

УДК 532.594-2

© 1991 г.

Б. А. НОСКОВ

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГЕТЕРОГЕННЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ. РАССЕЯНИЕ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН

Рассматривается динамика гетерогенной жидкой поверхности, представляющей собой двумерную дисперсную систему. Одна из поверхностных фаз (дисперсная фаза) образует круговые области, диаметр которых сравним с характеристической длиной механических возмущений, внутри непрерывной дисперсной среды. Формулируются неоднородные краевые условия для уравнений Навье – Стокса с разрывом на линии контакта поверхностных фаз. Особое внимание уделяется условиям на этой линии. Излагаются приближенный метод решения задачи дифракции поверхностных волн и результаты для случая рассеяния поперечных поверхностных волн. Показано, что если длина волны близка к размерам двумерных дисперсных частиц и их концентрация достаточно велика, то энергия рассеянных волн может превосходить энергию, диссипируемую в вихревом слое жидкости. Таким образом, возможен новый, отличный от классического механизм воздействия ПАВ на затухание капиллярных волн.

1. Применение новых методов исследования нерастворимых мономолекулярных пленок поверхностно-активных веществ (ПАВ) на водной подложке, прежде всего флуоресцентной микроскопии, позволило показать, что однородный монослой представляет собой редкое исключение среди разнообразных двумерных дисперсных систем [1, 2]. Поверхностные слои растворов ПАВ также иногда рассматриваются как неоднородные [3]. Однако в большом числе работ по гетерогенным поверхностным пленкам авторы ограничиваются исследованием равновесных свойств. С другой стороны, существующие исследования динамических поверхностных свойств относятся к гомогенным поверхностям. Лишь в [4, 5] при вычислении динамической поверхностной упругости в рамках термодинамической теории однородных вязкоупругих поверхностных слоев [6–8] была учтена реакция агрегации ПАВ в поверхностном слое.

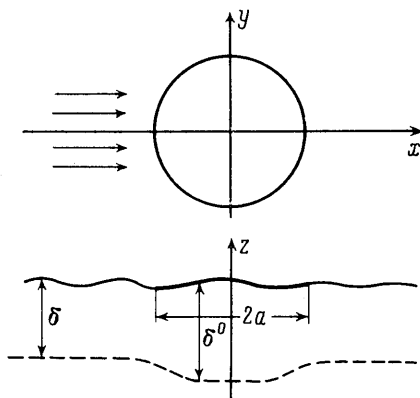
Так же как и в случае гомогенных систем [9], реология двумерных гетерогенных систем может быть построена по аналогии с реологией соответствующих объемных фаз, в данном случае с реологией дисперсных систем. Однако поверхностный слой представляет собой неавтономную фазу и в общем случае необходимо учитывать взаимодействие поверхностного слоя с образующими его объемными фазами, т. е. реология не оказывается чисто двумерной. Так, в [6–8] был учтен массообмен между поверхностным слоем и объемными фазами. В случае гетерогенных поверхностных слоев необходимо учитывать также и гидродинамическое взаимодействие. Разрывы краевых условий для уравнений движения жидкости на линиях контакта двумерных фаз приводят к изменению характера течения в объемных фазах. Только в случае, когда масштаб движения (деформации) объемных фаз много больше размеров двумерных коллоидных частиц, влиянием переходных зон можно пренебречь и краевые условия на границе объемных фаз можно считать непрерывными функциями поверхностных координат [4, 5].

Будем предполагать, что величина смещения частиц на поверхности много меньше масштаба движения. В этом случае движение жидкости сводится к распространению пакета линейных поверхностных волн и в случае гетерогенного поверхностного слоя необходимо прежде всего рассмотреть задачу дифракции стационарных поверхностных волн.

Для простоты исключим также случай множественного рассеяния поверхностных волн, т. е. двумерная дисперсная система предполагается достаточно разбавленной. Наконец, предположим, что двумерные дисперсные частицы имеют форму круга.

На фигуре в двух проекциях представлена схема рассеяния поверхностных волн на двумерной коллоидной частице. Ось X лежит в плоскости невозмущенной межфазной границы и ее направление совпадает с направлением распространения плоских поверхностных волн. Рассматривается межфазная граница жидкость — газ. Ось Z направлена в сторону газовой фазы.

