

УДК 532.526.013.4

© 1991 г.

О. А. ЕФРЕМОВ

**ВОЗДЕЙСТВИЕ ЗВУКА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ
ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА**

В работе [1] впервые рассмотрены вопросы генерации волн неустойчивости Толлмина – Шлихтинга при облучении монохроматическим звуком неровности, расположенной в пограничном слое с профилем Блазиуса при больших числах Рейнольдса.

Результаты работы [1] были повторены в [2]. В [1] было получено нелинейное уравнение, описывающее процесс взаимодействия звука с неровностью. Последнее решалось в предположении малости амплитуды звукового воздействия и высоты неровности.

Настоящую работу можно рассматривать как исследование устойчивости слоя Стокса, генерированного звуковой волной при больших числах Re. Данная задача описывается линеаризованными уравнениями [1]. Линеаризация осуществляется относительно профиля Блазиуса, деформированного звуковыми возмущениями. В работе установлено, что выбором параметров звуковой волны можно подавить возрастающую в отсутствие звука волну Толлмина – Шлихтинга [3].

Обезразмеренная система уравнений и граничных условий, описывающая взаимодействие звука с самоиндуцированным пограничным слоем на ровной пластине, имеет вид [1]

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = a \cos \omega t - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad p = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A}{\partial s} \frac{ds}{s-x}$$

$$x=-\infty : u=U_s(y, t); \quad y \rightarrow \infty : u=A(x, t) + U_s(y \rightarrow \infty, t); \quad y \sim 0 : u=v=0 \quad (2)$$

$$a = \frac{Ma_* \omega_*}{\lambda_1^{7/4} \mu_0^{3/4} \rho_0^{1/2} \beta^{1/2}}, \quad \beta = (1 - M^2)^{1/2}, \quad \omega = \frac{\omega_* (1 + M)}{\lambda_1^{3/2} \mu_0^{1/2} \beta^{1/2}}$$

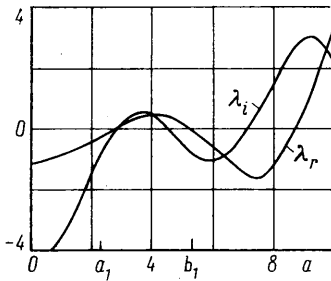
$$U_s \equiv y + \frac{a}{\omega} \left[\sin \omega t - e^{-\sqrt{\omega/2} y} \sin \left(\omega t - \frac{\omega^{1/2}}{\sqrt{2}} y \right) \right]$$

где $\lambda_1 = 0,3321$ – напряжение трения пограничного слоя на стенке, M – число Маха свободного потока; μ_0, ρ_0, a_* , ω_* – характерные безразмерные параметры соответственно вязкости и плотности потока, амплитуды и частоты звука, $A(x, t)$ – функция смещения линий тока.

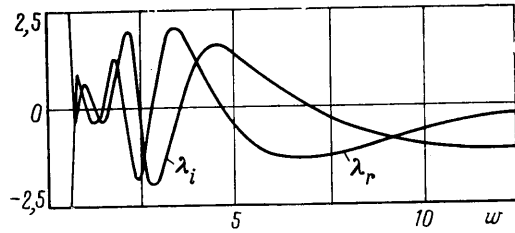
Тривиальное решение нелинейной системы (1)–(2) имеет вид $U_0 \equiv (u, v) \equiv (U_s(y, t), 0)$. Возмущенное решение системы (1)–(2) относительно профиля $U_s(y, t)$ ищем в форме

$$(u, v) = U_0 + \delta(U, V) \exp(ikx) + \dots + \text{к.с.} \quad (3)$$

где $\delta \ll 1$ – амплитуда, а k – комплексное волновое число возмущения, U и V – функции от y и t , к.с. – комплексное сопряжение.



