

УДК 532.546:622.276.435

© 1991 г.

В. Н. ПАНКОВ

О ВКЛАДЕ КАПИЛЛЯРНЫХ СИЛ В ОБЪЕМ ЦЕЛИКОВ ОСТАТОЧНОЙ НЕФТИ

В рамках двухфазной модели вытеснения с учетом капиллярного давления записаны уравнения для расчета предельно равновесных форм целиков в однородных и слоисто-неоднородных пластах различной смачиваемости. Проведенные сравнительные расчеты целиков для одиночной скважины в круговом пласте показывают, что в общем случае влияние капиллярного давления на форму и объем целиков не является пренебрежимо малым и может достигать 10% порового объема пласта.

Для оценки предельной нефтеотдачи заводненных пластов, содержащих вязкопластичные (аномально вязкие) нефти, эффективной оказывается теория предельно равновесных целиков [1–3]. В основе этой теории лежит предположение о неподвижности нефти, удерживаемой в пласте силами пластического сопротивления. Капиллярные силы при этом не рассматриваются. В [4], по-видимому, впервые явным образом учтено влияние капиллярных сил на распределение остаточной насыщенности ньютоновской нефти, неподвижность которой определялась условием равенства нулю градиента давления в нефтяной фазе $|\nabla p_2|=0$. С использованием этого условия в [5] исследовано явление капиллярного запираания скважин.

При определении остаточной насыщенности вязкопластичной нефти, обладающей начальным градиентом давления G , условие неподвижности нефти принимает вид $|\nabla p_2|=G$, а основная система уравнений для расчета предельной водонасыщенности s с учетом капиллярного давления в общепринятых обозначениях записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{w}_1 &= 0, \quad |\nabla p_2| = G \\ \mathbf{w}_1 &= -\frac{k}{\mu_1} f_1(s) \operatorname{grad} p_1, \quad p_2 = p_1 + p_3 \\ p_3 &= \sigma \cos \theta \sqrt{m/kJ}(s) \end{aligned}$$

В такой постановке расчет остаточной нефтенасыщенности проводился в [6, 7], где предполагалось, что условие равенства градиента давления в нефти начальному выполняется во всей области течения.

В продолжение названных работ здесь предлагаются постановки задач расчета формы и объема целиков остаточной нефти, обладающей начальным градиентом давления, как в однородных пластах, так и в пластах со случайной послойной неоднородностью, когда капиллярное давление учитывается явным образом. Постановки иллюстрируются задачей об одиночной скважине в центре круговой залежи, наглядно выявляющей качественный результат для современных регулярных схем заводнения.

1. Постановку задачи расчета целиков остаточной вязкопластичной нефти в однородных пластах можно получить из модели целиков [8], допускающей возможность образования в пласте трех типов областей: полностью промываемых водой (области D_1), частично промываемых водой (области D_2), полностью непромываемых водой (области D_3). Повторяя рассуждения работы [8] для двухфазной модели вытеснения с учетом капиллярного давления, придем к следующим уравнениям, описывающим асимптотическую картину вытеснения нефти с начальным градиентом

давления в тонком однородном пласте:

$$\begin{aligned}
 & |\nabla p_2| \geq G(s^*), \quad s=s^*, \quad f_2(s^*)=0 \\
 & \operatorname{div} \left(\frac{k}{\mu_1} f_1(s^*) \operatorname{grad} p_1 \right) = 0, \quad p_2 - p_1 = p_3(s^*), \quad (x, y) \in D_1 \\
 & |\nabla p_2| = G(s), \quad s_* \leq s \leq s^* \\
 & \operatorname{div} \left(\frac{k}{\mu_1} f_1(s) \operatorname{grad} p_1 \right) = 0, \quad p_2 - p_1 = p_3(s), \quad (x, y) \in D_2 \\
 & |\nabla p_2| \leq G(s_*), \quad s=s_*, \quad f_1(s_*)=0 \\
 & p_2 - p_1 = p_3(s_*), \quad (x, y) \in D_3
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

В уравнениях (1.1) x, y — координаты плоскости простирания пласта, s_* и s^* — минимальная и максимальная водонасыщенности, p — давление, f — фазовая проницаемость, G — начальный градиент давления сдвига нефти, p_3 — капиллярное давление, индекс 1 относится к воде, индекс 2 — к нефти.