Одно из основных отличий формулируемой задачи от исследованных ранее случаев дифракции акустических волн [10] и поверхностных волн в идеальной жидкости [11] заключается в различии размерностей рассеивающей области и окружающего пространства. Отличие свойств двумерной коллоидной частицы, отмеченных в дальнейшем верхним индексом градус, от свойств окружающей поверхности приводит к образованию переходной области, условно выделенной на фигуре пунктиром, где движение жидкости становится более сложным. Более того, для вихревых слоев у межфазной границы, где в случае растворов ПАВ диссипируется в основном энергия капиллярных волн [12], также образуется переходная зона. Размеры переходных областей близки к длине волны λ и толщине вихревого слоя δ соответственно, а мощность диссипации по порядку величины совпадает с мощностью диссипации, соответствующей равной по объему части однородного вихревого слоя [12–13].



Тогда при исследовании рассеяния поверхностных волн избыточной диссипацией энергии в переходной вихревой зоне можно пренебречь, если диаметр рассеивающей области $2a$ много больше δ . Поскольку $\lambda \gg \delta$, предшествующее условие тем не менее позволяет рассматривать предел $a/\lambda \rightarrow 0$. Более того, так как для капиллярных волн $\delta \sim (\omega\rho/\mu)^{1/2}$, где ω — круговая частота, ρ — плотность и μ — вязкость жидкости, и тем самым в первом приближении δ не зависит от поверхностных свойств, влияние вихревой переходной области, по-видимому, незначительно и избыточной диссипацией в ней можно пренебречь даже в случае $\delta \geq a$, по крайней мере для приближенной оценки.

Краевые условия на однородной межфазной границе для уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости запишем в виде [13]

$$\left(\frac{\varepsilon}{i\omega} + \eta_d\right) \nabla_s \cdot (\nabla_s \cdot \mathbf{v}_s) + \eta_s \nabla_s^2 \mathbf{v}_s = \mu \left(\frac{\partial \mathbf{v}_t}{\partial z} + \nabla_t v_z\right)_{z=0} \quad (1.1)$$

$$\sigma \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} + p' - p \quad (1.2)$$

где σ — поверхностное натяжение; ε — динамическая поверхностная упругость [6, 8]; η_d и η_s — дилатационная и сдвиговая поверхностные вязкости; R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны поверхности; p — давление жидкости, p' — давление газовой фазы; v_z и v_t — вертикальная и горизонтальная составляющие скорости жидкости; v_s — скорость жидкости на поверхности; ∇_s — вектор поверхностного градиента; для малых возмущений $\nabla_t = \nabla_s = \mathbf{e}_x \partial/\partial x + \mathbf{e}_y \partial/\partial y$; \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y — единичные векторы.

Запишем также решение системы уравнений Навье — Стокса и неразрывности, соответствующее линейным поверхностным волнам и удовлет-

воряющее условиям (1.1) и (1.2)

$$\begin{aligned}
 p &= -\rho g z + i\rho\omega A e^{hz+ikx+i\omega t} \\
 v_x &= -ikA e^{hz+ikx+i\omega t} + mB e^{mz+ikx+i\omega t} \\
 v_z &= kA e^{hz+ikx+i\omega t} - ikB e^{mz+ikx+i\omega t} \\
 m^2 &= k^2 + i\omega\rho/\mu
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

где k — волновое число; g — ускорение силы тяжести; t — время; A и B — постоянные, определяемые из граничных и начальных условий.

Соотношения (1.3) описывают поверхностные волны как в области двумерной дисперсионной среды, так и в области рассеивающей частицы, за исключением переходной зоны, где зависимость от пространственных координат более сложная. Условия на линии контакта поверхностных фаз «сшивают» два соответствующих решения только при $z=0$. Однако если не интересоваться движением жидкости в переходной зоне, то можно продолжить решения вида (1.3) вплоть до линии контакта, где необходимо удовлетворить граничным условиям при $z=0$. При этом, очевидно, непрерывность гидродинамических полей у линии контакта при $z \neq 0$ нарушается. В то же время можно предположить, что при удалении от линии контакта ошибка, связанная с нарушением непрерывности, уменьшается [12] и, следовательно, достигается хорошее приближение для задачи рассеяния. Таким образом, хотя исследуются трехмерные волны (все решения зависят от z), пренебрежение диссипацией энергии в переходной зоне позволяет рассматривать двумерную задачу дифракции (разрыв краевых условий не влияет в пределах применимости используемого приближения на зависимость решений от z).

