

УДК 532.546

© 1991 г.

В. В. КУЗНЕЦОВ, В. Е. НАКОРЯКОВ, С. А. САФОНОВ

**ЯЗЫКООБРАЗОВАНИЕ ПРИ НЕСМЕШИВАЮЩЕМСЯ ВЫТЕСНЕНИИ
В ДВУХСЛОЙНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ**

При несмешивающемся вытеснении нефти водой в слоисто-неоднородных пористых средах фронт вытеснения неустойчив и поэтому происходит опережающее внедрение воды в пропласток с большей проницаемостью. Это неоднократно наблюдалось экспериментально [1, 2] и в численных решениях [3]. При малых скоростях вытеснения капиллярная пропитка воды в пропласток с меньшей проницаемостью может стабилизировать вытеснение и язык в высокопроницаемом пропластке не развивается [1, 2]. Вместе с тем в литературе имеются только эмпирические критерии, характеризующие условия стабилизации вытеснения в насыщенных пористых средах, и их перенос на другие типы сред не обоснован.

В данной работе рассмотрено влияние капиллярных перетоков жидкостей на структуру фронта вытеснения в двухслойной пористой среде с различной проницаемостью пропластков. Показано, что капиллярные перетоки жидкостей вдоль искривленного фронта вытеснения могут приводить к стабилизации вытеснения. Получены приближенные выражения для предельной длины языка и коэффициента вытеснения нефти к моменту прорыва воды в зависимости от параметров вытеснения и вида функциональных параметров двухфазного течения в пористой среде; проведено сравнение полученных результатов с данными численных расчетов и экспериментальными данными.

Рассмотрим течение двух несмешивающихся жидкостей в двухслойной пористой среде в двумерной постановке без учета силы тяжести. Система уравнений двухфазной фильтрации, записанная в переменных s и p_2 , где s — нормализованная насыщенность вытесняющей жидкости (водонасыщенность) и p_2 — давление в вытесняемой жидкости, для высокопроницаемого пропластка имеет вид [4]

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \text{div}(\epsilon_H a(s) \nabla s - \mathbf{v}F(s)) \tag{1}$$

$$\text{div } \mathbf{v} = 0, \quad \mathbf{v} = -M(s) \nabla p, \quad p = p_2 + \epsilon_H \int_s^1 F(s) \frac{dJ(s)}{ds} ds \tag{2}$$

$$s = \begin{cases} s_1 - s_{10} \\ s_{11} - s_{10} \end{cases}, \quad a(s) = -k_2(s) F(s) \frac{dJ(s)}{ds}$$

$$M(s) = \begin{cases} k_1(s) + k_2(s) \\ \mu_0 k_2(0) + k_2(0) \end{cases}, \quad F(s) = \begin{cases} k_1(s) \\ k_1(s) + \mu_0 k_2(s) \end{cases}$$

$$\epsilon_H = \begin{cases} \sigma \sqrt{k_0 m_0} \\ u_0 \mu_2 H \end{cases}, \quad p_2 = \begin{cases} p_2^* k_0 k_2(s_{10}) \\ u_0 \mu_2 H \end{cases}, \quad t = \begin{cases} t^* u_0 \\ t^* m_0 H (s_{11} - s_{10}) \end{cases}$$

$$x = x^*/H, \quad y = y^*/H, \quad v = \mathbf{u}/u_0$$

Для малопроницаемого пропластка система уравнений двухфазной фильтрации имеет вид

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \operatorname{div}(\varepsilon_H \sqrt{k_* m_*} a(s) \nabla s - v F(s)) \quad (3)$$

$$\operatorname{div} v = 0, \quad v = -K_* M(s) \nabla p, \quad p = p_2 + \frac{\varepsilon_H}{\sqrt{k_* m_*}} \int_s^1 F(s) \frac{dJ}{ds} ds \quad (4)$$

Здесь v — суммарная скорость фильтрации жидкостей, $M(s)$ — подвижность смеси при насыщенности s , отнесенная к начальной подвижности при $s=0$, $F(s)$ — функция Баклея — Леверетта, $k_i(s)$ — относительные фазовые проницаемости, $J(s)$ — функция Леверетта, $\mu_0 = \mu_1/\mu_2$ — отношение вязкостей жидкостей; k_* , m_* — отношение проницаемостей и пористостей мало- и высокопроницаемого пропластков; t^* , x^* , y^* , p^* , u — размерные время, координаты, давление и скорость фильтрации смеси, H — суммарная ширина пропластков, u_0 — скорость фильтрации смеси при $x=0$, m_0 и k_0 — пористость и проницаемость высокопроницаемого пропластка, s_{10} и s_{11} — начальное и конечное значения водонасыщенности, индексы 1 и 2 относятся к вытесняющей и вытесняемой жидкостям, σ — межфазное натяжение.

