

**МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 1 • 1991**

УДК 532.529

© 1991 г.

Л. М. ГАЛИЕВА, Ю. П. ГУПАЛО

**О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЛОКАЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ
ПСЕВДООЖИЖЕННОГО СЛОЯ**

В связи с анализом процессов переноса в псевдоожиженных слоях рассматривается установившееся движение системы локальных неоднородностей пористости слоя, моделируемых пакетами частиц. Взаимодействие неоднородностей учитывается на основании ячеекной модели. В приближении двойного континуума определяются поля скоростей и распределение давлений твердой и газовой фаз, скорость всплыния (погружения) системы пакетов. Исследуются режимы течения оживающего агента. Показано, что с увеличением концентрации пакетов в слое скорость их движения уменьшается, а область циркуляции дисперсионной среды, охватывающая пакет или вмороженная внутри него, сжимается. Найдена зависимость расхода оживающего агента через поперечное сечение реактора от концентрации пакетов в слое.

Стационарное движение одиночной сферической неоднородности пористости слоя (пакета частиц) подробно рассмотрено на основании модели взаимопроникающих взаимодействующих сплошных сред [1, 2]. Найдены важнейшие характеристики течения фаз, скорость движения пакета.

На практике, как правило, количество пакетов в слое велико, а расстояние между ними обычно не превышает нескольких диаметров пакетов [3]. Поэтому представляет интерес обобщение модели неоднородностей псевдоожиженного слоя, учитывающее коллективное движение системы неоднородностей и их взаимное влияние.

Получение точного аналитического решения гидродинамической задачи об определении полей течения фаз в псевдоожиженном слое при наличии системы локальных неоднородностей связано со значительными трудностями, поэтому ниже делается попытка учесть взаимодействие неоднородностей на основании приближенной ячеекной модели [4].

1. Постановка задачи о движении системы пакетов частиц. Будем рассматривать псевдоожиженный слой как двойной континуум, состоящий из двух взаимопроникающих взаимодействующих сплошных сред, моделирующих фазы твердых частиц и оживающего агента [5]. Движение обеих фаз будем описывать в рамках модели идеальной жидкости, пре-небрегая девиаторами тензоров напряжений в уравнениях сохранения импульса. Однако зависящие от вязкости члены в выражениях для силы межфазного взаимодействия будут учтены. Предполагается, что скорости относительного движения фаз невелики и справедливо приближение линейного межфазного взаимодействия [5]

$$\mathbf{f} = -\rho \nabla p_f - \rho(\mathbf{w} - \mathbf{v})F(\epsilon)$$

Здесь \mathbf{f} — сила межфазного взаимодействия, p_f и \mathbf{v} — давление и скорость дисперсионной среды, \mathbf{w} — скорость дисперской фазы, ρ — концентрация частиц, $F(\epsilon)$ — известная функция пористости слоя ϵ ($\epsilon = 1 - \rho$).

Предполагается, что оживление происходит в потоке газа ($d_f \ll d_s$, d_f и d_s — плотности жидкой и твердой фаз) и концентрация частиц в пакете удовлетворяет условию $\rho \gg d_f/d_s$, так что в уравнении сохранения импульса оживающего агента можно пренебречь членами, пропорциональными плотности жидкой фазы d_f , по сравнению с градиентом давления ∇p_f , пропорциональным весу единицы объема слоя.

Согласно ячеичной модели [4], предполагается, что каждый пакет находится в центре воображаемой ячейки, внутри которой локализованы возмущения поля течения, вносимые данной неоднородностью. Все ячейки равномерно и плотно заполняют выделенный объем слоя. Форма пакета и ячейки для простоты считаются сферическими. Размер ячейки определяется по концентрации пакетов частиц ρ_a следующим образом: $b = \rho_a^{-1/3} a$. Здесь a и b – радиусы пакета и ячейки.