Чтобы завершить формулировку задачи, необходимо записать условия на линии контакта поверхностных фаз. Если деформации межфазной границы малы, то диагональные компоненты тензора поверхностного натяжения σ_n удовлетворяют соотношению

$$\sigma_n - \sigma_n^0 = \kappa/R
 \tag{1.4}$$

где κ — линейное натяжение; R — радиус кривизны.

По аналогии с соотношением (1.4), справедливым на межфазной границе, запишем равенство для тангенциальных составляющих тензора поверхностного натяжения на линии контакта $\sigma_t = \sigma_t^0$.

Здесь линейная упругость не учитывается.

Еще одно условие следует из непрерывности нормальных составляющих тензора давления у линии контакта при $z=0$. Учитывая соотношение (1.2), это уравнение можно записать в виде

$$\sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \sigma^0 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)
 \tag{1.5}$$

Здесь нарушение непрерывности величины σ приводит к нарушению непрерывности радиусов кривизны при переходе через линию контакта. Величина R_1 , R_2 и R_1^0 , R_2^0 представляют собой предельные значения соответствующих радиусов при стремлении поверхностных координат к линии контакта со стороны сосуществующих двумерных фаз.

Три скалярных условия обеспечиваются равенством векторов скорости у линии контакта $\mathbf{V} = \mathbf{V}^0$.

Выражения для σ_n и σ_t получаются, если использовать те же методы, что и при вводе тензора напряжения для объемных фаз [14]

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_0 + \left(\frac{\varepsilon}{i\omega} + \eta_a - \eta_s \right) \nabla_s v_{is} + 2\eta_s \frac{\partial v_{ns}}{\partial n} \\ \sigma_t &= \eta_s \left(\text{rot}_z v_s - \frac{2\partial v_{ts}}{\partial n} \right)\end{aligned}\quad (1.6)$$

2. Сделанные упрощения позволяют найти поле рассеянной волны с помощью стандартных методов [10]. Используя теорему Гельмгольца, представим вектор скорости в следующем виде:

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= \text{grad } \varphi + \text{rot } \boldsymbol{\psi} \\ \text{div } \boldsymbol{\psi} &= 0; \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2; \quad \boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\psi}_1 + \boldsymbol{\psi}_2\end{aligned}\quad (2.1)$$

где φ , $\boldsymbol{\psi}$ — скалярный и векторный потенциалы соответственно; индексы 1 и 2 относятся к падающей и рассеянной волне.

Используя круговые цилиндрические координаты r , θ , z , представим скалярный потенциал φ_1 в виде ряда по функциям Бесселя первого рода J_n [10]

$$\varphi_1 = A e^{kz + ikx + i\omega t} = A e^{kz + i\omega t} \left[J_0(kr) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n J_n(kr) \cos n\theta \right]; \quad r > a \quad (2.2)$$

Скалярный потенциал рассеянной волны φ_2 представим в виде ряда по функциям Ганкеля $H_n^{(1)}$, соответствующим расходящимся волнам. Поскольку в дальнейшем функции Ганкеля $H_n^{(2)}$ не используются, верхний индекс опускаем

$$\varphi_2 = e^{kz + i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} H_n(kr) \cos n\theta; \quad r > a \quad (2.3)$$

Поскольку рассматривается плоская падающая волна, векторный потенциал $\boldsymbol{\psi}_1$ записывается в виде

$$\boldsymbol{\psi}_1 = \Psi_{1y} \mathbf{e}_y = B e^{mz + i\omega t} \left[J_0(kr) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n J_n(kr) \cos n\theta \right] (\sin \theta \mathbf{e}_r + \cos \theta \mathbf{e}_\theta); \quad r > a \quad (2.4)$$

Свойства симметрии рассматриваемой задачи позволяют представить векторный потенциал рассеянной волны $\boldsymbol{\psi}_2$ в виде [10]

$$\boldsymbol{\psi}_2 = \Psi_{2z} \mathbf{e}_z + \text{rot}(\Psi_{22} \mathbf{e}_z); \quad r > a \quad (2.5)$$

$$\Psi_{2j} = e^{m_j z + i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} B_{nj} f_{jn} H_n(k_j r)$$

$$f_{1n} = \sin n\theta; \quad f_{2n} = \cos n\theta$$

Волновые числа можно найти, подставляя (2.4) и (2.5) в уравнения Навье — Стокса. Тогда получим $m_2 = m$ и, следовательно, движение, соответствующее Ψ_{22} , представляет собой обычные поверхностные волны. Относительный вклад продольных и поперечных мод определяется соотношениями между постоянными A_{2n} и B_{n2} и зависит от характера падающей волны и условий на линии контакта.

