

УДК 532.546

© 1991 г.

**О. Ю. ДИНАРИЕВ, О. В. НИКОЛАЕВ**

## РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ПЛОТНОГО ГАЗА

Нестационарные процессы фильтрации газов и ньютоновских жидкостей обычно описывают в рамках стандартной модели упругого режима [1, 2]. Между тем из общих теоретических соображений ясно, что при достаточно малых характерных временах изменения давления и скорости фильтрации модель упругого режима перестает быть справедливой и необходимо использовать более общие модели релаксационной фильтрации [3, 4]. Представляет интерес определить границы применимости модели упругого режима. Для этого теоретически и экспериментально исследован нестационарный процесс перетока газа из одной емкости в другую через пористый образец при малых перепадах давления и абсолютных давлениях до 50 МПа. Показано, что экспериментальные результаты резко расходятся с теоретическими предсказаниями, основанными на модели упругого режима. Поэтому предлагается для нестационарных процессов использовать обобщение закона Дарси с релаксационным ядром. По результатам экспериментов удается определить параметры ядра, характеризующего внутренние релаксационные процессы в системе пористая среда — плотный газ.

1. Пусть имеется два сообщающихся сосуда объемами  $V_0$  и  $V_1$  соответственно, разделенных пористой перегородкой цилиндрической формы длиной  $L$  и диаметром сечения  $d$ . Предположим, что система наполнена газом, который изотермически перетекает из одного сосуда в другой через перегородку. Материал перегородки будем считать недеформируемым, течение газа — одномерным. Уравнение состояния газа выберем в линейном виде

$$p = E(\rho - \rho_a) / \rho_a + p_a \quad (1.1)$$

Здесь  $p$  и  $\rho$  — соответственно давление и плотность,  $E$  — объемный модуль упругости газа; параметры  $E$ ,  $p_a$  и  $\rho_a$  считаются постоянными. Уравнение (1.1) описывает совершенный газ, когда  $\rho_a = 0$  и  $p_a = 0$ , и большинство реальных газов, если диапазон изменения плотности мал, т. е.  $|\rho - \rho_a| / \rho_a \ll 1$ .

Направим ось  $x$  в пространстве так, что пористая перегородка проецируется на отрезок  $[0, L]$ , причем положительное направление соответствует направлению от сосуда объемом  $V_0$  к сосуду объемом  $V_1$ .

В классической теории фильтрации скорость фильтрации определяется законом Дарси

$$u = - \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.2)$$

где  $k$  — проницаемость, а  $\mu = \mu(\rho)$  — вязкость газа.

В релаксационной теории фильтрации [3, 4] соотношение (1.2) обобщается следующим образом:

$$u(t_0, x) = - \frac{k}{\mu} \int_{-\infty}^{+\infty} K(t_0 - t) G_p(t, x) dt \quad (1.3)$$

$$G_p(t, x) = \partial p(t, x) / \partial x.$$

Здесь ядро  $K=K(t)$  не зависит от пространственных координат и характеризует внутренние релаксационные процессы в системе пористая среда — газ. Функция  $K=K(t)$  (возможно, обобщенная) удовлетворяет ряду условий, вытекающих из физических и термодинамических соображений.

Величина  $K^{-1}$  имеет размерность времени. Поскольку при постоянстве во времени  $\partial p/\partial x$  соотношение (1.3) должно переходить в (1.2), то

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K(t) dt = 1 \quad (1.4)$$

Ядро  $K=K(t)$  описывает влияние  $\partial p/\partial x$  на поле скорости фильтрации  $u$ . В силу принципа причинности поле  $G_p(t, x)$  не может оказывать влияния на  $u(t_0, x)$  при  $t > t_0$ . Значения же  $G_p(t, x)$  при  $t=t_0$  могут влиять на  $u(t_0, x)$  особым, сингулярным образом. Поэтому носитель функции  $K=K(t)$  лежит на полуоси  $[0, \infty)$ , причем точка  $t=0$  может быть сингулярным носителем. Так, закон (1.2) является частным случаем закона (1.3) для ядра  $K=\delta(t)$ , где  $\delta=\delta(t)$  — дельта-функция Дирака.