Течение рассматривается в прямоугольной области $\Omega = \{0 \leq x \leq L/H, -h \leq y \leq 1-h\}$ с малопроницаемым $\Omega_2 = \{0 \leq x \leq L/H, -h \leq y \leq 0\}$ и высокопроницаемым $\Omega_1 = \{0 \leq x \leq L/H, 0 \leq y \leq 1-h\}$ пропластками, где h — безразмерная толщина малопроницаемого пропластка. На боковых границах $y = -h$ и $1-h$ задаются условия непротекания, на границах пропластков — условие равенства расходов жидкостей и условие капиллярного равновесия, давление вытесняемой жидкости непрерывно во всей области течения и $p_2 = 0$ при $x = L/H$.

Вытеснение происходит в направлении оси x при заданном суммарном расходе закачиваемой жидкости при $x=0$ или заданном перепаде давления Δp . В начальный момент времени область течения полностью заполнена вытесняемой жидкостью ($s=0$). Рассматривается вытеснение с малыми значениями безразмерного параметра $\varepsilon_L = \varepsilon_H H/L \ll 1$, так что в решении можно выделить узкую стабилизированную зону с большими продольными градиентами водонасыщенности при $L/H \gg 1$.

При вытеснении в двухслойной пористой среде фронт вытеснения перемещается с большей скоростью в высокопроницаемом, чем в малопроницаемом пропластках. Это приводит к формированию языка с головной частью в высокопроницаемом пропластке Ω_1 и с хвостовой — в малопроницаемом. Для искривленного фронта вытеснения уравнение изосаты с насыщенностью s_j (изолиния, насыщенность вытесняющей жидкости вдоль которой постоянна и равна s_j) можно представить в виде $s(\eta_j(y, t), y, t) = s_j$. С учетом дифференциальных соотношений на изосате уравнение (1) можно преобразовать к виду [5]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta_j}{\partial t} &= \frac{dF}{ds} \left(v_x - v_y \frac{\partial \eta_j}{\partial y} \right) + \varepsilon a(s) \frac{\partial^2 \eta_j}{\partial y^2} - \\ &- \varepsilon \left[1 + \left(\frac{\partial \eta_j}{\partial y} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \left(a(s) \frac{\partial s}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Зададим форму языка так, что функция $\eta_j(y, t)$ положительна в области Ω_1 (максимальна при $y=1-h$) и отрицательна в области Ω_2 (минимальна при $y=-h$). Из уравнения неразрывности в (2), (4) следует, что компонента скорости $v_y \sim v_x H/L$ и она мала во всей области вытеснения при $H/L \ll 1$. Тогда скорости переноса изосаты в направлении оси x в высоко- и малопроницаемом пропластках, равные $\partial \eta_j / \partial t$, в силу (5) и (3) име-

ЮТ ВИД

$$W_j^k = \frac{dF^k}{ds} v_x^k + \varepsilon_H^k a^k \frac{\partial^2 \eta_j}{\partial y^2} - \varepsilon_H^k \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \left(a(s) \frac{\partial s}{\partial x} \right) \Big|_{s=s^k} \quad (6)$$

$$a^k = a(s_k), \quad k=l, t, \quad \varepsilon_H^l = \varepsilon_H, \quad \varepsilon_H^t = \varepsilon_H \sqrt{k_* m_*}$$

и определяются неравномерностью скорости фильтрации в пропластках, кривизной изосаты и капиллярной диффузией в направлении течения. Индексы l и t соответствуют высоко- и малопроницаемому пропласткам.