При выводе уравнений (1.1) главным является предположение о том, что предельная водонасыщенность пласта определяется абсолютной величиной градиента давления в нефтяной фазе. Постановка (1.1) будет лишена противоречий, если принять, что начальный градиент давления для нефти является монотонно возрастающей функцией водонасыщенности независимо от смачиваемости скелета пласта. Вместе с граничными условиями и условиями сопряжения на границах областей уравнения (1.1) представляют собой сопряженную краевую задачу. Если же при обработке экспериментальных данных функцию $G(s)$ можно построить так, что $G(s_*)=0$ и $G(s^*)=\infty$, то можно отказаться от деления области течения на три подобласти D_1, D_2, D_3 , полагая, что область D_2 с переменной предельной водонасыщенностью занимает всю область пласта. Тогда от задачи сопряжения придем к краевой задаче, что в общем случае упрощит расчет целиков.

При отсутствии экспериментальной зависимости $G(s)$ становится вынужденным допущение $G=\text{const}$, $s_* \leq s \leq s^*$, а тогда область D_2 в постановке (1.1) становится областью постоянного градиента давления и расчет целиков остаточной аномально вязкой нефти в тонком однородном пласте сводится к решению уравнений для давления в нефтяной фазе $p_2(x, y)$ и предельной водонасыщенности в областях D_1 и D_2 с условиями сопряжения $[p_2] = [s] = 0$ вдоль границ, разделяющих области D_1 и D_2 , и с условиями непротекания вдоль границ областей D_2 и D_3

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 p_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_2}{\partial y^2} = 0, \quad s(x, y) = s^*, \quad (x, y) \in D_1 \\
 & \operatorname{div} \left(\frac{k}{\mu_1} f_1(s) (\operatorname{grad} p_2 - p_3'(s) \operatorname{grad} s) \right) = 0 \\
 & \left(\frac{\partial p_2}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p_2}{\partial y} \right)^2 = G^2, \quad (x, y) \in D_2 \\
 & |\nabla p_2| \leq G, \quad s=s_*, \quad (x, y) \in D_3
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

В постановках (1.1) и (1.2) предельная водонасыщенность и связанное с ней капиллярное давление изменяются только в области D_2 , в этой же области явным образом должно проявляться действие капиллярных сил. Для тех задач, где область D_2 отсутствует, действие капиллярных сил будет проявляться лишь через значения водонасыщенностей s_* и s^* .

В качестве иллюстрации постановки (1.2) определим целик остаточной нефти при вытеснении ее водой к одиночному стоку обильностью Q , расположенному в центре круговой плоской залежи радиуса R . Для этой задачи в пласте могут существовать только две области: D_1 и D_2 . В каждой из областей справедливы соотношения

$$\left| \frac{\partial p_2}{\partial r} \right| > G, \quad \frac{Q}{2\pi} = r \frac{k}{\mu_1} f_1(s^*) \frac{\partial p_1}{\partial r}, \quad 0 \leq r \leq r_*$$

$$\left| \frac{\partial p_2}{\partial r} \right| = G, \quad \frac{Q}{2\pi} = r \frac{k}{\mu_1} f_1(s) \frac{\partial p_1}{\partial r}, \quad r_* \leq r \leq R$$

из которых следуют уравнения для границы целика и предельной водонасыщенности внутри него

$$r_* \frac{k}{\mu_1} f_1(s^*) G = \frac{Q}{2\pi}$$

$$r \frac{k}{\mu_1} f_1(s) \left(G - p_3'(s) \frac{ds}{dr} \right) = \frac{Q}{2\pi}$$

Если далее с масштабом r выбрать R , то придем к следующему уравнению для водонасыщенности:

$$\frac{ds}{dr} = \frac{1}{Q_2 J'(s)} \left(1 - \frac{Q_1}{r f_1(s)} \right), \quad r_* \leq r \leq 1$$

$$s = s^*, \quad r \leq r_*, \quad r_* = Q_1 / f_1(s^*) \quad (1.3)$$

$$Q_1 = \frac{\mu_1 Q}{2\pi k G R}, \quad Q_2 = \frac{\sigma \cos \theta \sqrt{m/k}}{G R}$$

где $J(s)$ — функция Леверетта, σ — коэффициент поверхностного натяжения, θ — краевой угол смачивания, Q_1 — безразмерный параметр отношения гидродинамических сил к вязкопластическим, Q_2 — безразмерный параметр отношения капиллярных сил к вязкопластическим.