Используя (2.1)–(2.5), находим компоненты скорости жидкости во внешней области

$$v_r = e^{i\omega t} \left\{ -kAM'e^{kz} - mBMe^{mz} \cos \theta - ke^{kz} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} H_n'(kr) \cos n\theta + \right. \\ \left. + \frac{1}{r} A e^{mz} \sum_{n=1}^{\infty} n B_{n1} H_n(k_1 r) \cos n\theta + kme^{mz} \sum_{n=0}^{\infty} B_{n2} H_n'(kr) \cos n\theta \right\} \quad (2.6)$$

$$v_\theta = e^{i\omega t} \left\{ \frac{2}{r} A e^{kz} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n n J_n(kr) \sin n\theta + mBMe^{mz} \sin \theta + \right. \\ \left. + \frac{1}{r} e^{kz} \sum_{n=1}^{\infty} n A_{2n} H_n(kr) \sin n\theta - k_1 e^{mz} \sum_{n=0}^{\infty} B_{n1} H_n'(k_1 r) \sin n\theta - \right. \\ \left. - \frac{m}{r} e^{mz} \sum_{n=1}^{\infty} n B_{n2} H_n(kr) \sin n\theta \right\} \quad (2.7)$$

$$v_z = e^{i\omega t} \left\{ -kAMe^{kz} + B e^{mz} \left[kM' \cos \theta + \frac{2}{r} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n n J_n(kr) \sin n\theta \sin \theta \right] - \right. \\ \left. - ke^{kz} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2n} H_n(kr) \cos n\theta + k^2 e^{mz} \sum_{n=0}^{\infty} B_{n2} H_n(kr) \cos n\theta \right\} \quad (2.8)$$

$$M = J_0(kr) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n J_n(kr) \cos n\theta$$

$$M' = J_0'(kr) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n J_n'(kr) \cos n\theta$$

Таким же образом получаются выражения для составляющих скорости во внутренней области. Следует отметить только, что здесь $\varphi_1^\circ = 0$, $\Psi_1^\circ = 0$ и вместо разложений по функциям Ганкеля необходимо использовать ряды по функциям Бесселя первого рода, ограниченными при $r \rightarrow 0$.

Дальнейшие преобразования требуют определения волновых чисел k , k_1° , m_1 и m_1° . Используя (2.5), получим

$$\nabla_s \{ \text{rot}_s [\text{rot } \Psi_{22} e_z] \}_{z=0} = 0$$

Это равенство показывает, что деформации растяжения (сжатия) поверхности отсутствуют и потенциалу $\text{rot}(\Psi_{22} e_z)$ соответствуют чисто сдвиговые поверхностные волны. Подставляя соответствующие выражения для скорости в уравнения Навье–Стокса и краевое условие (1.1), получим $\eta_s k_1^2 = -\mu m_1$; $m_1^2 = k_1^2 + i\omega\rho/\mu$, откуда вытекает выражение для волнового числа

$$k_1^2 = \frac{\mu^2}{2\eta_s^2} \pm \left(\frac{1}{4} \frac{\mu^4}{\eta_s^4} + \frac{i\omega\rho\mu}{\eta_s^2} \right)^{1/2} \quad (2.9)$$

где знаки перед корнями определяются из условий $\text{Re } m_1 > 0$ и $\text{Im } k_1 > 0$. Из анализа соотношения (2.9) следует, что величина $|m|$ не превышает

значений $|k_1|$ и $|m_1|$. Таким образом, сдвиговые волны быстро затухают при удалении от рассеивающей области и при исследовании случая $r \gg a$ ими можно пренебречь. Однако вклад диссипации энергии сдвиговыми волнами в общий баланс энергии может быть значителен и поэтому в дальнейшем соответствующие слагаемые в выражениях для составляющих скорости сохраняются.