В пределах стабилизированной зоны скорости переноса различных насыщенностей совпадают со скоростью переноса некоторой изосаты s_f , называемой фронтовой [6]. Для определения скорости переноса фронта вытеснения в пропластках рассмотрим элемент пористой среды, включающий в себя стабилизированную зону с характерной длиной l , и применим к нему уравнение сохранения массы в интегральном виде [6]. Ориентируя контрольный элемент среды по нормали к фронту вытеснения и учитывая, что поперечные компоненты скорости фильтрации малы, после предельного перехода от элемента к отрезку длиной l получим уравнение переноса фронта вытеснения в пропластках с учетом его кривизны в виде

$$s_f^k \frac{\partial \eta_f}{\partial t} = F_j^k v_x^k + \varepsilon_H^k \Phi_f^k \frac{\partial^2 \eta_f}{\partial y^2} - \varepsilon_H^k a_f^k \left[1 + \left(\frac{\partial \eta_f}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial s}{\partial x} \Big|_{s=s_f^k} \quad (7)$$

$$\Phi_f^k = \int_0^{s_f^k} a(\xi) d\xi, \quad F_j^k = F(s_f^k), \quad k=l, t$$

где s_f^k — насыщенность на фронте вытеснения. Используя то, что скорости переноса фронтовой изосаты и собственно фронта вытеснения совпадают, сравнивая соответствующие соотношения в (6) и (7), можно определить при известной кривизне фронты насыщенности вытесняющей жидкости на фронте вытеснения в пропластках. При $\varepsilon_H=0$ фронтовая насыщенность равна фронтовой насыщенности в задаче Баклея — Леверетта s_c [6], а при $\varepsilon_H \neq 0$ она зависит от кривизны фронта и может существенно отличаться от s_c , уменьшаясь в высокопроницаемом и увеличиваясь в малопроницаемом пропластках.

Из соотношений (7) следует, что капиллярные перетоки вдоль искривленного фронта снижают скорость его переноса в области Ω_1 , так как $\Phi_f^l > 0$ и $\partial^2 \eta_f / \partial y^2 < 0$, и увеличивают в области Ω_2 , поскольку $\Phi_f^t > 0$, $\partial^2 \eta_f / \partial y^2 > 0$. Вследствие этого капиллярные перетоки, возрастающие с ростом языка, могут стабилизировать его длину. При стабилизированном вытеснении скорости переноса фронта вытеснения в пропластках совпадают и равны W_e . Тогда из (7) следует уравнение для определения функций $\eta_f(y)$ в пропластках

$$s_f^k W_e = F_j^k v_x^k + \varepsilon_H^k \Phi_f^k \frac{d^2 \eta_f}{dy^2} - \varepsilon_H^k \left[1 + \left(\frac{d\eta_f}{dy} \right)^2 \right] a_f^k \frac{ds}{dx} \Big|_{s=s_f^k} \quad (8)$$

Из условия непротекания величина $\partial \eta_f / \partial y = 0$ при $y = -h$ и $1-h$. Условие сшивки решений на границе пропластков следует из условия непрерывности потока вытесняющей жидкости в стабилизированной зоне при $y=0$

$$v_{1,y} = F_j^l v_y^l + \varepsilon_H \Phi_f^l \frac{\partial \eta_f}{\partial y} = F_j^t v_y^t + \varepsilon_H \sqrt{k_* m_*} \Phi_f^t \frac{\partial \eta_f}{\partial y} \quad (9)$$

Величина поперечной скорости фильтрации $v_y \sim v_x H/L \ll 1$, поэтому первым слагаемым в (9) можно пренебречь по сравнению со вторым при

$\varepsilon_H \ll 1$, условие сшивки принимает вид

$$\varepsilon_H \Phi_f^i \frac{\partial \eta_f}{\partial y} = \varepsilon_H \sqrt{k_* m_*} \Phi_f^i \frac{\partial \eta_f}{\partial y} \quad (y=0) \quad (10)$$

Вблизи фронта вытеснения суммарные скорости фильтрации определяются отношением проницаемостей пропластков, так как в незаводненной области поперечные перетоки отсутствуют. Используя равенство расходов в любом поперечном сечении области течения расхода вытесняющей жидкости на входе, получим из (2) и (4) соотношения для определения продольных составляющих суммарной скорости фильтрации в пропластках

$$v_x^i = \frac{v_0}{1+h(k_*/M_f^i-1)}, \quad v_x^t = \frac{v_0 k_*/M_f^t}{1+h(k_*/M_f^t-1)} \quad (11)$$

где v_0 — усредненная по сечению пористой среды скорость фильтрации при $x=0$. При постоянном расходе $v_0=1$.