Рассмотрим движение фаз в ячейке. Полная система уравнений уставновившегося двухфазного течения вне пакета имеет вид

$$\mathbf{v} - \mathbf{w} = -k \nabla p_f, \quad d_s \rho (\mathbf{w} \nabla) \mathbf{w} = -\nabla (p_s + p_f) + d_s \rho g \quad (1.1)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0, \quad \nabla \mathbf{w} = 0, \quad \rho = \text{const}, \quad k(\epsilon) = \frac{4a_p^2 \epsilon^2}{150 \mu_f (1-\epsilon)^2}$$

Здесь p_s – давление дисперсной фазы, μ_f – динамическая вязкость оживающего агента, a_p – радиус твердых частиц, $k(\epsilon)$ – коэффициент фильтрации в законе Дарси [6].

Внутри пакета исходная система остается в силе (величины скорости, плотности, давления и концентрации следует заменить на соответствующие величины для внутреннего течения, отмечаемые штрихом).

Введем сферическую систему координат r, θ, ϕ с началом в центре пакета и полярной осью, совпадающей по направлению с ускорением силы тяжести \mathbf{g} . Будем называть область внутри пакета ($r < a$) внутренней, а область, заключенную между сферическими поверхностями пакета и ячейки ($a < r < b$), внешней областью.

В соответствии с [5] запишем систему граничных условий на поверхности пакета, являющейся поверхностью разрыва в псевдоожженном слое

$$r=a, \quad \epsilon v_r = \epsilon' v'_r, \quad \rho w_r = \rho' w'_r = 0 \quad (1.2)$$

$$w_\theta = w'_\theta, \quad p_f = p'_f, \quad p_s = p'_s$$

Скорости жидкой и твердой фаз на поверхности ячейки должны быть равны соответствующим средним скоростям фаз в неоднородном слое. В системе координат, связанной с центром пакета, эти условия записутся следующим образом:

$$r=b, \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_{01} - \mathbf{U}_{dc}, \quad \mathbf{w} = -\mathbf{U}_{dc} \quad (1.3)$$

Здесь \mathbf{v}_{01} – средняя скорость жидкой фазы в промежутках между частицами в неоднородном слое, \mathbf{U}_{dc} – скорость движения системы пакетов в лабораторной системе координат. Способ определения величин \mathbf{v}_{01} и \mathbf{U}_{dc} будет указан ниже на основании решения поставленной задачи.

Скорости и давления фаз должны быть ограниченными функциями координат всюду, в том числе и внутри пакета

$$0 \leq r < a, \quad |v'(r, \theta)| < \infty, \quad |w'(r, \theta)| < \infty \quad (1.4)$$

$$|p'_f(r, \theta)| < \infty, \quad |p'_s(r, \theta)| < \infty$$

2. Поля скоростей и распределение давлений фаз при движении системы пакетов частиц в псевдоожженном слое. Движение обеих фаз в каждой ячейке описывается системой уравнений (1.1), справедливой как для внешней, так и для внутренней областей, граничными условиями на поверхности пакета (1.2) и на границе ячейки (1.3) и дополнительными условиями (1.4).

Из первого и двух последних уравнений (1.1) следует, что p_f и p'_f – гармонические функции. Вследствие осевой симметрии задачи и с учё-

том условия (1.4) будем искать эти функции в виде

$$p_f = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n a^{1-n} r^n + B_{n+1} a^{n+2} r^{-(n+1)}) P_n(\cos \theta) \quad (2.1)$$

$$p_f' = \sum_{n=0}^{\infty} A_n' a^{1-n} r^n P_n(\cos \theta)$$

где $P_n(\cos \theta)$ — полином Лежандра степени n ; A_n , A_n' , B_n — неизвестные коэффициенты.

