

УДК 532.546+539.217

© 1991 г.

В. В. КАДЕТ, А. Е. ПОПОВ, В. И. СЕЛЯКОВ

ВЛИЯНИЕ ПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ФЛЮИДОВ НА ФАЗОВЫЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Известно, что линейность закона Дарси нарушается как при больших, так и при малых скоростях фильтрации [1–3]. В первом случае это связано с нарастанием инерционной составляющей гидравлических потерь при течениях под действием больших градиентов давления. Данное явление теоретически исследовалось, например, в [4]. Во втором — с межфазным взаимодействием флюидов и скелета пористого материала на поверхности их контакта [5]. В настоящей работе в рамках перколяционного подхода [6, 7] анализируется поведение фазовых проницаемостей в случае малых скоростей фильтрации, когда на микроуровне (при течении в отдельном поровом канале) флюиды проявляют свойства пластичности [8].

1. Модель процесса. Общая схема расчета параметров фильтрационного процесса при движении в пористой среде пластических жидкостей основана на двух исходных предположениях. Первое касается описания течения флюида на микроуровне — в элементарном капилляре (поровом канале) — и состоит в том, что в качестве закона трения при движении флюидов в капиллярах принимается некоторая аналитическая зависимость скорости сдвиговой деформации $\dot{\gamma}$ от касательных напряжений τ . При этом закон течения вязкого несжимаемого флюида в капилляре имеет вид [8]

$$q = \frac{8\pi R^3}{\tau_*^3} \int_0^{\tau_*} \tau^2 \varphi(\tau) d\tau, \quad \tau_* = R \nabla p \quad (1.1)$$

Здесь q — объемная скорость течения флюида в капилляре, $\varphi(\tau)$ определяется законом трения $\dot{\gamma} = \varphi(\tau)$, R — гидравлический радиус капилляра (в случае кругового цилиндрического капилляра радиуса r $R = r/2$), ∇p — градиент давления в капилляре, τ_* — максимальное напряжение сдвига, возникающее на контакте флюида со стенкой капилляра, где принимается традиционное условие прилипания, т. е. нулевой скорости флюида.

Из (1.1) можно выразить градиент давления флюида в капилляре как функцию потока q : $\nabla p = \nabla p(q)$.

Второе предположение состоит в моделировании структуры порового пространства регулярной решеткой, в узлах которой расположены поры, а ребра-связи есть поровые каналы круговой цилиндрической формы. Все вытекающие из этого следствия, полученные в рамках перколяционного подхода, учитывающего иерархию суммирования выделяемых проводящих цепочек, аналогичны изложенным в [6]. В том числе остается справедливым выражение для функции распределения так называемых r_1 -цепочек, т. е. цепочек проводящих капилляров с минимальным радиусом r_1 , выделенных в направлении действия внешнего ∇P , если в целом в решетке радиусы капилляров распределены в соответствии с некоторой

нормированной функцией плотности распределения $f(r)$

$$n(r_1) = d^{-2}(1 - \xi_c)^{-2\nu} \left| \int_{r_1}^{r_c} f(r) dr \right|^{2\nu}, \quad \xi_c = \frac{D}{z(D-1)} \quad (1.2)$$

Здесь d — период решетки, ν — индекс радиуса корреляции скелета большого кластера флюида при протекании его по решетке, ξ_c — порог протекания, D — размерность задачи, z — координационное число решетки, r_c — критический радиус, связанный с ξ_c соотношением

$$\int_{r_c}^{\infty} f(r) dr = \xi_c \quad (1.3)$$

При протекании по выделенной r_1 -цепочке потока q в каждом капилляре будет действовать локальный градиент ∇p , определяемый (1.1). Усредненный по цепочке макроскопический градиент ∇P есть

$$\nabla P(r_1) = \int_{r_1}^{\infty} \nabla p(q) f(r) dr \left(\int_{r_1}^{\infty} f(r) dr \right)^{-1} \quad (1.4)$$

Откуда устанавливается связь $q(r_1) = q(\nabla P(r_1))$.

