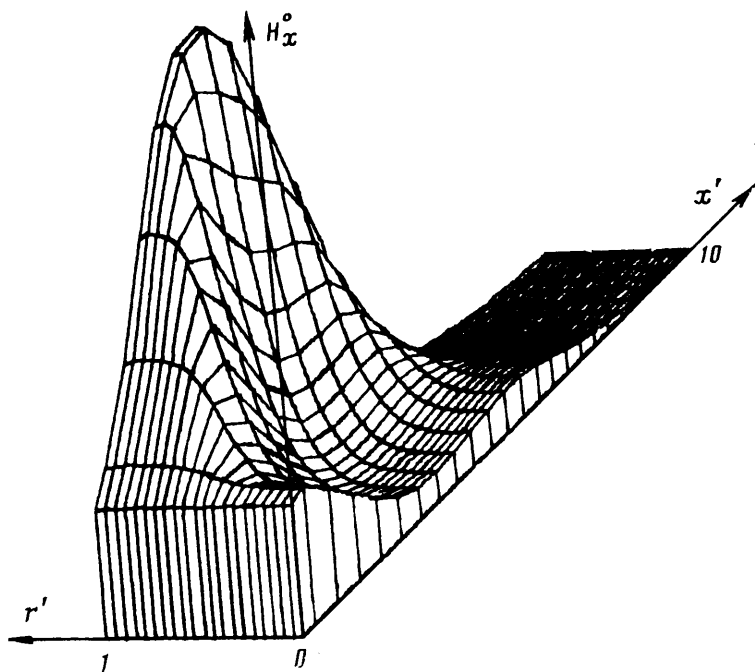
При численном решении задачи в качестве входного параметра выбирается энерговыклад в плазму, что возможно в силу однородности уравнений (1.6), при этом приходится корректировать величину тока в индукторе I_c так, чтобы выполнялось условие

$$Q = \int_0^R \int_0^{L_p} \sigma (E_1^2 + E_2^2) \pi r dr dx = \text{const} \quad (2.1)$$

3. Результаты расчетов. В качестве примера рассмотрена типичная конструкция кварцевой разрядной камеры высокочастотного плазмотрона радиусом $R=2,5$ см и длиной $L_p=25$ см. Плазмообразующий газ (аргон) подается в камеру через периферийный кольцевой зазор с внутренним радиусом 1,9 см и внешним радиусом 2,5 см. В силу малой толщины зазора



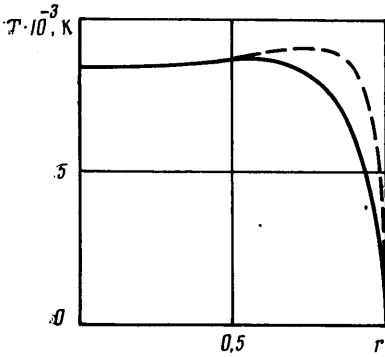
Фиг. 1



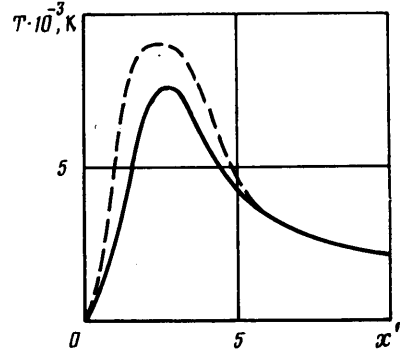
Фиг. 2

по сравнению с радиусом разрядной трубки параметры газа в нем считаются однородными, при этом $T_0=350$ К. Температура стенок разрядной трубки T_w полагается 350 К, расход газа 0,4 г/с, давление в камере $p^0=0,5$ атм. Электромагнитное поле частотой $\omega=1,89 \cdot 10^7$ рад/с индуцируется четырехвитковым индуктором радиусом 3,25 см. Расстояние от начала камеры до первого витка индуктора 2,5 см, длина индуктора 6,25 см. Энерговклад в плазму 5 кВт.

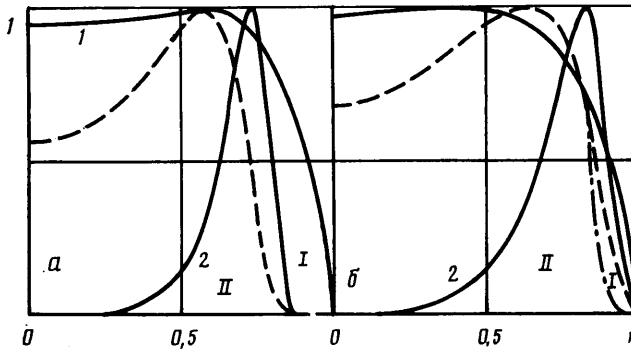
На фиг. 1 приведены типичные картины линий тока (фиг. 1, а) и изотерм (фиг. 1, б) в разрядной камере. Номерам 1–7 соответствуют значения $T \cdot 10^{-3}=1; 3; 5; 7,5; 8; 8,5; 8,7$. Значение безразмерной функции тока на оси равно нулю, на стенке разрядной камеры – 0,5. При этом номера



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

1—6 соответствуют значениям функции тока 0; 0,01; 0,1; 0,3; 0,5; -0,01. Полагается, что $x' = x/R$, $r' = r/R$.