Рассмотрим второе и четвертое уравнения (1.1). Наличие осевой симметрии позволяет ввести функцию тока для твердой фазы ψ_s и представить уравнение (1.1) в виде

$$\frac{\partial (\psi_s, D^2 \psi_s)}{\partial (r, \mu)} + 2D^2 \psi_s L \psi_s = 0$$

$$w_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi_s}{\partial \theta}, \quad w_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi_s}{\partial r}$$

$$D^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1-\mu^2}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \mu^2}, \quad L = \frac{\mu}{1-\mu^2} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \mu}, \quad \mu = \cos \theta$$

Это уравнение допускает решение [7]

$$\psi_s = \left(\frac{A}{r} + Br^2 + Cr^4 \right) \sin^2 \theta \quad (2.2)$$

$$w_r = 2 \left(\frac{A}{r^3} + B + Cr^2 \right) \cos \theta, \quad w_\theta = - \left(-\frac{A}{r^3} + 2B + 4Cr^2 \right) \sin \theta$$

Компоненты скорости ожидаемого агента могут быть найдены на основании первого уравнения (1.1) и выражений (2.1) и (2.2)

$$v_r = w_r - k(\nabla p_f)_r, \quad v_\theta = w_\theta - k(\nabla p_f)_\theta \quad (2.3)$$

Из второго уравнения (1.1) с учетом выражений (2.1) и (2.2) определяется давление дисперсной фазы

$$p_s = -p_f - \rho d_s \left[gr \cos \theta + 2 \left(\frac{A}{r^3} + B + Cr^2 \right)^2 - 2B^2 - \right. \\ \left. - \left(\frac{3}{2} \frac{A^2}{r^6} + \frac{6BA}{r^3} + \frac{18CA}{r} + 6CBr^2 + 4C^2r^4 \right) \sin^2 \theta \right] + D_s \quad (2.4)$$

Здесь D_s — постоянная величина.

Заметим, что для внутренней области справедливы выражения для v_r' , v_θ' , w_r' , w_θ' , p_s' , аналогичные выражениям (2.2) — (2.4) для соответствующих величин во внешней области. С учетом дополнительных условий (1.4) получим

$$w_r' = 2(B' + C'r^2) \cos \theta, \quad w_\theta' = -(2B' + 4C'r^2) \sin \theta$$

$$v_r' = w_r' - k'(\nabla p_f')_r, \quad v_\theta' = w_\theta' - k'(\nabla p_f')_\theta \quad (2.5)$$

$$p_s' = -p_f' - d_s \rho' gr \cos \theta - 2d_s \rho' (2B'C'r^2 + C'^2r^4) + \\ + d_s \rho' (6C'B'r^2 + 4C'^2r^4) \sin^2 \theta + D_s'$$

Подставляя выражения (2.1)–(2.5) в граничные условия (1.2)–(1.3), находим неизвестные постоянные

$$A_0=A_0', B_1=0, A_1=-v_{01}/k, A_1'=-v_{01}\gamma_2/k', B_2=-v_{01}\gamma_1/k$$

$$A_n=A_n'=B_{n+1}=0, n \geq 2 \quad (2.6)$$

$$A = \frac{U_{dc}a^3}{2} \left(1 - \frac{5}{2} \rho_d + \frac{3}{2} \rho_d^{5/3} \right)^{-1}, \quad B = -\frac{A}{a^3} \left(1 + \frac{3}{2} \rho_d^{5/3} \right)$$

$$C = \frac{3A}{2a^5} \rho_d^{5/3}, \quad B' = -C'a^2, \quad C' = \frac{3A}{2a^5} (1 - \rho_d^{5/3})$$

$$\gamma_1 = \frac{\epsilon k - \epsilon' k'}{2\epsilon k + \epsilon' k'}, \quad \gamma_2 = \frac{\epsilon k'}{2\epsilon k + \epsilon' k'}$$