Записывая уравнение линии контакта двумерных фаз в виде $r = a + \xi(\theta)$ и учитывая, что $|\xi| \ll a$, получим приближенное соотношение для радиуса кривизны линии контакта

$$\frac{1}{R} \approx \frac{1}{a} - \frac{1}{a^2} \left(\xi + \frac{\partial^2 \xi}{\partial \theta^2} \right) \quad (2.10)$$

Подставляя выражения для составляющих скорости в уравнения $\sigma_t = \sigma_t^\circ$, $V = V_0^\circ$, (1.4), (1.5) и используя соотношения (1.6) и (2.10), получим шесть алгебраических уравнений для определения постоянных A_{2n} , B_{n1} , B_{n2} , A_{2n}° , B_{n1}° , B_{n2}° . Слагаемые с тригонометрическими функциями одного порядка можно приравнять почленно. При $n=0$ уравнения баланса тангенциальных сил на линии контакта и равенство тангенциальных составляющих скорости выполняются тождественно. В оставшихся четырех уравнениях отсутствуют слагаемые, связанные с чисто сдвиговыми волнами. Это естественный результат, поскольку при $n=0$ рассеивающая область испытывает только деформации всестороннего растяжения (сжатия).

Решая эту систему, получим выражения для амплитуд рассеянных волн (для краткости здесь опущены аргументы у цилиндрических функций)

$$A_{20} = \left(\frac{E_4}{E_3} - \frac{k E_2}{m E_1} \right) \frac{m}{m-k}, \quad B_{02} = \frac{1}{m-k} \left(\frac{E_4}{E_3} - \frac{E_2}{E_1} \right) \quad (2.11)$$

$$E_1 = \frac{\varepsilon_1}{i\omega} k^2 H_0 - 2\eta_s k^2 H_0'' - \frac{k k^\circ H_0'}{J_0'} \left(\frac{\varepsilon_1}{i\omega} J_0 - 2\eta_s^\circ J_0'' \right) - \frac{\varkappa k}{i\omega a^2} H_0'$$

$$E_2 = \frac{\varepsilon_1}{i\omega} \left[k^2 A J_0 + i m B \left(k J_1' + \frac{1}{a} J_1 \right) \right] + 2\eta_s k (k A J_0'' - i m B J_1') +$$

$$+ (k A J_0' - i m B J_1) \left[\frac{\varepsilon_1^\circ}{i\omega} k^\circ J_0 (J_0')^{-1} - 2\eta_s^\circ k_0^{\circ\prime\prime} (J_0')^{-1} + \frac{\varkappa}{i\omega a^2} \right]$$

$$E_3 = k (k^\circ)^2 H_0 J_0'' J_0^{-1} - \frac{\sigma}{\sigma^\circ} k^3 H_0''$$

$$E_4 = \frac{\sigma}{\sigma^\circ} k^2 \left[k A J_0'' + i B \left(k J_1''' + \frac{1}{a} J_1'' + \frac{2}{k^2 a^3} J_1 - \frac{2}{k a^2} J_1' \right) \right] -$$

$$- k (k^\circ)^2 J_0'' (J_0)^{-1} (A J_0 + i B J_1')$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon + i\omega (\eta_d - \eta_s); \quad \varepsilon_1^\circ = \varepsilon^\circ + i\omega (\eta_d^\circ - \eta_s^\circ)$$

Для дальнейшего аналитического исследования введем предположение о малости диаметра рассеивающей области ($ka \ll 1$). Тогда использование приближенных выражений для цилиндрических функций позволяет упростить соотношения (2.11). Для краткости здесь и в дальнейшем ограничимся исследованием только случая рассеяния поперечных волн как наиболее важного. Приближенные выражения для амплитуд рассеянных поперечных волн имеют вид ($m \gg k$, $A \gg B$)

$$A_{20} \left(1 - \frac{k}{m} \right) = - \frac{i\pi a^2}{4} A \left[(k^\circ)^2 \frac{\sigma^\circ}{\sigma} - k^2 \right] \quad (2.12)$$

$$B_{02} (m-k) = A_{20} \left(1 - \frac{k}{m} \right) - k (k A + i m B) \left(1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0^\circ - \varkappa (2a)^{-1}} \right) \quad (2.13)$$

где $\varepsilon_0 = \varepsilon_1 + i\omega \eta_s$ и $\varepsilon_0^\circ = \varepsilon_1^\circ + i\omega \eta_s^\circ$ не содержат уже сдвиговой части.

Для поперечных волн $A_{20} \gg B_{02}$. Однако отношение A_{20}/B_{02} не строго соответствует отношению A/B в падающей волне. Это означает, что при падении на препятствие волн одного вида в рассеянной волне возникает малая добавка волн другого вида.

При $n=1$ необходимо уже решать систему из шести уравнений. Отметим, что во всех уравнениях имеются слагаемые с коэффициентами B_{11} и B_{11}° , соответствующие сдвиговым волнам.