Данная конструкция работает при определяющем влиянии магнитных сил на течение. Отношение величины магнитного давления к скоростному напору $H_{x \max}^2 / (8\pi r_0 u_0^2) = 16,9$. Из-за неоднородного распределения электромагнитного поля в разрядной камере неравномерное магнитное обжатие плазмы приводит к выталкиванию ее из зоны индуктора, и, как следствие, образуется зона с возвратным течением в передней части индуктора (фиг. 1, а). Причем максимальная скорость возвратного потока в этой рециркуляционной зоне достигает 3,4 м/с.

На фиг. 2 показано безразмерное магнитное поле $H_x^\circ = H_x / H_{x \max}$ в разрядной камере. Как видно, распределение поля носит существенно двумерный характер. А профиль магнитного поля вдоль оси разрядной камеры свидетельствует о сильном влиянии распределений концентрации электронов и температуры (а следовательно, проводимости) на поглощение поля в плазме, которое оказывается различным в разных сечениях разряда. Это обстоятельство говорит о том, что сведение краевой задачи для уравнений Максвелла к задаче Коши с заданием профиля магнитного поля на оси индуктора, как это было сделано в [2—3], не совсем корректно. И правильнее в данном случае задавать магнитное поле на поверхности разрядной трубки.

В разряде электромагнитная энергия поглощается электронным газом, а затем за счет упругих и неупругих столкновений передается газу тяжелых частиц. Для давления $p^\circ = 0,5$ атм время релаксации электронной температуры даже за счет упругих соударений $\tau_e \sim 10^{-6}$ с очень мало, поэтому

при данных скоростях потока электронная температура довольно быстро выравнивается с температурой тяжелых частиц. Однако в областях, где напряженность электрического поля значительна, возможен отрыв температуры электронов от температуры тяжелых частиц.

На фиг. 3 изображены распределения температуры электронов (штриховая линия) и температуры тяжелых частиц (сплошная линия) в сечении с $x'=1,9$ (т. е. в зоне индуктора). На периферии разряда имеется заметный отрыв электронной температуры, а в окрестности оси индуктора, где величина электрического поля мала, температуры электронов и тяжелых частиц совпадают. Профили электронной температуры (штриховая линия) и температуры тяжелых частиц (сплошная линия) вдоль разрядной камеры на расстоянии от оси $r'=0,875$ приведены на фиг. 4. Заметный отрыв температуры электронов имеется только в зоне индуктора, далее происходит быстрая релаксация температур.

Особый интерес представляет структура фронта разряда. На фиг. 5 показаны безразмерные распределения (нормированные на свои максимальные значения в данном сечении) температуры T/T_{\max} (сплошная кривая 1), концентрации электронов $n_e/n_{e \max}$ (штриховая линия), тепловыделения $\sigma(E_1^2 + E_2^2)/(\sigma(E_1^2 + E_2^2))_{\max}$ (сплошная кривая 2) и локально-равновесной концентрации электронов $n_{ep}/n_{ep \max}$ (штрихпунктирная линия), взятые в сечении с $x/R=1,5$. На фиг. 5, а изображена структура равновесного разряда, на фиг. 5, б — неравновесного.

В первом случае реализуется типичная картина, свойственная равно-весному высокочастотному разряду. Тепловыделение сосредоточено вблизи максимума температуры (область II на фиг. 5, а). Отчетливо видна зона теплопроводностного прогрева (область I на фиг. 5, а), где тепловыделение практически отсутствует. Механизм распространения разряда является прогрев за счет теплопроводности, подробно рассмотренный в [12].

В неравновесном случае (фиг. 5, б) диффузия и конечные скорости процессов ионизации и рекомбинации приводят к качественно иной картине. Здесь тепловыделение существенно во всем фронте. И, как видно из сопоставления профилей концентрации электронов и локально-равновесной концентрации электронов, можно выделить область диффузии (область I на фиг. 5, б), где основными источниками электронов являются диффузия и область ионизации (область II на фиг. 5, б), что качественно вполне соответствует представлениям, развитым в работе [1], хотя здесь дополнительно накладывается заметное влияние термической неравновесности на профиль концентрации электронов.

Автор благодарен В. В. Луневу и Г. Н. Залогину за постоянное внимание к работе и полезные дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лунев В. В., Семин В. А. Структура неравновесного высокочастотного разряда // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 3. С. 161–169.
2. Boulos M. I., Gagne R., Barnes R. M. Effect of swirl and confinement on the flow and temperature fields in an inductively coupled r.f. plasma // Canad. J. Chem. Engng. 1980. V. 58. № 3. P. 367–375.
3. Mostaghimi J., Proulx P., Boulos M. T. An analysis of the computer modeling of the flow and temperature fields in an inductively coupled plasma // Numer. Heat Transfer. 1985. V. 8. № 2. P. 187–201.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 623 с.
5. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982. 375 с.
6. Лосев С. А., Полянский В. А. Неравновесная ионизация воздуха за фронтом ударной волны при скорости 5–10 км/с // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 1. С. 176–183.

7. Kerrebrock J. L. Nonequilibrium ionization due to electron heating: I. Theory // AIAA Journal. 1964. V. 2. № 6. P. 1072–1080.
8. Козлов Г. И., Кузнецов В. А., Масюков В. А. Лучистые потери аргоновой плазмы и излучательная модель непрерывного оптического разряда // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. № 3. С. 954–964.
9. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 591 с.
10. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 150 с.
11. Van Doormaal J. P., Raithby G. D. Enhancement of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows // Numer. Heat Transfer. 1984. V. 7. № 2. P. 147–163.
12. Райзер Ю. П. Высокочастотный индукционный разряд высокого давления и безэлектродный плазмотрон // Успехи физ. наук. Т. 99. № 4. С. 687–712.

Москва

Поступила в редакцию
29.VIII.89