Таким образом, выражения для давления оживающего агента и компонент скоростей фаз имеют вид

$$\begin{aligned} s < 1, \quad p_f' &= \frac{3\gamma_2 v_{01} a}{k'} s \cos \theta + p_0 \\ w_r' &= \frac{3}{2} U_d (1 - s^2) \cos \theta, \quad w_\theta' = -\frac{3}{2} U_d (1 - 2s^2) \sin \theta \\ v_r' &= w_r' - 3\gamma_2 v_{01} \cos \theta, \quad v_\theta' = w_\theta' + 3\gamma_2 v_{01} \sin \theta \\ 1 < s < \frac{b}{a}, \quad p_f &= \frac{v_{01}}{k} \left(as + \gamma_1 \frac{a}{s} \right) \cos \theta + p_0 \\ w_r &= \frac{U_d}{1 - \rho_d^{5/3}} \left(\frac{1}{s^3} - 1 - \frac{3}{2} \rho_d^{5/3} (1 - s^2) \right) \cos \theta \\ w_\theta &= \frac{U_d}{1 - \rho_d^{5/3}} \left(\frac{1}{2s^3} + 1 + \frac{3}{2} \rho_d^{5/3} (1 - 2s^2) \right) \sin \theta \end{aligned} \quad (2.7)$$

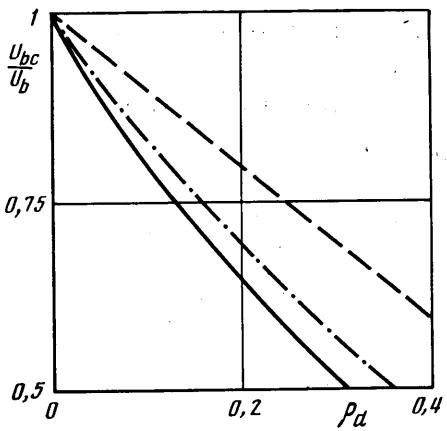
$$v_r = w_r - v_{01} \left(1 - 2\gamma_1 \frac{1}{s^3} \right) \cos \theta, \quad v_\theta = w_\theta + v_{01} \left(1 + \gamma_1 \frac{1}{s^3} \right) \sin \theta$$

$$U_d = \frac{2}{3} (ga)^{1/2} \operatorname{sign}(\epsilon' - \epsilon) |\gamma_1(\epsilon, \epsilon')|^{1/2}$$

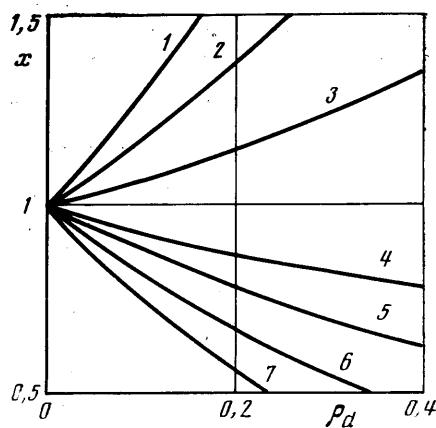
$$\frac{U_{dc}}{U_d} = \frac{1 - \frac{5}{2} \rho_d + \frac{3}{2} \rho_d^{5/3}}{1 - \Omega_d^{5/3}}, \quad s = \frac{r}{a}$$

Здесь U_d – скорость движения одиночного пакета в безграничном однородном потоке [1]. Заметим, что давление жидкой фазы во внешней и внутренней областях определено с точностью до постоянной величины ρ_0 .

Решение задачи (2.4)–(2.7) позволяет удовлетворить всем граничным условиям (1.2)–(1.4), кроме условия непрерывности полных нормальных напряжений на поверхности пакета, которое не согласуется с предположением о сферичности пакета. Последнее условие может быть при помощи метода Дэвиса – Тейлора [8] удовлетворено локально в окрестности передней критической точки течения дисперсной фазы, что приводит к выражению для скорости подъема (погружения) системы пакетов U_{dc} (2.7) и следующему соотношению, связывающему постоянные D_s и D_s' в выражениях для давления дисперсной фазы (2.4)



Фиг. 1



Фиг. 2

и (2.5):

$$\frac{D_s - D'_s}{\frac{1}{2} d_s U_d^2} = \frac{(\rho - \rho') g a}{\frac{1}{2} U_d^2} + \frac{\frac{1}{4} (1 - \rho_d^{5/3})^2 \rho' - (1 + \frac{3}{2} \rho_d^{5/3})^2 \rho}{(1 - \frac{5}{2} \rho_d + \frac{3}{2} \rho_d^{5/3})^2}$$

На фиг. 1 сплошной линией изображена зависимость отношения скоростей U_{bc}/U_d , рассчитанная по последней формуле (2.7).