Фиг. 1



Фиг. 2

Продифференцируем первое уравнение системы (1) по y и подставим в полученное выражение u, v из (3). С учетом краевых условий (2) имеем

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial t} + ikU_* \Lambda + (-ki)U_*'' \int_0^y (y-\xi) \Lambda(\xi) d\xi = \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial y^2} \quad (4)$$

$$\Lambda = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad ik|k| \int_0^\infty \Lambda(\xi) d\xi = \frac{\partial \Lambda}{\partial y}(y=0), \quad U_* \left(y, t + \frac{2\pi}{\omega} \right) \equiv U_*(y, t)$$

Для расчета системы (4) предлагается схема Гранка – Никольсона с ошибкой аппроксимации $O(\tau^2) + O(h^2)$, подробно описанная в ряде работ автора [3–5] (τ – шаг по времени, h – шаг по координате y).

В качестве начального условия для системы (4) бралось собственное решение написанной выше системы при $a=0$, т. е. волна Толлмина – Шлихтинга.

В результате счета установлено, что система (4) имеет собственные решения вида

$$\Lambda = e^{\gamma t} \Lambda_1(y, t; k, \omega, a); \quad \Lambda_1(y, t+T) \equiv \Lambda_1(y, t), \quad T \equiv \frac{2\pi}{\omega} \quad (5)$$

где комплексное число $\gamma(k, \omega, \mu)$ называется показателем Флоке.

Идея построения собственных функций вида (5) состоит в следующем. Решаем задачу Коши для системы (5). При больших временах расчета t «выживает» наиболее быстро растущее собственное решение вида (5) с максимальным инкрементом нарастания. В процессе счета вычисляем мультипликатор λ

$$\lambda \equiv e^{\gamma T} = \lim_{n \rightarrow \infty} \{ \Lambda(y, t=(n+1)T; k, \omega, a) / \Lambda(y, t=nT; k, \omega, a) \} \quad (6)$$

Число периодов n , которые необходимо пройти до установления λ с точностью 1%, зависит от ω . При $\omega \approx 1$ $n=2-3$, а при $\omega=10$ n увеличивается до 6–8.

Расчет показывает, что при $a=O(1)$ и для $\omega \rightarrow \infty$ показатель Флоке γ стремится к декременту/инкременту волны Толлмина – Шлихтинга, распространяющейся в отсутствие звука. Отмеченный результат нетривиален, поскольку при $\omega \rightarrow \infty$ система (4) отличается от классической ($a=0$) быстро осциллирующим членом $U_*'' = O(1)$. Влияние последнего, по всей вероятности, нейтрализуется на длительном интервале времени.

Другой интересный результат заключается в том, что выбором параметров звуковой волны a и ω можно подавить возрастающие в отсутствие звука возмущения.

На фиг. 1 изображены действительная λ_r и мнимая λ_i части мультипликатора λ для $k=1,4$; $\omega=1,5$ при изменении a . Видно, что существует интервал $I_a \equiv [a_1, b_1]$, что $|\lambda(k=1,4; \omega=1,5; a \in I_a)| < 1$, т. е. собственные решения затухают со временем (при $a=0$ и $k=1,4$ волна Толлмина – Шлихтинга возрастает).

На фиг. 2 для $a=2,5 \in I_a$ и $k=1,4$ построены зависимости λ_r и λ_i от ω . Из фиг. 2 видно существование «окна устойчивости» I_ω по ω с длиной $|I_\omega| < 1$.

В заключение сделаем замечание по экспериментальной работе [6], в которой изучалось воздействие звука на развитие волн Толлмина – Шлихтинга. По мнению автора, отсутствие сдвига нейтральной кривой при звуковом воздействии в [6] объясняется малостью эффекта при практически достигнутых в эксперименте числах Рейнольдса. В самом деле, согласно работам [1, 6], можно оценить параметры теории (2) как $\omega=25-2,2$; $\mu_{\max} \approx 10^{-2}$. Расчет при таких параметрах дает отличие пока-