Суммарный поток

$$Q = \int_0^{r_c} q(\nabla P(r_1)) dn(r_1) \quad (1.5)$$

Поскольку внешний градиент ∇P одинаков для всех r_1 -цепочек, (1.5) дает связь между потоком Q через пористую среду и приложенным градиентом ∇P (или некоторой функцией от него). Коэффициент пропорциональности в этой зависимости естественно принять за коэффициент проницаемости, деленный на вязкость (возможно, в некоторой степени). Таким образом, предложенная схема расчета (1.1)–(1.5) позволяет определять проницаемость среды, если известны функции $f(r)$, $\varphi(\tau)$ и величины z и d . При расчете относительных фазовых проницаемостей предынтегральный множитель, входящий в (1.2), сокращается, поэтому знание величины d не требуется.

Отметим, что в [7] расчеты проведены для ньютоновского закона вязкого трения $\varphi(\tau) = \tau/\mu$, где μ — динамическая вязкость.

2. Течение с начальным градиентом. Бингамовский пластик. Закон трения с предельным напряжением сдвига при течении вязкопластической жидкости определяется характером ее структурирования в поле поверхностных сил на контакте с твердой поверхностью. Очевидно наиболее общий вид записи такого закона приведен Уилкинсоном [8]

$$\tau = \frac{A\dot{\gamma}}{B + \dot{\gamma}} + \mu\dot{\gamma} \quad (2.1)$$

где A и B — некоторые экспериментально определяемые константы. Для расчета проницаемости по алгоритму (1.1)–(1.5) вид закона $\varphi(\tau)$ не имеет существенного значения. Однако при произвольных A и B выражение (1.1) после взятия интеграла становится чрезвычайно громоздким и неудобным для дальнейшего использования. Поэтому целесообразно рассмотреть для иллюстрации весьма распространенный частный случай (2.1) при $A = \tau_0$, $B/\dot{\gamma} \ll 1$ — бингамовский пластик. Аналогичные реологические свойства проявляют аномальные нефти, содержащие высокомолекулярные компоненты [3].

В этом случае функция $\varphi(\tau)$ будет иметь вид

$$\varphi(\tau) = \frac{\tau - \tau_0}{\mu} \eta(\tau - \tau_0), \quad \eta(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Подстановка (2.2) в (1.1) дает известное соотношение Бингама [8, 9]

$$q = \frac{\pi r^4}{8\mu} \nabla P \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{\nabla P^*}{\nabla P} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{\nabla P^*}{\nabla P} \right)^4 \right], \quad \nabla P^* = \frac{2\tau_0}{r} \quad (2.3)$$

Из (2.3) видно, что даже в рассматриваемом случае $(\nabla P^*/\nabla P) \ll 1$ отношение третьего члена, стоящего в квадратных скобках, ко второму $\sim 0,1$. Следовательно, третьим членом в скобках можно пренебречь и записать для локального ∇P

$$\nabla P(q) = \frac{8\mu}{\pi r^4} q + \frac{4}{3} \nabla P^* \quad (2.4)$$

Подставляя (2.4) в (1.4), получаем значение макроскопического градиента

$$\nabla P(r_1) = \left[\frac{8\mu}{\pi} q(r_1) \int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r^4} + \frac{8\tau_0}{3} \int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r} \right] \left(\int_{r_1}^{\infty} f(r) dr \right)^{-1}$$

откуда

$$q(r_1) = \frac{\pi}{8\mu} \nabla P(r_1) \int_{r_1}^{\infty} f(r) dr \left(\int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r^4} \right)^{-1} - \frac{\pi\tau_0}{3\mu} \int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r} \left(\int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r^4} \right)^{-1} \quad (2.5)$$

Плотность распределения r_1 -цепочек можно рассчитать на основании (1.2)

$$dn(r_1) = \frac{2\nu}{d^2} \frac{1}{(1 - \xi_c)^{2\nu}} \left| \int_{r_1}^{r_c} f(r) dr \right|^{2\nu-1} f(r_1) dr_1 \quad (2.6)$$