Остаточный из-за аномальных свойств объем нефти определяется следующим интегралом:

$$\beta = 2 \int_{r_*}^1 \left(1 - \frac{s(r)}{s^*} \right) r dr \quad (1.4)$$

Уравнение (1.3) решено численно методом Рунге — Кутты, а интеграл (1.4) вычислен по формуле Симпсона. При расчетах пласт предполагается гидрофильным, а характерные зависимости были приняты следующими:

$$s^* = 1, \quad f_1(s) = s, \quad J(s) = 0, \quad 1s^{-1}$$

Результаты расчетов сравнивались с решением без учета капиллярных сил, которое имеет следующий вид:

$$s = 1, \quad r \leq r_*; \quad s = Q_1 r^{-1}, \quad r_* \leq r \leq 1$$

$$r_* = Q_1, \quad \beta = (1 - Q_1)^2$$

Результаты сравнения приведены на фиг. 1, где показана зависимость остаточного объема нефти β от параметра Q_1 при различных значениях параметра Q_2 . Здесь кривая 1 отвечает решению (1.5), для которого $Q_2 = 0$. Кривые 2, 3 соответствуют значениям $Q_2 = 0,2, 0,5$.

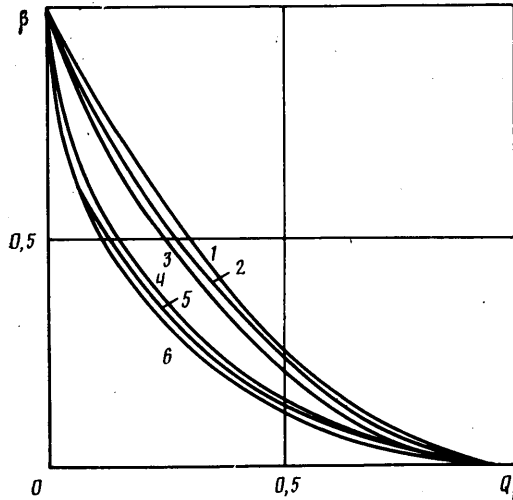
Из фиг. 1 следует, что капиллярные силы уменьшают остаточный из-за аномальных свойств объем нефти, но поскольку для реальных условий нефтяных месторождений значение параметра Q_2 не превышает 0,5, то для рассмотренного примера это влияние можно считать незначительным. Гораздо сильнее влияет на остаточный объем фазовая проницаемость для воды. Так, для $f_1(s) = s^2$ решение

рассматриваемой задачи без учета капиллярных сил принимает вид

$$s=1, \quad r \leq r_*; \quad s = \sqrt{Q_1 r^{-1}}, \quad r_* \leq r \leq 1$$

$$r_* = Q_1, \quad \beta = 1 + 1/3(Q_1^2 - 4Q_1^{1/2})$$

Этому решению отвечает кривая 4 на фиг. 1. Решение этой же задачи с учетом капиллярного давления показывает (для кривой 5 - $Q_2=0,5$; 6 - $Q_2=1,0$), что его влияние на остаточный объем нефти снова несущественно, а уменьшение фазовой проницаемости для воды привело к уменьшению остаточного объема нефти. Результаты расчетов показывают, что при оценке объема целиков остаточной



Фиг. 1

нефти по двухфазной модели с учетом капиллярных сил основной вклад в уменьшение остаточного объема нефти (при одинаковом параметре Q_1) вносит уменьшение фазовой проницаемости для воды, капиллярное давление при этом явным образом можно не рассматривать.