Поскольку влияние  $G_p(t, x)$  на  $u(t_0, x)$  при возрастании  $t_0-t$  должно убывать, то естественно предположить, что при больших  $t$  функция  $K=K(t)$  является гладкой и быстроубывающей.

Далее, рассмотрим величину

$$B(x) = - \int_{-\infty}^{+\infty} u(t, x) G_p(t, x) dt$$

для произвольной функции  $p=p(t, x)$ , стремящейся к постоянной при  $|t| \rightarrow +\infty$ . Величина  $B(x)$  пропорциональна работе сил трения газа о скелет породы в частице пористой среды с координатой  $x$ . Согласно второму закону термодинамики, величина  $B(x)$  должна быть всегда неотрицательна. Отсюда и из (1.3) следует, что для любой быстроубывающей при  $|t| \rightarrow +\infty$  функции  $f=f(t)$  имеет место неравенство

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 K(t_1-t_2) f(t_1) f(t_2) \geq 0 \quad (1.5)$$

Для ненулевых функций  $f=f(t)$  неравенство должно быть строгим.

Из перечисленных свойств ядра  $K=K(t)$  можно вывести ряд следствий, касающихся фурье-образа ядра

$$K_f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} K(t) dt, \quad \text{Im } \omega = 0$$

Согласно (1.4),  $K_f(0)=1$ . Далее, в силу вещественности функции  $K=K(t)$  справедливо соотношение

$$\overline{K_f(\omega)} = K_f(-\omega), \quad \text{Im } \omega = 0 \quad (1.6)$$

По теореме Пэли — Винера [5] функция  $K_f=K_f(\omega)$  продолжается аналитически в нижнюю полуплоскость комплексной плоскости и является при  $\text{Im } \omega < 0$  голоморфной. Будем предполагать, что функция  $K_f=K_f(\omega)$  продолжается аналитически и в верхнюю полуплоскость комплексной плоскости и является мероморфной. При этом соотношение (1.6) продолжается в комплексную плоскость

$$\overline{K_f(\omega)} = K_f(-\overline{\omega}) \quad (1.7)$$

В фурье-представлении неравенство (1.5) с учетом (1.6) эквивалентно неравенству

$$\int_0^{+\infty} |f_f(\omega)|^2 \operatorname{Re} K_f(\omega) d\omega \geq 0$$

Отсюда в силу произвольности  $f_f(\omega)$  при  $\omega \geq 0$  вытекает неравенство

$$\operatorname{Re} K_f(\omega) \geq 0, \quad \operatorname{Im} \omega = 0$$

Будем считать выполненным более сильное неравенство

$$\operatorname{Re} K_f(\omega) > 0, \quad \operatorname{Im} \omega = 0 \quad (1.8)$$

что упрощает анализ и, по-видимому, всегда выполняется на практике.

Возвратимся к задаче о фильтрации через пористую перегородку. Имеет место уравнение неразрывности

$$\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \quad (1.9)$$

Здесь  $m$  — пористость, которую вместе с проницаемостью  $k$  будем считать постоянной.

Функции  $\rho(t, 0)$  и  $\rho(t, L)$  задают значения плотности газа в соответствующих сосудах. В силу закона сохранения массы справедливы следующие граничные условия:

$$V_0\rho(t, 0) = V_0\rho(0, 0) - S \int_0^t (\rho u)(s, +0) ds \quad (1.10)$$

$$V_1\rho(t, L) = V_1\rho(0, L) + S \int_0^t (\rho u)(s, L-0) ds, \quad S = \frac{\pi d^2}{4}$$

Пусть в начальный момент на границе одного из сосудов и пористой перегородки создан скачок плотности:  $\rho(0, 0) = \rho_0$ ;  $\rho(0, x) = \rho_1$ ,  $0 < x \leq L$ . Заметим, что такие начальные условия предполагают особый выбор функционального пространства, в котором ищется решение задачи. Это функциональное пространство будет описано ниже.