Тогда из (1.5) с учетом (2.5) и (2.6) получаем

$$Q = \frac{2\nu}{d^2} \frac{1}{(1 - \xi_c)^{2\nu}} \frac{\pi \nabla P}{8\mu} \int_0^{r_c} \left| \int_{r_1}^{r_c} f(r) dr \right|^{2\nu-1} \left\{ \int_{r_1}^{\infty} f(r) dr \left(\int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r^4} \right)^{-1} - \frac{8}{3} \frac{\tau_0}{\nabla P} \int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r} \left(\int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r^4} \right)^{-1} \right\} f(r_1) dr_1 \quad (2.7)$$

Можно показать, что учет извилистости элементов скелета большого кластера приводит к замене показателя степени $(2\nu-1)$ в выражении (2.7) на показатель ν . Вводя далее обозначения $\lambda = 4^{-1} \nu \pi d^{-2} (1 - \xi_c)^{-2\nu}$ и $r_m = 2\tau_0/\nabla P$, на основании (2.7) получаем выражение для абсолютной проницаемости среды для бингамовского пластика с предельным сдвигом τ_0 при данном градиенте ∇P

$$K_0 = \lambda \int_0^{r_c} \left| \int_{r_1}^{r_c} f(r) dr \right|^\nu \int_{r_1}^{\infty} f(r) \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r_m}{r} \right) dr \times \\ \times \left(\int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r^4} \right)^{-1} f(r_1) dr_1 \eta \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r_m}{r} \right) \quad (2.8)$$

При учете всех слагаемых в (2.3) η -функция имела бы в (2.8) своим аргументом $(1-r_m/r)$. Это отражало бы тот очевидный факт, что капилляры с $r < r_m$ при данных τ_0 и ∇P оказываются непроницаемыми для бингамовской жидкости. Однако пренебрежение последним слагаемым в квадратных скобках (2.3) вносит погрешность $\sim 30\%$ в величину r_m .

3. Течение без начального градиента. Псевдопластические и дилатантные жидкости. Течение ряда жидкостей, представляющих собой коллоидные растворы, эмульсии или тонкодисперсные взвеси, описывается нелинейным законом трения без предельного напряжения сдвига [3, 8]

$$\varphi(\tau) = (\tau/\kappa)^{1/n} \quad (3.1)$$

где κ — некоторый аналог вязкости, n — экспериментально определяемый показатель. Установлено [3], что закон (3.1) при $n < 1$ хорошо отражает поведение эмульсионных и полимерных растворов, используемых, например, при «полимерном» заводнении (псевдопластические жидкости), а при $n > 1$ — свойства фильтрующихся взвесей, что часто имеет место при добыче воды и в процессе подземного выщелачивания (дилатантные жидкости).

Не останавливаясь в данном случае на подробностях реализации схемы (1.1)–(1.5), приведем конечный результат расчета абсолютной проницаемости для указанного типа вязкопластических флюидов

$$K_0 = \frac{2^{3-1/n}}{3+1/n} \lambda \int_0^{r_c} \left[\int_{r_1}^{\infty} f(r) dr / \int_{r_1}^{\infty} f(r) \frac{dr}{r^{3n+1}} \right]^{1/n} \left| \int_{r_1}^{r_c} f(r) dr \right|^v f(r_1) dr_1 \quad (3.2)$$

4. Расчет фазовых проницаемостей. Выводы. На основании (2.8) и (3.2) в рамках подхода [7] могут быть рассчитаны относительные фазовые проницаемости в случае равновесной фильтрации вязкопластических жидкостей. Рассматривая для определенности аналогично [7] процесс вытеснения гидрофильной жидкости гидрофобным флюидом (и отмечая относящиеся к ним величины соответственно индексами 1 и 2), выделяем части $f(r)$, характеризующие распределение в поровом пространстве каждой из фаз. Это оказывается возможным и в случае пластических жидкостей, если пластическое сопротивление $G \sim \tau/R$ много меньше капиллярного $J \sim \sigma/R^2$, где σ — поверхностное натяжение на границе фильтрующихся фаз.