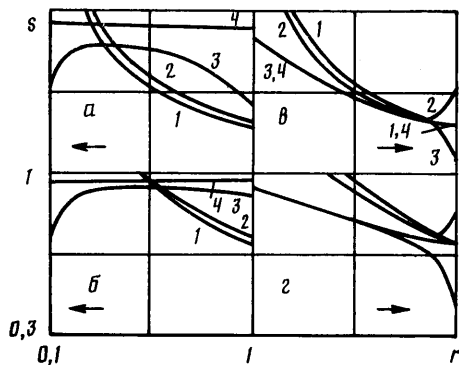
2. Полученный вывод о пренебрежимо слабом влиянии капиллярного давления на остаточный объем аномальной нефти в рассмотренном выше примере справедлив лишь для гидрофильного пласта. Для него не нужно учитывать концевой эффект и насыщенность смачивающей жидкостью у стока максимальна. В гидрофобном пласте теперь J -функция Леверетта будет иметь вид $J(s) = 0,1(1-s)^{-1}$, а тогда решение задачи для одиночного стока без учета концевой эффекта можно записать сразу

$$s = s^* = 1, \quad r \in D_1 \cup D_2$$

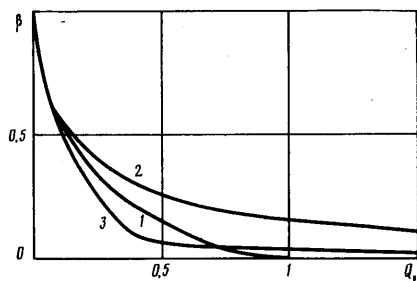
т. е. предельная водонасыщенность принимает максимальное значение во всем пласте и целик неподвижной нефти отсутствует при любых значениях параметров Q_1 и Q_2 . Так что для гидрофобного пласта влияние капиллярного давления на форму целика в такой постановке оказывается решающим.

Учет концевой эффекта для гидрофобного пласта заставляет принять, что в окрестности стока насыщенность смачивающей нефти максимальна, а следовательно, водонасыщенность минимальна: $s = s_*$. Но тогда постановка задачи (1.2) для рассматриваемого примера должна быть изменена.

При расчете целиков остаточной нефти в однородных пластах в общем случае наименее противоречива постановка, для которой начальный градиент зависит от насыщенности $G = G(s)$, $G'(s) \geq 0$, а условие равенства градиента давления в нефти начальному выполняется во всем пласте.



Фиг. 2



Фиг. 3

При соответствующем подборе функции $G(s)$ такая постановка может рассматриваться как регуляризованная постановка (1.1) или (1.2). Для такой постановки расчет целика остаточной нефти для одиночной скважины в однородном пласте принимает вид

$$\frac{ds}{dr} = \frac{1}{Q_2 J'(s)} \left(G(s) - \frac{Q_1}{r f_1(s)} \right), \quad r_0 \leq r \leq 1 \quad (2.1)$$

$$s(r_0) = s_0$$

где r_0 — радиус скважины.

Если капиллярными силами пренебречь, то уравнение для расчета предельной водонасыщенности еще более упрощается

$$G(s) = Q_1 r^{-1} f_1^{-1}(s), \quad r_0 \leq r \leq 1 \quad (2.2)$$

С использованием уравнений (2.1) и (2.2) проведены сравнительные расчеты объема и формы целиков остаточной нефти. При этом фазовая проницаемость для воды и предельный градиент для нефти определялись выражениями

$$f_1(s) = s^2, \quad G(s) = 1 + \frac{\delta G}{2} \ln \frac{s}{1-s}$$

где δG — безразмерный параметр регуляризации.

Результаты расчетов для стока приведены на фиг. 2, где кривые 1–4 характеризуют предельную водонасыщенность в пласте и получены при следующих значениях параметров: $Q_2 = 0,5$; $\delta G = 0,01$; $r_0 = 0,1$. Параметр $Q_1 = 0,25$ для фиг. 2, а и 0,5 для фиг. 2, б. Кривые 1 отвечают решению задачи без учета капиллярных сил, кривые 2 получены для гидрофильного пласта ($s(r_0) = 1$), кривые 3, 4 отвечают гидрофобному пласту, причем кривая 3 получена с учетом концевго эффекта ($s(r_0) = 0$), а для кривой 4 концевой эффект учтен лишь незначительным снижением насыщенности у стока: $s(r_0) = 0,95$. Значения остаточного объема целиков в этих примерах для кривых 1–4 соответственно таковы: $\beta = 0,355$; 0,327; 0,235; 0,055 (а); $\beta = 0,140$; 0,131; 0,072; 0,035 (б).