Решение (8) с учетом (10) и (11) имеет вид

$$\eta_f^i(y) = -\varphi_l \ln \left[\frac{\cos(\alpha_l(y-1+h)/\varphi_l)}{\cos(\alpha_l(1-h)/\varphi_l)} \right] \quad (0 \leq y \leq 1-h) \quad (12)$$

$$\eta_f^t(y) = -\varphi_l \ln \left[\frac{\text{ch}(\alpha_l(y+h)/\varphi_l)}{\text{ch}(\alpha_l h/\varphi_l)} \right] \quad (-h \leq y \leq 0)$$

$$\alpha_l \text{tg} \left(\frac{\alpha_l(1-h)}{\varphi_l} \right) = \frac{\Phi_f^t}{\Phi_f^i} \sqrt{k_* m_*} \alpha_l \text{th} \left(\frac{\alpha_l h}{\varphi_l} \right) \quad (13)$$

$$\Phi_k = \Phi_f^k a_f^k \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right) \Big|_{s=s_f^k}, \quad \alpha_k^2 = 1 - \frac{(F_f^k v_x^k - s_f^k W_{\varepsilon} m_*) \Phi_k}{\Phi_f^k \varepsilon_H^k}$$

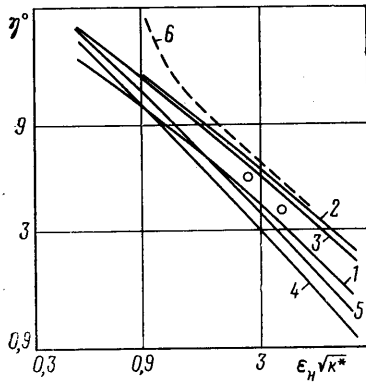
Соотношение (13) следует из условия (10) и определяет скорость переноса стабилизированного капиллярными перетоками фронта вытеснения при заданной величине параметра ε_H . Соотношение (13) определяет также коэффициент вытеснения нефти из пропластков к моменту прорыва воды из образца пористой среды.

При произвольном числе пропластков форма стабилизированного капиллярными перетоками фронта вытеснения определяется таким же образом с использованием условия сшивки решений на границе пропластков (10).

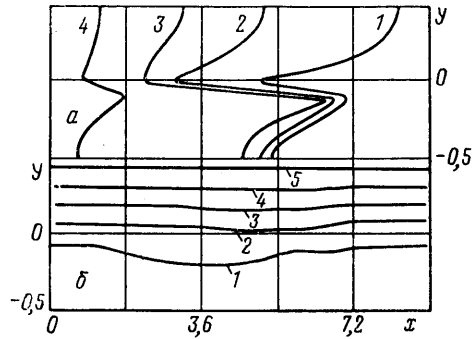
Выражения (12), (13) определяют предельную длину языка, равную сумме длин языка в высокопроницаемом и малопроницаемом пропластках: $\eta^0 = \eta_0^i + \eta_0^t$, где η_0^i — значение $\eta^i(y)$ при $y=1-h$ и η_0^t — значение $\eta^t(y)$ при $y=-h$.

Зависимости предельной длины языка от параметра $\varepsilon_H \sqrt{k_*}$ для различных значений k_* , μ_0 и h при функциональных параметрах вида $k_1(s) = s^2$, $k_2(s) = (1-s)^2$, $J(s) = 1-s$ приведены на фиг. 1. Расчеты проведены для $H/L=0,1$, $m_*=1$ при значениях $h=0,5$, $\mu_0=0,1$, $k_*=0,5$ — кривая 1, $k_*=0,1-2$ и $k_*=0,01-3$; $\mu_0=1$, $k_*=0,1$ — кривая 6; $h=0,9$, $\mu_0=0,1$, $k_*=0,1$ — кривая 4 и $k_*=0,01-5$.

Величины фронтовых насыщенных в пропластках и градиенты насыщенности за фронтом вытеснения оценивались из решения задачи Баклея — Леверетта (например, при $\mu_0=0,1$ фронтовая насыщенность равна 0,3). Результаты расчетов показали, что предельная длина языка определяется в основном безразмерным параметром $\varepsilon_H \sqrt{k_*}$, характеризующим интенсивность капиллярных перетоков в малопроницаемом пропластке, функциональными параметрами $k_i(s)$ и $J(s)$ и в меньшей степени соотношением толщин пропластков, отношением их проницаемостей и вязкостей жидкостей, что соответствует данным [1, 2]. Таким образом, зада-



Фиг. 1



Фиг. 2

ваясь предельно возможной длиной языка из условий эффективности заводнения, по (12), (13) можно оценить возможную скорость закачки воды в пропластки.