Выражение для скорости всплыния U_{bc} системы пузырей в псевдоожженном слое следует из этой формулы как частный случай (при замене индекса d на индекс b).

Необходимо отметить, что при определении полей скоростей предположение о потенциальном характере обтекания не вводилось, причем течение оказалось вихревым. С другой стороны, в рамках предположения о потенциальности обтекания пузырей по аналогии с решением задачи о движении системы газовых пузырей в жидкости [9]

$$U_{bc}/U_b = (1 - \rho_b)^{2/3} / (1 - \rho_b^{5/3}), \quad U_b = \frac{2}{3} (g a)^{1/2}$$

(штрихпунктирная линия на фиг. 1) выражение для скорости всплыния системы пузырей в псевдоожженном слое имеет вид [10]

$$U_{bc}/U_b = 1 - \rho_b$$

(штриховая линия на фиг. 1) и отличается от (2.7).

3. Средняя скорость движения оживающего агента в промежутках между частицами в неоднородном слое. Полный перепад давления для развитого псевдоожженного слоя равен весу смеси, приходящемуся на единицу поперечного сечения слоя. Следовательно, в рамках сделанных предположений ($d_s \ll d_s$, $\rho \gg d_s/d_s$) средний по высоте слоя градиент давления жидкой фазы будет равен

$$\nabla p_f = (\rho' \rho_d + \rho (1 - \rho_d)) d_s g \quad (3.1)$$

Средний по ячейке градиент давления оживающего агента может быть определен на основании (2.7)

$$\nabla p_f = -v_{01} k^{-1} (\epsilon) (1 + \gamma_1 \rho_d) \quad (3.2)$$

Так как слой состоит из системы одинаковых ячеек, содержащих пакеты, то средний по высоте слоя и средний по ячейке градиенты давления жидкой фазы должны быть равны, откуда следует выражение для средней скорости движения оживающего агента в промежутках между ча-

стицами в неоднородном слое

$$v_{01} = -(\rho' \rho_d + \rho(1-\rho_d))(1+\gamma_1 \rho_d)^{-1} d_s g k(\epsilon) \quad (3.3)$$

При движении одиночного пакета в безграничном однородном потоке скорость жидкой фазы в промежутках между частицами вдали от пакета определяется выражением

$$v_0 = -\rho d_s g k(\epsilon) \quad (3.4)$$

Анализ соотношений (3.3) и (3.4) показывает, что скорость v_{01} немногим превышает v_0 , за исключением случаев однородного слоя ($\rho' = \rho$) и всплыивания пузырей в слое ($\rho' = 0$), когда $v_{01} = v_0$.

В однородном слое с концентрацией частиц ρ^* , равной средней концентрации частиц в неоднородном слое (с системой пакетов) ($\rho^* = \rho' \rho_d + \rho(1-\rho_d)$), средняя по сечению реактора скорость дисперсионной среды равна

$$\epsilon^* v_0 (\epsilon^*) = \frac{4a_p^2 d_s g}{150 \mu_f} \frac{\epsilon^{*^3}}{1-\epsilon^*}, \quad \epsilon^* = 1-\rho^* \quad (3.5)$$

Средняя по сечению реактора скорость ожигающего агента в неоднородном слое (при наличии системы пакетов) определяется на основании (3.3)

$$\epsilon v_{01} = \frac{4a_p^2 d_s g}{150 \mu_f} \frac{\epsilon^3 \rho^*}{(1-\epsilon)^2 (1+\gamma_1 \rho_d)} \quad (3.6)$$

Отношение выражения (3.6) к (3.5) зависит лишь от распределения концентрации частиц в слое

$$x = \frac{\epsilon v_{01}}{\epsilon^* v_0 (\epsilon^*)} = \frac{\epsilon^3 (1-\epsilon^*)^2}{\epsilon^{*^3} (1-\epsilon)^2 (1+\gamma_1 \rho_d)} \quad (3.7)$$

и равно отношению расхода дисперсионной среды через горизонтальное сечение реактора при наличии пакетов частиц к расходу при равномерном распределении частиц в слое при равной средней концентрации частиц в слое в обоих случаях.