С течением времени плотность в системе выравнивается и стремится к некоторой постоянной  $\rho_\infty$ , которую можно определить из закона сохранения массы

$$\rho_\infty = (V_0\rho_0 + V_1\rho_1 + mL S \rho_1) / (V_0 + V_1 + mL S)$$

Примем, что отклонение плотности от предельного значения мало:  $|\rho - \rho_\infty| / \rho_\infty \ll 1$ . Тогда задача (1.9), (1.10), (1.3) превращается в линейную

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \kappa K * \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad 0 < x' < L$$

$$\beta_0 \frac{\partial v}{\partial t} \Big|_{x=0} = K * \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=+0}, \quad \beta_1 \frac{\partial v}{\partial t} \Big|_{x=L} = -K * \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=L-0} \quad (1.11)$$

В уравнениях (1.11) приняты обозначения

$$v = \rho - \rho_\infty, \quad \kappa = \frac{kE}{m\mu(\rho_\infty)}, \quad \beta_i = \frac{V_i\mu(\rho_\infty)}{SkE}, \quad i=0, 1$$

а выражение вида  $K*f$  означает свертку по времени

$$(K*f)(t_0, x) = \begin{cases} \int_0^{t_0} K(t_0-t)f(t, x) dt, & t_0 > 0 \\ 0, & t_0 \leq 0 \end{cases}$$

Для функции  $v=v(t, x)$  имеем начальное условие

$$v|_{t=0} = v_0(x) = \rho_0 - \rho_\infty, \quad x=0; \quad v_0(x) = \rho_1 - \rho_\infty, \quad 0 < x \leq L \quad (1.12)$$

Будем использовать в дальнейшем такую систему единиц измерения, в которой  $L = \kappa = \rho_\infty = 1$ . Это возможно, так как величины  $L, \kappa, \rho_\infty$  имеют независимые размерности.

Опишем функциональное пространство, в котором будет решаться задача (1.11), (1.12). Для этого введем в пространстве непрерывных комплекснозначных функций на отрезке  $[0, 1]$  скалярное произведение

$$(\varphi_1, \varphi_2) = \beta_0 \varphi_1(0) \varphi_2(0) + \beta_1 \varphi_1(1) \varphi_2(1) + \int_0^1 \varphi_1(x) \varphi_2(x) dx.$$

Пополнение пространства непрерывных функций по соответствующей норме является гильбертовым пространством  $G$ . Определим на пространстве гладких функций на отрезке  $[0, 1]$  оператор  $A$  формулами

$$Af(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta_0} \frac{df}{dx} \Big|_{x=0}, & x=0 \\ -\frac{1}{\beta_1} \frac{df}{dx} \Big|_{x=1}, & x=1 \\ \frac{d^2f}{dx^2}(x), & 0 < x < 1 \end{cases}$$

Можно убедиться, что  $A$  — симметричный оператор в  $G$ , который допускает замыкание и является существенно самосопряженным [6, 7]. Будем обозначать замыкание оператора  $A$  тем же символом, область определения оператора  $A$  — символом  $D_A$ . Используя оператор  $A$ , можно переписать задачу (1.11), (1.12) в следующем виде:

$$\frac{dv}{dt} = K*(Av) + v_0 \delta(t) \quad (1.13)$$

Здесь  $v(t), v_0$  лежат в  $G$  и  $v(t) = 0$  при  $t < 0$ . Исследуем спектральные свойства оператора  $A$ . Для всякого  $f$ , принадлежащего  $D_A$

$$(f, Af) = - \int_0^1 \left| \frac{df}{dx} \right|^2 dx \leq 0$$

Поэтому спектр  $A$  лежит на луче  $(-\infty, 0]$ . Вычислим резольвенту оператора  $A$ . Для этого рассмотрим уравнение

$$Af - \lambda f = g \quad (1.14)$$

где  $f$  принадлежит  $D_A$ ,  $g$  принадлежит  $G$ , а  $\lambda$  — комплексное число. Положим  $\Theta = \sqrt{\lambda - \lambda}$ . Уравнение (1.14) распадается на уравнения