При получении приближенного решения (12) системы уравнений (1)–(4) был сделан ряд предположений. Для определения их достоверности выполнены численные расчеты вытеснения в двухслойной пористой среде при $H/L=0,1$ и функциональных параметрах, соответствующих фиг. 1. Расчеты выполнялись с учетом граничных условий на границе пропластков [3] в переменных нормализованная насыщенность вытесняющей жидкости — давление в вытесняющей фазе. Поле насыщенности определялось по явной консервативной разностной схеме с автоматическим выбором шага. Уравнение для давления аппроксимировалось по консервативной разностной схеме второго порядка точности на пятиточечном шаблоне. Полученная система алгебраических уравнений решалась методом последовательной верхней релаксации.

Результаты расчета поля водонасыщенности (изолинии $s=\text{const}$) и функции тока для момента времени $t=0,38$ при $h=0,5$, $\mu_0=0,1$, $k_*=0,1$, $\epsilon_n \sqrt{k_*}=0,37$, $H/L=0,1$ приведены на фиг. 2; кривые 1–4 на фиг. 2, а соответствуют изосатам $s=0,1, 0,2, 0,3, 0,4$; кривые 1–5 на фиг. 2, б соответствуют изолиниям функции тока $\psi=0,1, 0,3, 0,5, 0,7, 0,9$. Вытеснение стабилизировано капиллярными перетоками и длина языка не увеличивается во времени при $t>0,2$. Изолинии функции тока показывают, что поперечная компонента скорости фильтрации смеси мала во всей области вытеснения, в особенности вблизи фронта вытеснения, и выравнивание фронта вытеснения в пропластках происходит из-за капиллярных перетоков вдоль фронта. Полученные в численных расчетах предельные длины языков показаны точками на фиг. 1 для $h=0,5$; $\mu_0=0,1$; $k_*=0,1$. Длина языков, полученная в численном расчете, близка к предельной длине языков в соответствии с (12) — кривая 2, следовательно, соотношения (12) позволяют оценивать условия стабилизированного вытеснения с заданной длиной языка.

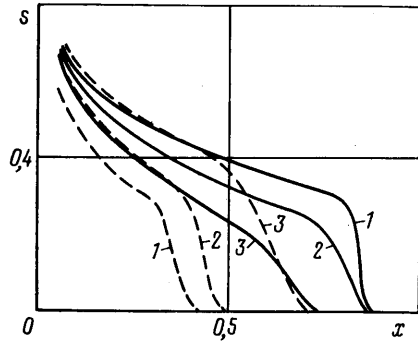
Вместе с тем приближенные расчеты дают большее значение длины языка, чем численные решения. Это связано с изменением фронтовых насыщенных при искривленном фронте вытеснения по сравнению с решением задачи Баклея — Леверетта. Капиллярные перетоки снижают фронтовую насыщенность в высокопроницаемом и увеличивают в малопроницаемом пропластках в соответствии с (6) и (7) — это видно из фиг. 3 ($s_c=0,3$), где приведены структуры скачков насыщенности в головной ($y=0,5$ — сплошная кривая) и хвостовой ($y=-0,5$ — штриховая кривая)

частях языка при $t=0,27$, $H/L=0,1$; $\mu_0=0,1$; $k_*=0,5$: 1 — $\varepsilon_H \sqrt{k_*}=0$, 2 — 0,14, 3 — 0,68.

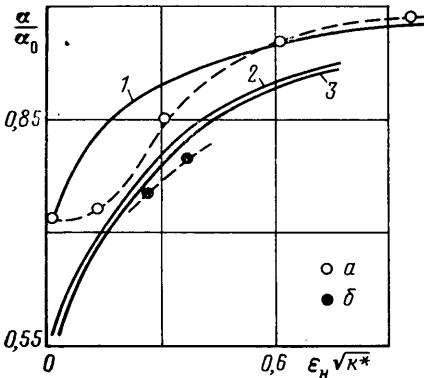
Для поля водонасыщенности (фиг. 2) величины фронтальной водонасыщенности в высокопроницаемом и малопроницаемом пропластках близки к 0,1 и 0,35. Изменение фронтовых насыщенныхностей изменяет отношение подвижностей M_f^h , величины Φ_f^h и F_f^h и, следовательно, предельную длину языка. Коррекция решения (12) может быть сделана с учетом (6) и (7), что сближает данные численных и приближенных расчетов.