Используя условия $ka \ll 1$ и $k^{\circ}a \ll 1$ (величины k_1a и $k_1^{\circ}a$ не ограничиваются), получим следующее решение:

$$A_{21} - kB_{12} = \frac{\pi a^2 k^2}{2(\sigma + \sigma^{\circ})} \left[\sigma \left(A + \frac{i}{2} B \right) - \sigma^{\circ} (A + iB) \right] \quad (2.14)$$

$$A_{21} - mB_{12} = \frac{\pi k a^4}{2} (kA + imB) \frac{(k^{\circ})^2 (\epsilon_1^{\circ} + 2i\omega\eta_{s^{\circ}}) - k^2 (\epsilon_1 + 2i\omega\eta_s)}{(k^{\circ})^2 (\epsilon_1^{\circ} + 2i\omega\eta_{s^{\circ}}) a^2 \Phi_1 + 4i\omega \Phi_2 (\eta_s - \eta_{s^{\circ}})} \quad (2.15)$$

$$\Phi_1 = k_1 H_0 \Phi_3 + \frac{J_1/a + k_1^{\circ} J_1'}{J_1/a - k_1^{\circ} J_1'} \left[1 + k_1 \Phi_3 \left(H_0 - \frac{2H_1}{k_1 a} \right) \right], \quad \Phi_2 = 1 + k_1 \left(H_0 - \frac{2H_1}{k_1 a} \right) \Phi_3$$

$$\Phi_3 = \left[\frac{2\eta_s}{a\eta_{s^{\circ}}} - (k_1^{\circ})^2 \frac{J_1 + 2J_1''}{J_1/a - k_1^{\circ} J_1'} \right] \left[\frac{\eta_s}{\eta_{s^{\circ}}} k_1^2 (H_1 - 2H_1'') + \left(k_1 H_0 - \frac{2H_1}{a} \frac{J_1 + 2J_1''}{J_2/a - k_1^{\circ} J_1'} \right) \right]^{-1}$$

Соотношение (2.15) значительно упрощается, если использовать предположение о малой величине поверхностных сдвиговых вязкостей $4(\eta_s - \eta_{s^{\circ}})(ak^{\circ})^{-2} \ll \epsilon^{\circ}/i\omega$. Используя также условия $m \gg k$ и $m^{\circ} \gg k^{\circ}$, выпишем приближенные результаты для поперечных волн

$$A_{21} \approx \frac{\pi a^2 k^2}{2} \frac{\sigma - \sigma^{\circ}}{\sigma + \sigma^{\circ}} A \quad (2.16)$$

$$B_{21}(m - k) \approx - \frac{\pi k a^2}{2} (kA - imB) \Phi_1^{-1} \left[1 - \left(\frac{k}{k^{\circ}} \right)^2 \frac{\epsilon_1 + 2i\omega\eta_s}{\epsilon_1^{\circ} + 2i\omega\eta_{s^{\circ}}} \right] + A_{21} \quad (2.17)$$

Заметим, что в случае достаточно коротких сдвиговых волн ($k_1 a \gg \lambda$) легко получить оценку $\Phi_1 \approx 1 - (1 + i\eta_s k_1 / \eta_{s^{\circ}} k_1^{\circ})^{-1}$. Основные выводы, сделанные ранее для случая $n=0$, остаются справедливыми и для рассматриваемой моды, меняется только величина эффективной динамической поверхностной упругости. Поскольку мода $n=1$ соответствует отсутствию деформации у линии контакта, из соответствующего выражения выпадает величина линейного натяжения, но добавляется слагаемое, пропорциональное поверхностной сдвиговой вязкости. При $n=1$ возникает также излучение поверхностных сдвиговых волн

$$B_{11} \approx a^2 i (kA + imB) \frac{(k^{\circ})^2 (\epsilon_1^{\circ} + 2i\omega\eta_{s^{\circ}}) - k^2 (\epsilon_1 + 2i\omega\eta_s)}{1/2 a^2 (k^{\circ})^2 \Phi_1 (\epsilon_1^{\circ} - 2i\omega\eta_{s^{\circ}}) + 2i\omega \Phi_2 (\eta_s - \eta_{s^{\circ}})} \Phi_3 \quad (2.18)$$

Предположение $k_1 a \gg 1$ позволяет упростить (2.18). Если ka близко к единице, отношение B_{11}/B_{21} мало и излучением сдвиговых волн можно пренебречь. Однако при дальнейшем уменьшении диаметра рассеивающей области амплитуда излучаемых поверхностных сдвиговых волн может превосходить амплитуду рассеиваемых волн.