Из фиг. 2 следует, что для гидрофильного пласта влияние капиллярных сил незначительно, но в гидрофобном пласте капиллярное давление изменяет форму и размер целика, более того, в случае пренебрежения концевым эффектом при расчете сводит объем целика к нулю. На фигуре 2 видна еще одна особенность в форме целиков: для гидрофильных пластов, так же как для пластов с безразличной смачиваемостью, четко выделяются области D_1 и D_2 , а для гидрофобных пластов область D_2 , где $|\nabla p_2| = \text{const}$, растянулась на весь пласт.

Различное влияние смачиваемости на остаточный объем нефти связано с характером кривых капиллярного давления, которое для гидро-

фильного пласта стремится к максимальному значению при малых значениях водонасыщенности $s \rightarrow s_*$ и, следовательно, может играть существенную роль возле границ областей D_2 и D_3 пласта. Но область D_3 в этой задаче отсутствует и предельная водонасыщенность далека от s_* . Наоборот, для гидрофобного пласта капиллярное давление возрастает при $s \rightarrow s_*$ и будет оказывать значительное влияние (сравнимое с влиянием гидродинамического напора) на форму целиков возле границ, разделяющих области D_1 и D_2 , что и наблюдается в рассматриваемом примере для одиночного стока.

Смена направления течения вытесняющей воды в этой задаче подтверждает полученные результаты. На фиг. 2, *в*, *г* приведены кривые предельной водонасыщенности, полученные при тех же предположениях и значениях безразмерных параметров, что на фиг. 2, *а*, *б*, но с заменой стока на источник (здесь и ниже на фиг. 4 стрелка указывает направление течения). Обозначения кривых те же, что для фиг. 2, *а*, *б*.

Из фиг. 2, *в*, *г* вновь следует, что капиллярные силы в гидрофобном пласте растянули область D_2 на весь пласт, сделали форму целика более пологой и увеличили его объем. Так, переход от гидрофильного к гидрофобному пласту приводит к увеличению объема целика почти вдвое: от 0,14 до 0,26 порового объема пласта (фиг. 2, *г*).

Отличительной особенностью примеров для источника является то, что при строгой постановке концевой эффект нужно учитывать не только для гидрофобного, но и для гидрофильного пласта. Однако результаты показывают, что влияние концевого эффекта на объем целика остаточной нефти теперь не является решающим.

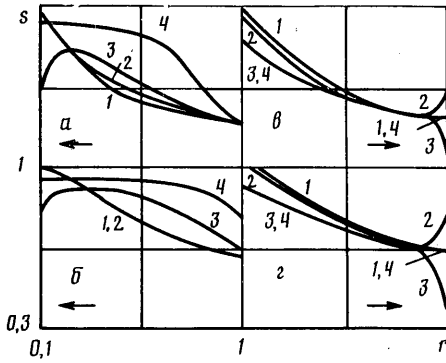
Влияние капиллярного давления на остаточный объем аномально вязкой нефти в гидрофобном пласте более наглядно иллюстрирует фиг. 3, где показана полученная расчетная зависимость остаточного объема β от динамического параметра Q_1 . Безразмерные параметры здесь постоянны: $Q_2=0,5$; $\delta G=0,001$; кривая 1 получена без учета капиллярных сил, кривая 2 отвечает источнику, кривая 3 — стоку.

Из фиг. 3 следует, что для рассматриваемого примера смена направления течения изменяет объем целика остаточной нефти и в общем случае это изменение нельзя назвать пренебрежимо малым. Максимальное расхождение с решением без учета капиллярного давления достигается при $Q_1=1$ и равно 15% порового объема пласта.