На фиг. 2 представлена зависимость величины x от концентрации пакетов в слое. Линиям 1–7 соответствует пористость слоя вне пакетов $\epsilon=0,6$ и пористость внутри пакетов $\epsilon'=0,3; 0,4; 0,5; 0,7; 0,8; 0,9; 1$. При равной средней концентрации частиц в слое наличие сгустков частиц ($\epsilon' < \epsilon$) (линии 1–3) приводит к увеличению расхода ожигающего агента по сравнению с расходом при равномерном распределении частиц в слое ($x > 1$). Напротив, наличие областей относительного разрежения ($\epsilon' > \epsilon$) (линии 4–7) приводит к уменьшению расхода жидкой фазы по сравнению с расходом через однородный слой с той же средней концентрацией частиц ($x < 1$).

4. Режимы движения дисперсионной среды. На основании решения задачи о движении системы пакетов в псевдоожиженном слое могут быть найдены характеристики двухфазного течения.

Интегрируя по полусфере $r=a$ радиальную компоненту скорости жидкости на границе пакета, находим расход ожигающего агента через пакет

$$J = 3J_0 \frac{\alpha}{\alpha+2}, \quad J_0 = \pi a^2 v_{01} \epsilon, \quad \alpha = \frac{\epsilon' k'}{\epsilon k} \quad (4.1)$$

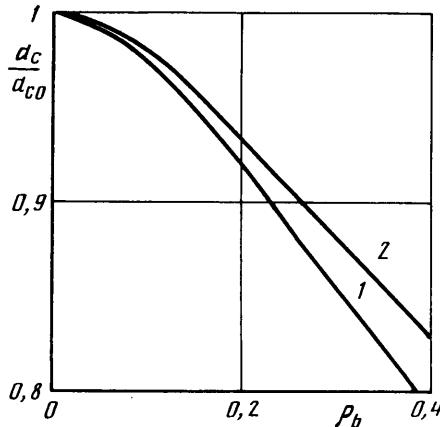
Заметим, что расход ожигающего агента через пакет, вспывающий (погружающийся) в безграничном однородном потоке [1], меньше или равен расходу через каждый из пакетов (концентрации частиц как вне, так и внутри пакетов в обоих случаях одинаковы), образующих систему.

Анализ поля течения жидкой фазы показывает, что, так же как и в

случае одиночного пакета, при быстром всплывании (погружении) системы пакетов в каждой из ячеек возникает область замкнутой циркуляции оживающего агента. Граница этой области представляет собой концентрическую с границей пакета сферу и определяется из условия

$$v_r|_{r=a_c} = 0 \quad (4.2)$$

Из соотношений (2.7) следует, что в случае вслывающих пакетов ($\epsilon' < \epsilon$) условие (4.2) выполняется на сфере радиуса a_c , расположенной



Фиг. 3

вне пакета ($a_c > a$). Величина a_c определяется уравнением

$$\left(\frac{a_c}{a}\right)^{-3} (\delta^* - 2\gamma_1) - (1 + {}^{3/2}\rho_d^{5/3}) \delta^* + 1 + {}^{3/2}\rho_d^{5/3} \left(\frac{a_c}{a}\right)^2 = 0 \quad (4.3)$$

$$\delta^* = (1 - {}^{5/2}\rho_d + {}^{3/2}\rho_d^{5/3})^{-1} \delta_c, \quad \delta_c = \frac{U_{dc}}{v_{01}}$$