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \Theta^2\right)f(x) = g(x), \quad 0 \leq x < 1 \quad (1.15)$$

$$\left(\frac{1}{\beta_0} \frac{d}{dx} + \Theta^2\right)f(0) = g(0), \quad \left(-\frac{1}{\beta_1} \frac{d}{dx} + \Theta^2\right)f(1) = g(1) \quad (1.16)$$

Если  $\Theta = 0$ , то из (1.15), (1.16) следует, что функция  $f_0 = (1 + \beta_0 + \beta_1)^{-1/2}$  удовлетворяет уравнению (1.14) с  $g = 0$ . Поэтому  $\lambda = 0$  является собственным значением оператора  $A$ . Отметим, что  $(f_0, f_0) = 1$  и  $(f_0, v_0) = 0$ .

Пусть теперь  $\Theta \neq 0$ . Из (1.15) имеем

$$f(x) = \frac{1}{\Theta} \int_0^x \sin \Theta(x - \xi) g(\xi) d\xi + a \sin \Theta x + b \cos \Theta x \quad (1.17)$$

где  $a, b$  не зависят от  $x$ . Подставляя (1.17) в (1.16), получим

$$\begin{aligned} \beta_0^{-1} \Theta a + \Theta^2 b &= g(0) \\ \Theta(-\beta_1^{-1} \cos \Theta + \Theta \sin \Theta) a + \Theta(\beta_1^{-1} \sin \Theta + \Theta \cos \Theta) b &= \\ = g(1) + \int_0^1 \left[ \frac{\cos \Theta(1 - \xi)}{\beta_1} - \Theta \sin \Theta(1 - \xi) \right] g(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (1.18)$$

Если детерминант

$$\begin{aligned} \Delta(\Theta) &= \begin{vmatrix} \beta_0^{-1} & \Theta \\ -\beta_1^{-1} \cos \Theta + \Theta \sin \Theta & \beta_1^{-1} \sin \Theta + \Theta \cos \Theta \end{vmatrix} = \\ &= (\beta_0^{-1} \beta_1^{-1} - \Theta^2) \sin \Theta + \Theta(\beta_0^{-1} + \beta_1^{-1}) \cos \Theta \end{aligned}$$

отличен от нуля, то система уравнений (1.18) определяет  $a$  и  $b$  как линейные непрерывные функционалы от  $g$ , а формула (1.17) определяет резольвенту  $A$ . Поэтому в данном случае  $\lambda$  принадлежит резольвентному множеству оператора  $A$ . Если же  $\Delta(\Theta) = 0$  или, что то же самое

$$\operatorname{tg} \Theta = -\frac{(\beta_0 + \beta_1) \Theta}{1 - \beta_0 \beta_1 \Theta^2} \quad (1.19)$$

то  $\lambda = -\Theta^2$  является собственным значением оператора  $A$ . Решения уравнения (1.19) определяются точками пересечения графиков  $y = y_i$ ,  $i = 1, 2$ , где

$$y_1(\Theta) = \operatorname{tg} \Theta, \quad y_2(\Theta) = -\frac{(\beta_0 + \beta_1) \Theta}{1 - \beta_0 \beta_1 \Theta^2}$$

показанных на фиг. 1.

Можно видеть, что имеется счетный набор решений  $0 < \Theta_1 < \Theta_2 < \dots$ . Соответственно оператор  $A$  имеет счетный набор ненулевых собственных значений  $0 > \lambda_1 > \lambda_2 > \dots$  с собственными функциями

$$f_n(x) = \alpha_n (\cos \Theta_n x - \beta_0 \Theta_n \sin \Theta_n x) (1 + \beta_0^2 \Theta_n^2)^{-1/2}, \quad n = 1, 2, \dots$$

$$\alpha_n^{-2} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\beta_0}{1 + \beta_0^2 \Theta_n^2} + \frac{\beta_1}{1 + \beta_1^2 \Theta_n^2} \right)$$