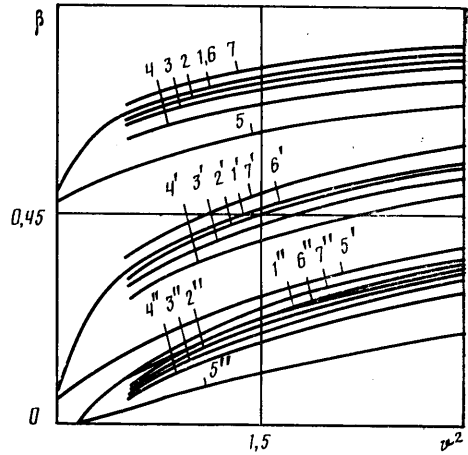
Для стока влияние капиллярного давления на объем целика остаточной нефти неоднозначно. При малых значениях динамического параметра Q_1 капиллярное давление уменьшает остаточный объем нефти. Максимальное отклонение от решения без учета капиллярного давления при $Q_1=0,4$ равно 12% порового объема пласта. При значениях $Q_1 > 0,72$ капиллярное давление увеличивает остаточный объем нефти, но его влияние для стока гораздо слабее, чем для источника.

Оценки объема и формы целиков остаточной нефти с использованием уравнений (2.1), (2.2) проведены также для случая сильной зависимости начального градиента давления нефти от насыщенности. Результаты расчетов при $\delta G=1$ приведены на фиг. 4. Здесь кривая 1 характеризует предельную водонасыщенность в пласте при решении задачи без учета капиллярных сил, кривая 2 соответствует гидрофильному пласту, кривые 3, 4 отвечают гидрофобному пласту, причем кривая 3 получена с учетом концевого эффекта, а для кривой 4 концевой эффект учтен незначительным снижением предельной водонасыщенности до 0,95. Параметры Q_1 и Q_2 те же, что для фиг. 2.

Приведенные на фиг. 4 результаты показывают, что в случае сильной зависимости начального градиента давления от насыщенности качественные выводы остаются прежними, а влияние капиллярных сил лишь



Фиг. 4



Фиг. 5

уменьшается. И общий итог проведенных с использованием уравнений (2.1), (2.2) расчетов состоит в том, что капиллярное давление может существенно изменить как объем, так и форму целика остаточной нефти, а пренебрежение концевым эффектом при расчете предельно равновесных форм целиков может качественно изменить результат.

3. При оценке влияния капиллярных сил на объем и форму целиков остаточной anomalно вязкой нефти в заводненных слоисто-неоднородных пластах исходную систему уравнений получим, повторяя все рассуждения работы [8], но снова принимая, что вместо поршневой модели вытеснения справедлива двухфазная модель с учетом капиллярного давления. Также примем, что водонасыщенность в промытой водой области пласта всюду равна предельной водонасыщенности. Тогда система уравнений, описывающая осредненное по толщине пласта движение воды в тонком пласте будет иметь вид

$$\operatorname{div} w_1 = 0, \quad w_1 = -\frac{K(g)}{\mu_1} \operatorname{grad} p_1$$

$$K(g) = \frac{f_1(s^*)}{H} \int_0^{h(g)} k(z) dz, \quad w_1 = \frac{1}{H} \int_0^{h(g)} v_1(x, y, z) dz$$

$$v_1 = -\frac{k(z)}{\mu_1} f_1(s^*) \operatorname{grad} p_1, \quad g = G(h), \quad k(h)G^2 = \text{const} \quad (3.1)$$

$$p_2 = p_1 + p_3, \quad p_3 = \sigma \cos \theta \sqrt{m/k(h)} J(s^*)$$

где h — толщина промываемого водой прослоя пласта, K — эффективная проницаемость пласта, w_1 — эффективная скорость фильтрации воды, $g = |\nabla p_2|$ — модуль градиента давления в нефтяной фазе.