При исследовании более высоких гармоник ($n \gg 2$) в выражениях для соответствующих амплитуд появляются дополнительные сомножители вида $(ka)^{2(n-2)}$. Тем самым при $ka < 1$ обеспечивается быстрая сходимость используемых рядов и можно ограничиться рассмотрением только двух первых гармоник.

3. Полученные результаты позволяют найти эффективное дифференциальное сечение рассеяния, т. е. угловое распределение интенсивности рассеянных волн. Однако с точки зрения экспериментального исследования больший интерес представляет полное сечение. Действительно, если размеры датчика волн намного превосходят расстояние до источника и множественным рассеянием можно пренебречь, то полное сечение вместе с величиной диссипации энергии в вихревом слое полностью определяют измеряемую величину амплитуды.

Поток энергии через боковую поверхность кругового цилиндра радиуса r° , ось которого перпендикулярна межфазной границе, определяется сле-

дующим соотношением [14]:

$$I = r^\circ \int_{-\infty}^0 dz \int_0^{2\pi} \left\{ v_r p - \mu \left[2v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} \right) + v_z \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right] \right\} d\theta \quad (3.1)$$

Для поперечных поверхностных волн $A_{2j} \gg B_{2j}$ и отношение первого слагаемого в фигурных скобках под знаком интеграла ко второму оказывается порядка m^2/k^2 . Таким образом слагаемым в квадратных скобках здесь можно пренебречь. Пусть также $\text{Re } k \gg \text{Im } k$. В этом случае можно выбрать радиус цилиндра так, что $r^\circ |k| \gg 1$, $r^\circ |\text{Im } k| \ll 1$. Следовательно, диссипацией энергии в области $a \ll r \ll r^\circ$ следует пренебречь и поток рассеиваемой энергии совпадает с величиной I .

Оценим потоки энергии, связанные с поперечными волнами I_1 и сдвиговыми волнами I_2 , отдельно. Используя ортогональность тригонометрических функций, асимптотические выражения для цилиндрических функций ($r^\circ k \rightarrow \infty$), пренебрегая слагаемыми высшего порядка малости, используя (2.12), (2.16) и полагая $k \approx k^\circ$, получим

$$I_1 \approx \frac{\omega \rho \lambda}{4\pi} (2|A_{20}|^2 + |A_{21}|^2) = \frac{3\pi}{64} \omega \rho \lambda k^4 a^4 A^2 \frac{(\sigma^\circ - \sigma)^2}{\sigma^2} \quad (3.2)$$

Полное сечение рассеяния равно отношению I_1 к плотности потока энергии плоских капиллярных волн $I_0 = \rho \omega A^2/2$

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{3}{32} \pi \lambda k^4 a^4 \frac{(\sigma^\circ - \sigma)^2}{\sigma^2} \quad (3.3)$$

Поскольку рассматривается рассеяние квазидвумерных поверхностных волн на двумерных препятствиях, поток энергии относится к единице длины и сечение рассеяния имеет размерность длины. Разделив (3.3) на a , получим отношение потока рассеиваемой энергии к потоку энергии капиллярных волн, падающего на двумерную частицу. С практической точки зрения больший интерес представляют величины, характеризующие рассеяние на совокупности двумерных частиц. Если s — поверхностная концентрация рассеивающих частиц, то доля энергии, рассеиваемой на расстоянии, равном одной длине волны $(I/I_0)_\lambda$, дается следующими соотношениями

$$\left(\frac{I}{I_0} \right)_\lambda = \frac{3}{8} \pi^2 s k^2 a^2 \frac{(\sigma^\circ - \sigma)^2}{\sigma^2} \quad (3.4)$$

где $s = \pi a^2$ — доля площади поверхности, занимаемая двумерными дисперсными частицами.

Величину $(I/I_0)_\lambda$ можно назвать коэффициентом экстинкции капиллярных волн. Здесь необходимо иметь в виду, что энергия волнового движения диссипируется в объемной фазе в вихревом слое. Но в системе с гетерогенной поверхностью имеется поток энергии в направлениях, отличных от направления волнового вектора падающей волны. Поэтому при определении эффективного коэффициента затухания к соответствующему значению для однородной поверхности необходимо добавить величину $(I/I_0)_\lambda$. При переходе к концентрированной двумерной дисперсной системе следует учитывать также особенности затухания волн внутри дисперсных частиц [12] и эффект множественного рассеяния.