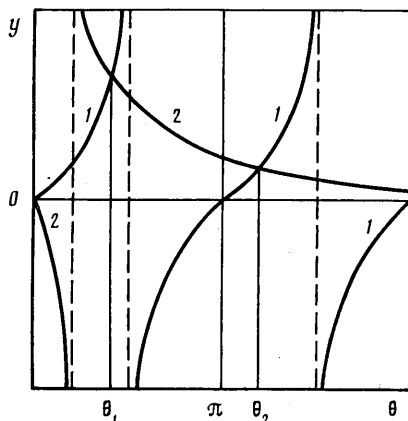
Рассмотрим отдельно случай, когда  $\beta_i \gg 1$ ,  $i=1, 2$ . В размерных величинах это означает

$$V_i / (mSL) \gg 1, \quad i=1, 2 \quad (1.20)$$

Соотношения (1.20) были выполнены в условиях эксперимента (см. разд. 2). Из уравнения (1.19) можно приближенно получить

$$\Theta_1 \approx \left( \frac{1}{\beta_0} + \frac{1}{\beta_1} \right)^{1/2}, \quad \Theta_n \approx \pi(n-1), \quad n=2, 3, \dots \quad (1.21)$$

При этом  $|\lambda_n| \gg |\lambda_1|$ ,  $n=2, 3, \dots$



Фиг. 1

Будем теперь решать уравнение (1.13) методом преобразования Фурье. Имеем

$$\begin{aligned} v_f(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} v(t) dt = (i\omega - K_f(\omega)A)^{-1} v_0 = \\ &= \sum_{n=1}^{+\infty} (i\omega - K_f(\omega)\lambda_n)^{-1} (f_n, v_0) f_n \end{aligned} \quad (1.22)$$

Выражения  $i\omega - K_f(\omega)\lambda_n$  не могут обращаться в нуль при действительных  $\omega$  в силу условия (1.8). Поэтому формула (1.22) корректно определяет функцию  $v_f = v_f(\omega)$ . Применяя обратное преобразование Фурье, получаем

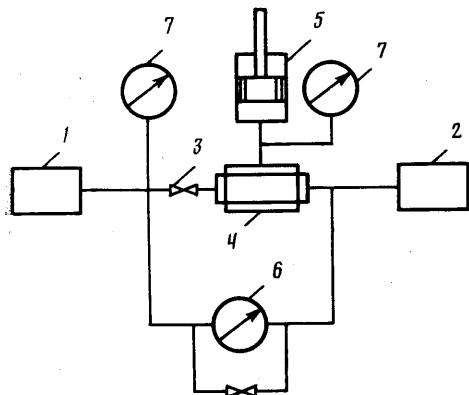
$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} v_f(\omega) d\omega \quad (1.23)$$

Замыкая контур интегрирования в (1.23) в верхней полуплоскости комплексной плоскости, по теореме о вычетах выводим формулу, дающую решение задачи (1.13)

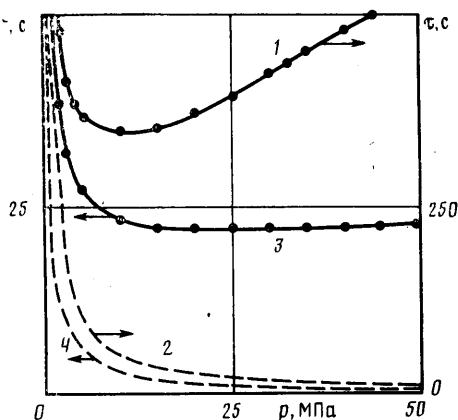
$$v(t) = -i \sum_{n,j} \text{Res}_{\omega_{nj}} [e^{i\omega t} (i\omega - K_f(\omega)\lambda_n)^{-1}] (f_n, v_0) f_n$$

где  $\omega_{nj}$  — корни уравнений

$$i\omega - K_f(\omega)\lambda_n = 0, \quad \text{Im } \omega > 0, \quad n=1, 2, \dots \quad (1.24)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Комплексные частоты  $\omega_{nj}$  соответствуют счетному набору релаксационных процессов, протекающих в системе, причем величины  $\tau_{nj} = (\text{Im } \omega_{nj})^{-1}$  представляют собой соответствующие характерные времена релаксации. Отметим, что, согласно (1.7), (1.24), множества  $\Omega_n = \{\omega_{nj}\}$  являются инвариантными при преобразованиях отражения комплексной плоскости относительно мнимой оси.