Полагая, что послойная неоднородность пласта описывается случайным распределением (здесь — Вейбулла), и переходя к безразмерным переменным (тем же, что в [8]), получим систему уравнений для расчета объема и формы целиков в тонких пластах со случайной неоднородностью

$$\operatorname{div}(K(g) \nabla (p_2 - Q_2 g)) = 0$$

$$\frac{dK}{d\sigma} = 2Q_1 k^{3/2} f(k), \quad g = 0, \quad K = 0$$

$$\frac{dh}{dg} = 2Q_1 k^{3/2} f(k), \quad g=0, \quad h=0$$

$$\beta = \int \int_{(D)} (1-h(g(x,y))) dx dy$$

$$k = (Q_1 g)^{-2}, \quad Q_1 = \frac{\mu_1 Q}{k_m G_m R}, \quad Q_2 = \frac{\sigma \cos \theta \sqrt{m/k_m} J(s^*)}{G_m R} \quad (3.2)$$

$$f(k) = \exp(-\lambda k^\alpha) \lambda \alpha k^{\alpha-1}, \quad \lambda = \Gamma^\alpha (1/\alpha + 1)$$

$$\frac{\Gamma(2/\alpha + 1)}{\Gamma^2(1/\alpha + 1)} - 1 = v^2$$

В системе (3.2) Γ — гамма-функция, а индекс m относится к прослою со средним значением проницаемости.

Иллюстрацию влияния капиллярных сил на остаточный объем anomalно вязкой нефти снова проведем для одиночной скважины в центре круговой залежи радиуса R , на границе которой поддерживается постоянное давление. Если начало координат совместить со скважиной, скелет пласта для определенности принять гидрофильным и учесть, что при заданном дебите скважины уравнение неразрывности интегрируется, то окончательно расчет остаточного объема нефти в неоднородном пласте с учетом капиллярного давления сводится к решению следующих уравнений:

$$\frac{dg}{dr} = \frac{1}{Q_2} \left(\frac{1}{2\pi r K(g)} - g \right)$$

$$K(g) = 2Q_1 \int_0^g k^{3/2} f(k) dt, \quad k = (Q_1 t)^{-2} \quad (3.3)$$

$$h(g) = 2Q_1 \int_0^g k^{3/2} f(k) dt$$

$$\beta = 2 \int_{r_0}^1 (1-h(g(r))) r dr$$

Эти уравнения дополняются условием полного промывания пласта в окрестности скважины

$$r=r_0, \quad K(g(r_0))=1, \quad g=(2\pi r_0)^{-1}$$

Решение уравнений (3.3) зависит от трех безразмерных параметров: динамического параметра Q_1 , параметра отношения капиллярных сил к вязкопластическим Q_2 и параметра неоднородности v^2 — квадрата коэффициента вариации.

При численном решении уравнения для градиента давления в нефтяной фазе использован метод Рунге — Кутты четвертого порядка точности с постоянным шагом интегрирования. В общем случае целесообразно применение сетки с переменным шагом для более точной аппроксимации уравнения при малых r . Однако из физических соображений следует, что в окрестности скважины, где градиент давления велик, достигается полное промывание прослоев и функции $K(g)$, $h(g)$ близки к максимальному значению, т. е. в окрестности скважин появляется область — аналог области D_1 для однородного пласта. Тогда за радиус скважины можно принять величину r_* , которая вместе с $g(r_*)$ определяется из следующей

системы уравнений:

$$2\pi r_* K(g)g=1, \quad K(g)=1-\varepsilon$$

где ε — малая постоянная, определяемая точностью расчетов.

Поскольку наименьшее значение градиента давления в нефтяной фазе достигается на границе области — контуре питания, то для сокращения объема вычислений толщина промытых водой прослоев h сначала определяется в точке $r=1$ по формуле

$$h(g(1))=2Q_1 \int_0^{g(1)} k^{3/2} f(k) dt$$

а затем в остальных точках расчет производится по рекуррентным соотношениям

$$h(g(r_i))=h(g(r_{i+1})) - 2Q_1 \int_{g(r_{i+1})}^{g(r_i)} k^{3/2} f(k) dt$$

$$kt^2=Q_1^{-2}, \quad i=0, \dots, n-1$$

Результаты расчетов приведены на фиг. 5, где показана зависимость относительного остаточного объема нефти β от параметра неоднородности v^2 при различных значениях параметров Q_1 и Q_2 . Здесь кривые 1—4 получены при $Q_1=2$, 1'—4' — при $Q_1=5$, 1''—4'' — при $Q_1=10$. Для кривых 1, 1', 1'' параметр Q_2 равен 0,1; кривые 2, 2', 2'' соответствуют $Q_2=0,05$; для кривых 3, 3', 3'' имеем $Q_2=0,01$; решению уравнений (3.3) без учета капиллярных сил ($Q_2=0$) отвечают кривые 4, 4', 4''. Параметры Q_1 , Q_2 и v^2 здесь выбраны для реальных условий разработки нефтяных месторождений.