В потоке, возмущенном быстро погружающимися пакетами, область циркуляции возникает внутри пакета, а ее радиус a_c определяется соотношением

$$\left(\frac{a_c}{a}\right)^2 = 1 - \frac{2\gamma_2}{(1 - \rho_d^{5/3}) \delta^*} \quad (4.4)$$

Согласно выражениям (4.3) и (4.4), область циркуляции существует для вслывающих и погружающихся пакетов при выполнении следующих условий:

$$\rho_d < \frac{1 + {}^{3/2}\rho_d^{5/3} - 1}{{}^{5/2}(\delta^* - 2\gamma_1)^{1/5}}, \quad \rho_d < \frac{1}{\lambda} < 1 \quad (4.5)$$

$$\beta = \frac{(\delta^* - 2\gamma_1)^2 ({}^{3/2})^3 \rho_d^5}{((1 + {}^{3/2}\rho_d^{5/3}) \delta^* - 1)^5}, \quad \lambda = \frac{\delta^* - 2\gamma_1}{((1 + {}^{3/2}\rho_d^{5/3}) \delta^* - 1)(1 - 1,74\beta)}$$

$$\delta^* > \frac{2\gamma_2}{1 - \rho_d^{5/3}} \quad (4.6)$$

При малой концентрации пакетов в слое ($\rho_d \ll 1$) решение системы (4.3), (4.5) единственно и соответствует приближенному равенству

$$(a_c/a)^3 \approx \lambda \quad (4.7)$$

Из анализа выражений (4.4) – (4.7) следует, что с увеличением концентрации пакетов в слое значение параметра δ_c , при котором возникает область циркуляции внутри или вне пакета, увеличивается. Радиус обла-ка a_c как для всплывающих, так и для погружающихся пакетов умень-шается с увеличением ρ_d . При $\rho_d=0$ соотношения (4.3) – (4.7) совпадают с соответствующими выражениями для одиночного пакета [1].

На фиг. 3 представлена зависимость отношения радиуса области цир-куляции, возникающей при всплыvании системы пузырей, к радиусу обла-ка, образующегося при всплыvании одиночного пузыря, от концентрации пузырей в слое ρ_b . Линии 1 и 2 соответствуют таким наборам па-раметров слоя и размерам пузырей, при которых отношение скорости всплы-вания одиночного пузыря U_b к скорости жидкой фазы в промежутках между частицами в однородном потоке вне пузыря v_0 принимает зна-чения 2 и 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобков Н. Н., Гупало Ю. П. О пакетном механизме перемешивания в кипящем слое // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 5. С. 73–84.
2. Бобков Н. Н., Галиева Л. М., Гупало Ю. П. О движении неоднородностей разви-того кипящего слоя при малых числах Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 4. С. 57–65.
3. Horio M., Morishita K., Tachibana O., Murata N. Solid distribution and movement in circulating fluidized beds // Proc. Second Int. Conf. on Circulating Fluid. Bed. Compiegne, France, 1988. Oxford: Pergamon Press, 1988.
4. Ханель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса: Пер. с англ. М.: Мир, 1976. 630 с.
5. Бородуля В. А., Гупало Ю. П. Математические модели химических реакторов с кипящим слоем. Минск: Наука и техника, 1976. 207 с.
6. Ergun S. Fluid flow through packed columns // Chem. Eng. Progr. 1952. V. 48. № 2. P. 89–94.
7. Милн-Томсон Л. Теоретическая гидродинамика: Пер. с англ. М.: Мир, 1964. 655 с.
8. Псевдоожижение/Под ред. Дэвидсона И. Ф., Харрисона Д.; Пер. с англ. М.: Хи-мия, 1974. 726 с.
9. Marrucci G. Rising velocity of a swarm of spherical bubbles // Ind. & Eng. Chem. Fundam. 1965. V. 4. № 2. P. 224–225.
10. Чесноков Ю. Г., Протодьяконов И. О. Движение пузырей в псевдоожиженном слое в стесненных условиях // Журн. прикл. химии. 1981. № 4. С. 926–928.

Москва

Поступила в редакцию
5.X.1989