

зателя Флоке от инкремента волны Толлмина – Шлихтинга в 1%, что трудно зарегистрировать в эксперименте.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рубан А. И. О генерации волн Толлмина – Шлихтинга звуком // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 44–52.
2. Goldstein M. E. Scattering of acoustic waves into Tollmen – Schlichting waves by small streamwise variations in surface geometry // J. Fluid Mech. 1985. V. 154. P. 509–529.
3. Ефремов О. А. О разных способах воздействия на устойчивость пограничного слоя // Тр. 14-й конф. молодых ученых МФТИ, Долгопрудный, 27 марта – 8 апреля, 1989. Ч. 2. М.: МФТИ, 1989. С. 130–143.
4. Ефремов О. А. О восприимчивости пограничным слоем возмущений непрерывного спектра // Тр. 13-й конф. молодых ученых МФТИ, Долгопрудный, 23 марта – 4 апреля, 1988. Ч. 2. М.: МФТИ, 1988. С. 5–19.
5. Ефремов О. А. Расчет спектральным методом когерентных структур в пограничном слое. М.: ВЦ АН СССР, 1989. 18 с.
6. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Генерация и развитие возмущений малой амплитуды в ламинарном пограничном слое при наличии акустического поля // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1975. № 13. Вып. 3. С. 18–26.

Москва

Поступила в редакцию  
28.XII.1989

УДК 532.526.5

© 1991 г.

Г. Л. КОРОЛЕВ

#### К АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЛАМИНАРНОГО ОТРЫВА ЖИДКОСТИ ПРИ ОБТЕКАНИИ УГЛА МАЛОГО ИЗЛОМА

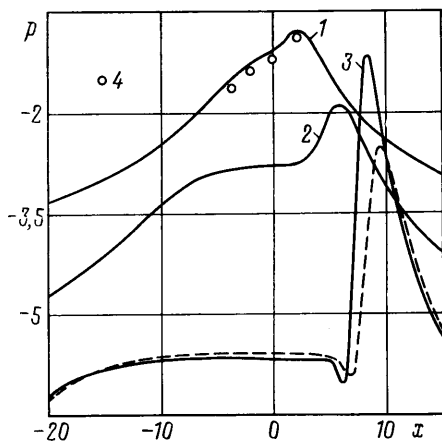
Численно исследуется развитие структуры возвратного течения в окрестности угла малого излома, обтекаемого ламинарным потоком вязкой несжимаемой жидкости при больших числах Рейнольдса. Обнаружено, что с увеличением угла наклона происходит усложнение внутренней структуры области возвратного течения, вызванное появлением вторичного отрыва потока. Исследуется влияние кривизны обтекаемой поверхности.

Известно несколько численных результатов расчета уравнений вязкой жидкости, обнаруживших подобную систему отрывных течений. Первый получен при решении полных уравнений Навье – Стокса, описывающих течение около прямоугольной канавки [1], другой – при решении композитных уравнений, описывающих течение около углубления малого размера на плоской пластине [2]. Для уравнений асимптотической теории вязкой несжимаемой жидкости при больших числах Рейнольдса такой тип отрывного течения обнаружен впервые.

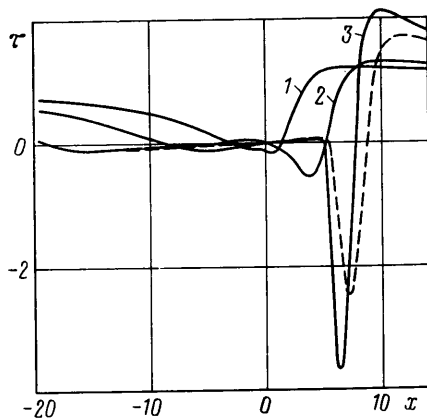
Исследование потока несжимаемой жидкости в окрестности угла малого излома при больших числах Рейнольдса (Re) было проведено в [3, 4]. Было показано, что отрыв ламинарного потока впервые происходит, когда величина угла наклона порядка  $O(Re^{-1/4})$ . В этом случае вблизи точки излома расположена область взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком, которая имеет трехслойную структуру. Определяющим является нижний вязкий прилегающий слой. Задача для этого подслоя выглядит следующим образом [5]:

$$\begin{aligned}
 x^* &= l \operatorname{Re}^{-2/5} \lambda^{-3/4} x, & y^* &= l \operatorname{Re}^{-5/8} \lambda^{-1/4} y \\
 p^* &= p_\infty + \rho u_\infty^2 \operatorname{Re}^{-1/4} \lambda^{1/2} p \\
 u^* &= u_\infty \operatorname{Re}^{-1/8} \lambda^{1/4} u, & v^* &= u_\infty \operatorname{Re}^{-2/5} \lambda^{3/4} v \\
 \alpha^* &= \operatorname{Re}^{-1/4} \lambda^{1/4} \alpha, & \operatorname{Re} &= \frac{lu_\infty}{\nu}
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

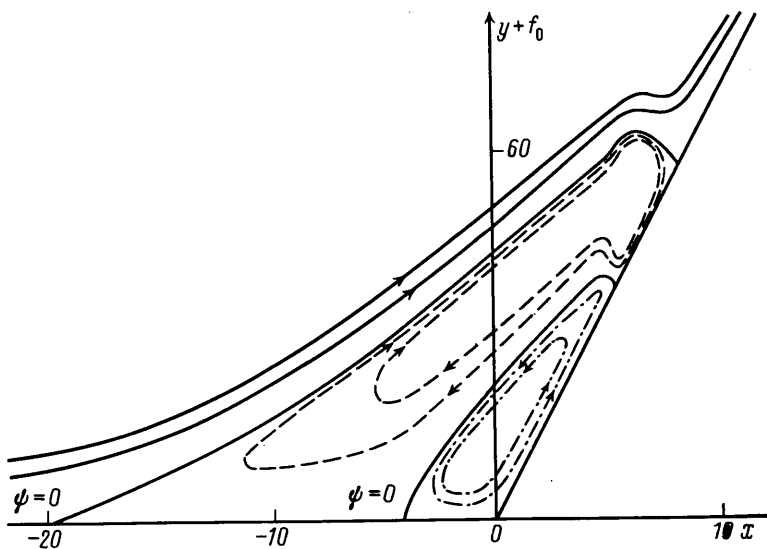
$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= - \frac{dp}{dx} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\
 u(x, 0) &= v(x, 0) = 0 \\
 u &\rightarrow y^+ \dots & x &\rightarrow -\infty, & y &\rightarrow \infty \\
 \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial x} &= f_0'(x) + \alpha \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} x + \frac{x}{x^2+1} \right) =
 \end{aligned}$$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( p + \frac{\alpha}{2\pi} \left( \ln(t^2+1) + \frac{2}{t^2+1} \right) \right) \frac{dt}{t-x}$$

$$f_0=0 \quad (x<0), \quad f_0=\alpha x \quad (x>0)$$

Здесь  $x^*$ ,  $y^*$  — ортогональная система координат, связанная с поверхностью тела и начало которой расположено в точке излома,  $u^*$ ,  $v^*$  — связанные с этой системой координат компоненты вектора скорости,  $p^*$  — давление,  $l$  — характерный размер тела,  $\lambda=0,332$  — постоянная Блазиуса. Индексом  $\infty$  обозначены значения гидродинамических функций в набегающем потоке,  $\alpha^*$  — угол излома. Впервые эта задача численно решена в [4]. В [5] эти же расчеты были продолжены до случая  $\alpha=3,5$ . Было показано, что с увеличением параметра  $\alpha$  в окрестности точки излома происходит постепенное уменьшение величины поверхностного трения. При  $\alpha=2,5$  трение впервые обращается в ноль, образуется область возвратного течения, размер которой монотонно растет с увеличением  $\alpha$ .

Цель данной работы — численный анализ данной задачи при больших, чем рассмотрено выше, значениях параметра  $\alpha$ .

Для решения задачи будем использовать численный метод, подробно описанный в [6]. Этот метод основан на аппроксимации уравнений (1.1) конечно-разностной

схемой второго порядка точности, применении метода Ньютона для решения получаемой нелинейной системы уравнений и использовании метода матричной прогонки для обращения матрицы Якоби на итерации.