зателя Флоке от инкремента волны Толлмина – Шлихтинга в 1%, что трудно зарегистрировать в эксперименте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рубан А. И. О генерации волн Толлмина – Шлихтинга звуком // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 44–52.
2. Goldstein M. E. Scattering of acoustic waves into Tollmen – Schlichting waves by small streamwise variations in surface geometry // J. Fluid Mech. 1985. V. 154. P. 509–529.
3. Ефремов О. А. О разных способах воздействия на устойчивость пограничного слоя // Тр. 14-й конф. молодых ученых МФТИ, Долгопрудный, 27 марта – 8 апреля, 1989. Ч. 2. М.: МФТИ, 1989. С. 130–143.
4. Ефремов О. А. О восприимчивости пограничным слоем возмущений непрерывного спектра // Тр. 13-й конф. молодых ученых МФТИ, Долгопрудный, 23 марта – 4 апреля, 1988. Ч. 2. М.: МФТИ, 1988. С. 5–19.
5. Ефремов О. А. Расчет спектральным методом когерентных структур в пограничном слое. М.: ВЦ АН СССР, 1989. 18 с.
6. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Генерация и развитие возмущений малой амплитуды в ламинарном пограничном слое при наличии акустического поля // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1975. № 13. Вып. 3. С. 18–26.

Москва

Поступила в редакцию
28.XII.1989

УДК 532.526.5

© 1991 г.

Г. Л. КОРОЛЕВ

К АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЛАМИНАРНОГО ОТРЫВА ЖИДКОСТИ ПРИ ОБТЕКАНИИ УГЛА МАЛОГО ИЗЛОМА

Численно исследуется развитие структуры возвратного течения в окрестности угла малого излома, обтекаемого ламинарным потоком вязкой несжимаемой жидкости при больших числах Рейнольдса. Обнаружено, что с увеличением угла наклона происходит усложнение внутренней структуры области возвратного течения, вызванное появлением вторичного отрыва потока. Исследуется влияние кривизны обтекаемой поверхности.

Известно несколько численных результатов расчета уравнений вязкой жидкости, обнаруживших подобную систему отрывных течений. Первый получен при решении полных уравнений Навье – Стокса, описывающих течение около прямоугольной канавки [1], другой – при решении композитных уравнений, описывающих течение около углубления малого размера на плоской пластине [2]. Для уравнений асимптотической теории вязкой несжимаемой жидкости при больших числах Рейнольдса такой тип отрывного течения обнаружен впервые.

Исследование потока несжимаемой жидкости в окрестности угла малого излома при больших числах Рейнольдса (Re) было проведено в [3, 4]. Было показано, что отрыв ламинарного потока впервые происходит, когда величина угла наклона порядка $O(Re^{-1/4})$. В этом случае вблизи точки излома расположена область взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком, которая имеет трехслойную структуру. Определяющим является нижний вязкий прилегающий слой. Задача для этого подслоя выглядит следующим образом [5]:

$$\begin{aligned}
 x^* &= l \operatorname{Re}^{-3/8} \lambda^{-5/4} x, & y^* &= l \operatorname{Re}^{-5/8} \lambda^{-1/4} y \\
 p^* &= p_\infty + \rho u_\infty^2 \operatorname{Re}^{-1/4} \lambda^{1/2} p \\
 u^* &= u_\infty \operatorname{Re}^{-1/8} \lambda^{1/4} u, & v^* &= u_\infty \operatorname{Re}^{-7/8} \lambda^{3/4} v \\
 \alpha^* &= \operatorname{Re}^{-1/4} \lambda^{1/4} \alpha, & \operatorname{Re} &= \frac{l u_\infty}{\nu}
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned}
 u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= - \frac{dp}{dx} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\
 u(x, 0) &= v(x, 0) = 0 \\
 u &\rightarrow y^+ \dots & x &\rightarrow -\infty, & y &\rightarrow \infty \\
 \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{\partial u}{\partial x} &= f_0'(x) + \alpha \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} x + \frac{x}{x^2+1} \right) =
 \end{aligned}$$