В эксперименте легче выделить процесс с наибольшим  $\tau_{nj}$  (наименьшей величиной  $\text{Im } \omega_{nj}$ ), поскольку моды с меньшими временами релаксации «вымирают» быстрее. Докажем, что по крайней мере при выполнении (1.20) основной релаксационный процесс имеет чисто мнимую комплексную частоту, которая определяется уравнением

$$i\omega - K_f(\omega)\lambda_1 = 0 \quad (1.25)$$

Действительно, положим в уравнении (1.25)  $\omega = is$ ,  $F(s) = K_f(is)$ . Тогда (1.25) преобразуется к виду

$$-\lambda_1 = s/F(s) \quad (1.26)$$

Правая часть в уравнении (1.26) обращается в нуль при  $s=0$  и монотонно возрастает при малых положительных  $s$ . При  $\beta_i \rightarrow +\infty$ ,  $\beta_1/\beta_2 \sim 1$  величина  $\lambda_1$  стремится к нулю, а  $\lambda_n$  при  $n \geq 2$  остаются конечными (см. (1.21)). Поэтому уравнение (1.26) имеет положительное решение  $s_0$  по крайней мере при достаточно больших  $\beta_i$ . Соответствующее время релаксации  $\tau_r = 1/s_0$  больше, нежели времена релаксации, возникающие от других решений уравнения (1.26) или от решений уравнений (1.24) при  $n \geq 2$ . Обозначим  $\tau' = (-\lambda_1)^{-1}$ . Из (1.26) видно, что  $\tau'$  совпадает с  $\tau_r$ , когда  $F=1$ , т. е. когда внутренние релаксационные процессы в системе пористая среда — газ отсутствуют. Поэтому разность  $\tau = \tau_r - \tau'$  характеризует степень отклонения режима фильтрации от упругого режима.

Если известен общий вид функционального ядра  $K=K(t)$  с одним произвольным параметром, то этот параметр может быть найден в результате экспериментального измерения параметра  $\tau$ . Так, всем перечисленным требованиям (и, в частности, условиям (1.6), (1.8), (1.26)) удовлетворяет ядро с фурье-образом  $K_f(\omega) = 1 + i\tau\omega$ .

2. Эксперименты проводились на установке, схема которой приведена на фиг. 2. Цилиндрический образец пористой среды диаметром  $d$  и длиной  $L$  помещается в резиновой манжете в кернодержатель 4 и обжимается системой бокового гидрообжима 5 до давления  $p_1$ . Переток газа из входного сосуда 1 в выходной сосуд 2 инициировался отпиранием вентилей 3. Регистрация перепада давления на образце осуществлялась диффе-

Образец	$L \cdot 10^{-3}$ , м	$S \cdot 10^{-4}$ , м <sup>2</sup>	$m$	$k \cdot 10^{-3}$ , мкм <sup>2</sup>
Известняк	28,5	6,38	0,21	0,21
Песчаник	52,1	6,42	0,17	4,50

рениальным манометром 6 с постоянной времени порядка 2–3 с. Манометры 7 служили для контроля давления в измерительной системе.

Эксперименты проводились на различных образцах природных пористых сред. В качестве фильтруемых агентов использовались гелий и азот при различных давлениях  $p$  и температуре  $T=295$  К. Перепад давления на образце не превышал величины  $\Delta p_0=0,04$  МПа. Значение эффективного давления  $p_e=p_1-p$  во всех опытах поддерживалось постоянным и равным 5 МПа.