При увеличении параметра $\varepsilon_H \sqrt{k_*}$ скорость фронта вытеснения снижается и коэффициент вытеснения в момент прорыва воды из пористой среды возрастает. На фиг. 4 приведены результаты расчетов коэффициента вытеснения к моменту прорыва воды, полученные по (12), и отнесенные к коэффициенту вытеснения в момент прорыва воды, для однородной пористой среды при $H/L=0,1$; $h=0,5$; $\mu_0=0,1$. Кривая 1 соответствует $k_*=0,5$; 2 — 0,1 и 3 — 0,01;

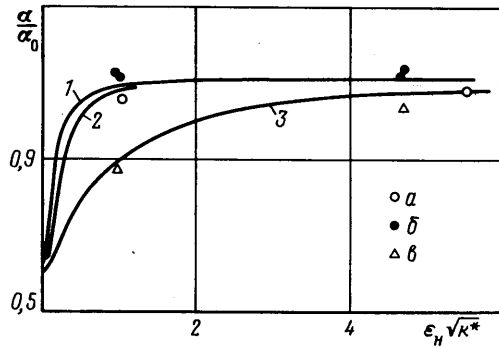
точки a — данные численных расчетов при $k_*=0,5$; b — 0,1. Для малых значений $\varepsilon_H \sqrt{k_*}$ при $k_*=0,5$ данные численных и приближенных расчетов существенно расходятся. Это связано с тем, что при близких проницаемостях пропластков скорости фильтрации смеси в них и скорости переноса



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

фронтовых насыщенныхностей различаются мало. Поэтому в численных решениях нестационарной задачи предельная длина языков не достигалась при длине пропластков $H/L=0,1$ и $\varepsilon_H \sqrt{k_*} < 0,6$ (фиг. 3, кривая 2); данные численных расчетов лежат ниже, чем данные для полностью стабилизированного вытеснения (фиг. 4).

На фиг. 5 приведены рассчитанные по (12) коэффициенты вытеснения к моменту прорыва воды в двухслойной пористой среде для $H/L=0,05$; $k_*=0,46$; $h=0,6$ при фазовых проницаемостях и функции Леверетта, соответствующих гидрофильному (кривые 1, 2) и гидрофобному (кривая 3) кварцевому песку. Здесь же точками a , b , b показаны соответствующие экспериментальные данные. Кривая 1 соответствует отношению вязкостей жидкостей 1, 2 и 3 — $\mu_0=8$. Эксперименты проводились при постоянном расходе закачиваемой воды для кварцевого песка, первоначально запол-

ненного углеводородными жидкостями с различной вязкостью, в присутствии связанной воды. Относительные фазовые проницаемости и функция Леверетта определялись экспериментально для используемой в опытах пористой среды.

Все опытные данные как для гидрофильной, так и гидрофобной пористых сред соответствуют стабилизированному вытеснению и хорошо обобщаются расчетом по (12). Перераспределение жидкостей в пропластах из-за капиллярных перетоков вдоль искривленного фронта вытеснения может приводить к увеличению коэффициента вытеснения нефти к моменту прорыва воды для слоисто-неоднородной пористой среды даже по сравнению с однородной пористой средой (величина коэффициента вытеснения больше единицы при $\epsilon_H = \sqrt{k_*} > 0,3$ — кривая 1 на фиг. 5). Различие в кривых 2 и 3 на фиг. 5 связано с различным видом относительных фазовых проницаемостей и функции Леверетта для гидрофильной и гидрофобной пористых сред.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бан А., Богомолова А. Ф., Максимов В. А. и др. Влияние свойств горных пород на движение в них жидкости. М.: Гостоптехиздат, 1962. 275 с.
2. Оганджанянц В. Г., Сафаров И. А. О полноте извлечения нефти из двухслойных пористых сред // Журн. прикл. механики и техн. физики. 1962. № 6. С. 141–143.
3. Королев А. В., Шалимов Б. В., Швидлер М. И. Численное решение одномерных и двумерных задач фильтрации несмешивающихся жидкостей с учетом гравитационных и капиллярных сил // Численные методы решения задач фильтрации несжимаемой жидкости. Новосибирск, 1975. С. 155–169.
4. Антонцев С. Н., Кажихов А. В., Монахов В. Н. Красные задачи механики неоднородных жидкостей. Новосибирск: Наука, 1983. 319 с.
5. Бочаров О. Б., Кузнецов В. В. Развитие вязкостной неустойчивости в пористой среде с учетом капиллярных сил // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 1. С. 115–120.
6. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.

Новосибирск

Поступила в редакцию
7.IX.1989