Данный вопрос детально проанализирован в [10], где показано, что условия малости как гидродинамических (вязкостных), так и пластических сил по сравнению с капиллярными имеют общую область применимости — область не слишком больших значений ∇p и, следовательно, не слишком больших локальных скоростей. Поскольку в рамках данной работы рассматривается случай малых скоростей фильтрации, предположение о характере распределения флюидов в поровом пространстве, использовавшееся в [7] для вязких жидкостей, можно считать справедливым и для вязкопластических жидкостей.

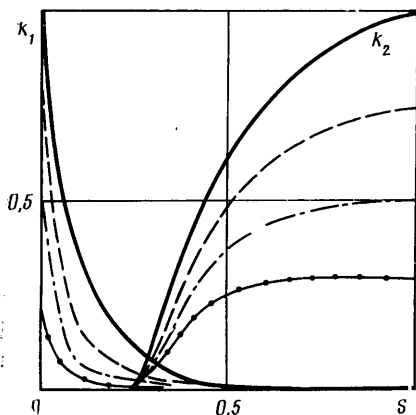
Граница между функциями $f_1(r)$ и $f_2(r)$ есть величина r_K , определяемая разностью давлений в фазах P_K

$$r_K = \frac{2\sigma \cos \theta}{P_K}$$

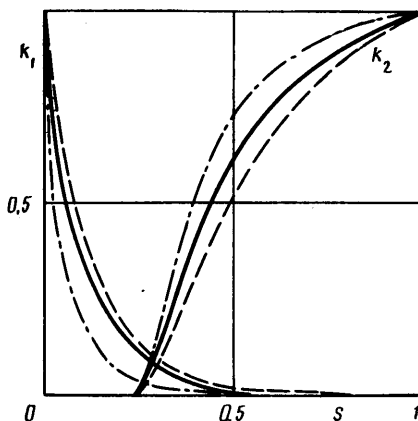
где θ — угол смачивания на контакте этой границы с поверхностью твердой фазы. Соответственно абсолютные проницаемости для фаз K_i ($i=1, 2$) могут быть рассчитаны по (2.7) и (3.2) следующим образом. Для K_2 нижний предел интегрирования заменяется на r_K , а в качестве $f(r)$ фигурирует $f_2(r)$. Для K_1 сами соотношения (2.7) и (3.2) не изменяются, лишь вместо $f(r)$ используется $f_1(r)$, однако r_c в этом случае устанавливается не из (1.3), а из зависимости

$$\int_{r_c}^{r_K} f(r) dr = \xi_c$$

Отметим, что в принципе фильтрующиеся флюиды могут обладать различными пластическими свойствами и алгоритм расчетов K_i по (2.7), (3.2) никак от этого не зависит. Необходимо лишь при переходе к относительным фазовым проницаемостям $k_i = K_i/K_{0i}$ учесть, что при этом каждому из флюидов будет соответствовать своя



Фиг. 1



Фиг. 2

абсолютная проницаемость среды K_{0i} . Для анализа качественных тенденций в поведении величин k_i ограничимся исследованием случаев фильтрации флюидов с одинаковыми пластическими свойствами. При этом каждый вариант расчетов будет характеризоваться единым значением абсолютной проницаемости среды K_0 .

Относительные фазовые проницаемости $k_i = K_i/K_0$ ($i=1, 2$) являются функциями r_K , и для получения зависимостей $k_i(S)$, где S — насыщенность, необходимо задать какую-либо моделью, определяющей связь $S(r_K)$. В качестве насыщенности S как независимого аргумента можно выбирать любую — S_1 или S_2 , так как в рассматриваемом случае несжимаемых жидкостей $S_1 + S_2 = 1$. В [7] изложены два предельных случая: модель капилляров, когда капилляры стыкуются непосредственно, без участия крупных пор, и модель пор, когда стыковка капилляров-связей идет через крупные поры-узлы. В [11] представлены примеры расчетов по обоим моделям. Выбор модели для расчета $S(r_K)$ зависит, очевидно, от реальной структуры порового пространства конкретной пористой среды.