Так как в условиях экспериментов выполнялись соотношения (1.20), то можно ожидать, что процесс с наибольшим  $\tau_{nj}$  доминировал над остальными. Действительно, эксперименты показали, что изменение перепада давления на образце во времени происходит строго по экспоненте; при этом «старшие» экспоненты затухают настолько быстро либо имеют столь малые амплитуды, что не улавливаются прибором. Характерное время релаксации давления  $\tau_r$  при больших временах, определяемое асимптотическим равенством

$$\Delta p = \Delta p_0 \exp(-t/\tau_r)$$

вычислялось с помощью численной реализации аппроксимации Паде изображения по Лапласу функции  $\Delta p(t)$ .

Полученные таким образом значения функции  $\tau_r = \tau_r(p)$  сравнивались с величиной характерного времени установления давления в условиях упругого режима, выражение для которой вытекает из (1.21)

$$\tau' = \frac{LV_0V_1\mu(\rho_\infty)}{Ek(V_0+V_1)S} \quad (2.1)$$

Во всех экспериментах измеренные характерные времена релаксации  $\tau_r$  превышали значения, вычисленные по соотношению (2.1).

На фиг. 3 представлены результаты исследований нестационарной фильтрации газов в двух образцах пористых сред, параметры которых приведены в таблице. На фиг. 3 (кривая 1) изображена экспериментальная зависимость  $\tau_r = \tau_r(p)$ , полученная при исследованиях фильтрации азота через известняк; объемы сосудов были такими:  $V_0=14,7 \cdot 10^{-4}$  и  $V_1=1,4 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>. Здесь же (кривая 3) представлена аналогичная зависимость, полученная по данным фильтрации гелия в песчанике при  $V_0=4,8 \cdot 10^{-4}$  и  $V_1=1,4 \cdot 10^{-4}$  м<sup>3</sup>. Штриховыми линиями изображены зависимости  $\tau' = \tau'(p)$  для обоих случаев (кривые 2 и 4 соответственно).

Как показали эксперименты, в широком диапазоне давлений газа нестационарные фильтрационные процессы протекают существенно медленнее, чем это следует из модели упругого режима фильтрации. Однако с уменьшением давления до единиц МПа и менее становится справедливым соотношение  $\tau_r \gg \tau'$ . Поэтому экспериментальные исследования перетока газа в области малых давлений не позволяют обнаружить отклонений от предсказаний модели упругого режима [8].

3. Таким образом, экспериментально подтверждена необходимость использования релаксационных моделей для описания нестационарной фильтрации газа. Показано, что в области низких давлений модель упругого режима дает удовлетворительные результаты, в то время как при



высоких давлениях фильтрационные процессы затухают значительно медленнее, чем это следует из классической теории. В условиях описанных экспериментов характерные времена релаксации в области давлений  $p=15$  МПа и выше в десятки раз превосходят вычисленные по соотношениям упругого режима, причем с повышением давления эти различия возрастают.

Отметим, что процессы внутренней релаксации в системе пористая среда — плотный газ обнаружены в лабораторных экспериментах впервые.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
2. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 208 с.
3. Молокович Ю. М., Непримеров Н. Н., Пикуза В. И., Штанин А. В. Релаксационная фильтрация. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1980. 136 с.
4. Молокович Ю. М. Основы релаксационной фильтрации // Проблемы теории фильтрации и механика процессов повышения нефтеотдачи. М.: Наука, 1987. С. 142–153.
5. Хермандер Л. Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. Т. 1. Теория распределений и анализ Фурье. М.: Мир, 1986. 462 с.
6. Дандфорд Н., Шварц Дж. Т. Линейные операторы. Т. 2. Спектральная теория. Самосопряженные операторы в гильбертовом пространстве. М.: Мир, 1966. 1063 с.
7. Русс Ф., Сёкефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. М.: Мир, 1979. 587 с.
8. Freeman D. L., Bush D. C. Low-permeability laboratory measurements by nonsteady-state and conventional methods // Soc. Petrol. Eng. Journal. 1983. V. 23. № 6. P. 928–936.

Москва

Поступила в редакцию  
12.XII.1988