Результаты расчетов показывают, что неоднородность пласта приводит к увеличению остаточного объема нефти, а с увеличением параметра Q_2 величина остаточного объема нефти уменьшается. Профили кривых при всех значениях параметров Q_1 и v^2 повторяются.

Чтобы влияние капиллярного давления на остаточный объем аномальной нефти в заводненных слоисто-неоднородных пластах сделать более наглядным, эта же задача была решена в предположении, что между отдельными прослоями по напластованию полностью отсутствует гидродинамическая сообщаемость. Решению задачи при таких предположениях на фиг. 5 соответствуют кривые 5, 5', 5''. Сравнение результатов показывает, что послонная гидродинамическая сообщаемость влияет на величину остаточного объема нефти сильнее, чем капиллярное давление.

При расчете остаточного объема нефти вязкой нефти в слоисто-неоднородном гидрофобном пласте постановка задачи сохраняет вид (3.3), однако безразмерный параметр Q_2 , в который входит $J(s^*)$ -функция Леверетта, становится отрицательной величиной и возрастает в несколько раз из-за того, что теперь вода стала несмачивающей жидкостью. Кроме того, «жесткость» уравнения для модуля градиента давления в гидрофобном пласте заставляет численное интегрирование проводить от контура питания к скважине. Граничным условием на контуре питания служит решение задачи без учета капиллярных сил, которое имеет вид

$$2\pi K(g)g=1$$

Результаты расчетов объема целиков остаточной нефти в гидрофобном неоднородном пласте приведены на фиг. 5, где кривые 6, 7 получены для $Q_1=2$, кривые 6', 7' построены для $Q_1=5$, а кривые 6'', 7'' отвечают $Q_1=10$. Для кривых 6—6'' параметр $Q_2=0,01$; а для кривых 7—7'' $Q_2=$

==—0,1. Результаты расчетов снова показывают, что для предлагаемой здесь схемы учета капиллярных сил в пластах со случайной послойной неоднородностью влияние капиллярного давления на объем целиков оказывается слабее, чем влияние послойной гидродинамической общности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917–1967). М.: Наука, 1969. 545 с.
2. *Бернадинер М. Г., Енгов В. М.* Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. М.: Наука, 1975. 199 с.
3. *Котляр Л. М., Скворцов Э. В.* Плоские стационарные задачи фильтрации жидкости с начальным градиентом. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1978. 141 с.
4. *Бузинов С. Н.* К вопросу об определении остаточной нефтенасыщенности // Докл. АН СССР. 1957. Т. 116. № 1. С. 28–31.
5. *Пеньковский В. И.* Концевой эффект капиллярного запираания вытесняемой фазы при фильтрации несмешивающихся жидкостей // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 5. С. 184–187.
6. *Кудрявцев Г. В., Фаткуллин А. Х.* Расчет остаточной насыщенности в неоднородном пласте при взаимном вытеснении жидкостей с вязкопластическими свойствами // ПМТФ. 1970. № 4. С. 189–192.
7. *Кудрявцев Г. В., Фаткуллин А. Х.* Определение остаточной насыщенности при плоскорадиальном вытеснении вязко-пластичных жидкостей // Сб. докл. на VI конференции молодых ученых ТатНИИ, 1969. Казань, 1971. С. 95–101.
8. *Енгов В. М., Панков В. Н., Панько С. В.* К расчету целиков остаточной вязкопластической нефти // ПММ. 1980. Т. 44. Вып. 5. С. 847–856.

Томск

Поступила в редакцию
20.IX.1989