В качестве иллюстрации приведем результаты расчетов для простой кубической решетки ($z=6$) с модельной функцией $f(r) = r_0 r^{-2} \eta(r-r_0)$, в которых в качестве переменной насыщенности S использовалась насыщенность среды вытесняющим менее смачивающим флюидом S_2 , а для установления связи $S(r_K)$ использовалась модель пор.

На фиг. 1 приведены результаты расчетов $k_i(S)$ для бингамовского пластика. Сплошными линиями показаны кривые фазовых проницаемостей для предельного случая ньютоновских жидкостей ($\tau_0=0$), штриховой — для случая $r_m/r_0=1$, штрихпунктирной — для $r_m/r_0=2$, сплошной с точками — для $r_m/r_0=3$. Видно, что с ростом τ_0 фазовые проницаемости как вытесняющего, так и вытесняемого флюида резко уменьшаются, поэтому при добыче аномальных нефтей желательно максимальное снижение предельного сдвига.

Полученные результаты качественно удовлетворительно согласуются с данными экспериментов [12], а также с результатами численных расчетов [13] на решеточной модели, выполненных в развитие [14]. В последнем случае неньютоновской (бингамовской) жидкостью является только нефть (вода — ньютоновская), и именно для нее наблюдается характерное изменение кривой $k_2(S)$, аналогичное показанному на фиг. 1.

На фиг. 2 даны графики зависимостей $k_i(S)$ для вязкопластических и дилатантных жидкостей. Сплошными линиями показаны кривые $k_i(S)$ для случая $n=1$ (ньютоновские жидкости), штриховыми — для $n=2$ (дилатантные флюиды), штрихпунктирными — для $n=1/2$ (псевдопластические флюиды). При изменении показателя в (3.1), а тем более при переходе от одного типа флюидов к другому (от $n > 1$ к $n < 1$) фазовые проницаемости существенно меняются, что может быть использовано в различных приложениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.
2. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
3. Басниев К. С., Власов А. М., Кочина И. Н., Максимов В. М. Подземная гидравлика. М.: Недра, 1986. 303 с.

4. *Кадет В. В., Шапиро А. А.* Определение инерционных и вязкостных потерь при нелинейной фильтрации жидкости в пористой среде // Фильтрация неоднородных систем. М.: ВНИИГАЗ, 1988. С. 20–26.
5. *Ростовский Н. С., Селяков В. И.* Влияние микронеоднородности среды на закон фильтрации // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 2. С. 84–94.
6. *Селяков В. И.* Проводимость зернистых и кавернозных сред // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1986. № 12. С. 44–52.
7. *Кадет В. В., Селяков В. И.* Перколяционная модель двухфазной фильтрации // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 1. С. 88–95.
8. *Уилкинсон У. Л.* Неньютоновские жидкости: Пер. с англ. М.: Мир, 1964. 216 с.
9. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973. 847 с.
10. *Бернадинер М. Г., Енгов В. М.* Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М.: Наука, 1975. 199 с.
11. *Глушко С. П., Кадет В. В., Селяков В. И.* Перколяционная модель двухфазной равновесной фильтрации в среде с микрогетерогенной смачиваемостью // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 5. С. 86–93.
12. *Ковалев А. Г., Пейсахов С. И.* Относительные фазовые проницаемости при фильтрации смесей неньютоновских нефтей с водой и газом // Применение неньютоновских систем в добыче нефти. М.: ВНИИОЭНГ, 1970. С. 56–61.
13. *Белихова М. В., Данилова Н. А., Енгов В. М., Ченсин Э.* Моделирование неравновесной и нелинейной фильтрации в сетке капилляров // Численное решение задач фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск, 1977. С. 17–24.
14. *Енгов В. М., Фельдман А. Я., Ченсин Э.* Программное моделирование процесса капиллярного вытеснения в пористой среде // Программирование. 1975. № 3. С. 67–74.

Москва

Поступила в редакцию
2.1.1990