Величина $(I/I_0)_\lambda$ быстро убывает при увеличении концентрации коллоидных частиц и их размеров. Однако при достаточно высокой концент-

рации двумерной коллоидной системы, высоком линейном натяжении и в случае, когда размеры поверхностных агрегатов сравнимы с длиной волны (очевидно, тогда соотношения (3.4) дают лишь грубую оценку), величина $(I/I_0)_\lambda$ может составлять несколько процентов. Так, при $s=0,1$, $ka=0,5$ и $(\sigma^\circ-\sigma)/\sigma=0,7$ на расстоянии, равном одной длине волны, теряется около 5% первоначальной энергии за счет рассеяния на двумерных частицах. Это значение может превосходить долю энергии, теряемую за счет диссипации в вихревом слое. Тем самым классическое решение задачи о механизме влияния ПАВ на затухание капиллярных волн, основанное на учете эффекта Марангони [14], оказывается не единственным. Нанесение пленки ПАВ на поверхность жидкости, согласно современным представлениям, приводит к образованию двумерной коллоидной системы [1, 2] и, следовательно, к рассеянию энергии капиллярных волн, описываемому полученными соотношениями. В то же время следует отметить, что исследованный эффект, по-видимому, только в редких случаях будет преобладать над классическим механизмом. В реальных системах рассеяние волн приведет лишь к поправке, которую необходимо учитывать при интерпретации результатов измерения коэффициента затухания капиллярных волн.

Для определения величины I_2 необходимо также учесть второе слагаемое в фигурных скобках в соотношении (3.1). Выделяя главные слагаемые и используя неравенства $k_1 a \gg 1$, $ma \gg 1$, легко получить, что отношение I_2/I_1 пропорционально $(m^2 ka^3)^{-1}$. Таким образом, при значениях ka , сравнимых с единицей, диссипацией энергии за счет чисто сдвиговых волн можно пренебречь. Однако при дальнейшем уменьшении диаметра дисперсной частицы вклад сдвиговых волн быстро увеличивается и может стать преобладающим.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Miller A., Helm C. A., Mohwald H. The colloidal nature of phospholipid monolayers // J. Phys. 1987. V. 48. № 4. P. 693-701.
2. Armstrong A. J., Mockler R. C., Osullivan W. J. Isothermal expansion-melting of two-dimensional colloidal monolayers on the surface of water // J. Phys. Condens. Matter. 1989. V. 1. № 9. P. 1707-1730.
3. Носков Б. А., Аникиева О. А., Макарова Н. В. Волны на поверхности растворов коллоидных ПАВ // Коллоид. журн. 1990. Т. 52. № 6.
4. Van den Tempel M., Lucassen-Reynders E. H. Relaxation processes at fluid interfaces // Adv. Colloid Interface Sci. 1983. V. 18. № 3-4. P. 281-301.
5. Lucassen-Reynders E. H. Effect of surfactant aggregation in soluble monolayers on dynamic surface properties // Colloids and Surfaces. 1987. V. 25. № 2/4. P. 231-249.
6. Носков Б. А. Динамическая поверхностная упругость растворов поверхностно-активных веществ // Коллоид. журн. 1982. Т. 44. № 3. С. 492-498.
7. Носков Б. А. Динамическая поверхностная упругость растворов поверхностно-активных веществ и устойчивость капиллярных волн // Коллоид. журн. 1983. Т. 45. № 4. С. 689-694.
8. Носков Б. А. Динамические поверхностные свойства растворов коллоидных поверхностно-активных веществ // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 2. С. 105-114.
9. Крогов В. В. Кинетика адсорбции ПАВ и реология поверхностного слоя // Вопросы термодинамики гетерогенных систем и теории поверхностных явлений. Вып. 5. Л.: Изд-во ЛГУ, 1979. С. 146-203.
10. Морс Ф., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 886 с.
11. Алешков Ю. З. Теория волн на поверхности тяжелой жидкости. Л.: Изд-во ЛГУ, 1981. 196 с.
12. Dore B. D. A theory for the wave-induced motion of finite monomolecular films // Quart. Appl. Math. 1985. V. 43. № 1. P. 37-55.
13. Dore B. D., Porter D. The edge effect of a surface film on gravity waves // J. Inst. Math. Appl. 1974. V. 14. № 1. P. 119-129.
14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.