Данный метод был применен к расчету течения на неравномерной сетке с максимальным количеством узловых точек  $61 \times 51$  и минимальным значением шага вблизи точки излома  $\Delta x = 0,2$ ,  $\Delta y = 0,3$ . Расчетная область заключалась в пределах  $-25 \leq x \leq 25$ ,  $0 \leq y \leq 30$ . В качестве нулевого приближения использовалось решение, полученное для значений  $\alpha$ , меньших на 0,5. Как правило, требовалось шесть – семь итераций для получения сходимости с точностью порядка  $10^{-6}$

$$|\Delta u; \Delta p|_{\max} < 10^{-6}$$

Проверка полученных результатов проводилась с помощью изменения максимального значения шага расчетной сетки по направлениям  $x$ ,  $y$  соответственно в 2 и в 5 раз, а также изменения максимальных границ рассчитываемой области в 1,5 раза. Максимальные отклонения наблюдались в области максимума давления и не превышали 4%.

Было найдено, что с увеличением параметра  $\alpha$  течение в области возвратного потока начинает меняться. Возникающий слабый отрицательный градиент давления около точки излома (фиг. 1) начинает тормозить медленное течение в области отрыва. В результате при некотором значении параметра  $\alpha \approx 5,2$  возникает отрыв вторичного течения с образованием дополнительной зоны рециркуляционного течения (фиг. 2), размеры которой также увеличиваются с ростом параметра  $\alpha$ . Здесь на фиг. 1–2 кривые 1–3 соответствуют параметру  $\alpha = 3,5; 5; 7$ . Точками 4 нанесены результаты, полученные ранее в [5]. Картина течения для случая  $\alpha = 7$  показана на фиг. 3. На этой фигуре линии тока с постоянным значением шага  $\Delta \psi = 15$  показаны сплошной линией, в области отрыва потока с постоянным значением шага  $\Delta \psi = -1,5$  – штриховой линией и в области вторичного отрыва с постоянным значением шага  $\Delta \psi = 0,15$  – штрихпунктирной линией. Из этой фигуры видно, что структура потока в области возвратного течения как бы расслаивается, представляя собой систему из вложенных одно в другое вихревых течений жидкости с различающимися почти на порядок значениями скоростей потока.

Эффект вторичного отрыва также не пропадает в условиях гладкого изменения кривизны контура. Если взять форму обтекаемой поверхности близкой к угловой, контур которой описывается уравнением

$$f_0 = 1/2 \alpha (x + \sqrt{x^2 + \beta})$$

то даже при достаточно больших  $\beta = 10$  наблюдается эффект вторичного отрыва (см. кривые, нанесенные штриховой линией на фиг. 1–2). Параметр  $\alpha$  в этом случае равен 7. Увеличение  $\beta$  приводит к затягиванию начала вторичного отрыва.

Таким образом, результаты расчетов показывают, что структура течения в области отрыва потока при достаточно больших значениях параметра  $\alpha$  не представляет собой однородную замкнутую область. Это означает, что при построении асимптотической теории обтекания вогнутого угла с величиной излома поверхности много больше  $Re^{-1/4}$ , по-видимому, необходимо рассматривать область отрыва как систему, состоящую из двух или более вихревых течений жидкости.

Обнаружить вторичный отрыв в случае обтекания выпуклого угла (отрицательные значения  $\alpha$ ) не удалось. Расчеты при этом проводились до значений  $\alpha = -6$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Burggraf O. R.* Analytical and numerical studies of the structure of steady separated flows // *J. Fluid Mech.* 1966. V. 24. № 1. P. 113–151.
2. *Henkes R. A. W., Veldman A. E. P.* On the breakdown of steady and unsteady interacting boundary layer description // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 179. P. 513–529.
3. *Stewartson K.* On laminar boundary layers near corners // *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 1970. V. 23. № 2. P. 137–152.
4. *Рубан А. И.* К теории ламинарного отрыва жидкости от точки излома твердой поверхности // Уч. зап. ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 4. С. 18–28.
5. *Smith F. T., Merkin J. H.* Triple-deck solutions for subsonic flow past humps, steps, concave or convex corners and wedged trailing edges // *Comput. and Fluids.* 1982. V. 10. № 1. P. 7–25.
6. *Королев Г. Л.* Об одном методе решения задач асимптотической теории взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 8. С. 1224–1232.

Москва

Поступила в редакцию  
24.IV.1989