

УДК 532.526.5.013.4

© 1990 г.

А. В. КАЗАКОВ

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ЛИНИИ ПРИСОЕДИНЕНИЯ
СКОЛЬЗЯЩЕГО КРЫЛА

Течение на линии присоединения потенциального потока к передней кромке стреловидного крыла при достаточно больших числах Рейнольдса может стать неустойчивым и привести к переходу пограничного слоя в турбулентное состояние непосредственно на передней кромке крыла [1, 2]. Хотя первые результаты, касающиеся устойчивости ламинарного течения и перехода на передней кромке стреловидных крыльев, были получены почти 30 лет назад, исследования данной проблемы остаются актуальными и сегодня. Недавно были проведены численные исследования устойчивости течения на линии присоединения скользящего крыла обтекаемого несжимаемой жидкостью [3, 4]. В настоящей работе рассматривается влияние температуры поверхности на характеристики устойчивости ламинарного течения вязкого теплопроводного газа на передней кромке скользящего крыла.

1. Рассматривается устойчивость вязкого ламинарного течения газа на линии присоединения потенциального потока к поверхности скользящего крыла. Характерное число Рейнольдса $Re_\infty = \rho_\infty W_e l / \mu_\infty$, посчитанное по параметрам набегающего потока, хорде профиля l и составляющей вектора скорости вдоль передней кромки крыла $W_e = V_\infty \sin \chi$, предполагается настолько большим, что вязкими эффектами можно пренебречь везде, кроме узких слоев, располагающихся около поверхности обтекаемого тела, и следа за ним. Далее все величины используются только в безразмерном виде, для чего все линейные размеры отнесены к характерной длине l , плотность и коэффициент динамической вязкости — к своим значениям в набегающем потоке, компоненты вектора скорости — к W_e , давление отнесено к величине $\rho_\infty W_e^2$, энтальпия — к W_e^2 . Поверхность крыла в малой окрестности линии присоединения будем считать плоской и воспользуемся декартовой системой координат. Пусть оси X и Z лежат в плоскости крыла, причем ось Z направлена вдоль размаха крыла и совпадает с линией присоединения невязкого потенциального потока, а ось Y направлена перпендикулярно поверхности в сторону ее внешней нормали. Вязкая область течения на линии присоединения имеет толщину порядка $\Delta = (\mu_e / \rho_e)^{1/2} (Re_\infty du_e/dx)^{-1/2}$ [3—4]. В этой области течения удобно ввести следующие переменные:

$$\begin{aligned}
 x &= \Delta x_1, \quad y = \Delta y_1, \quad z = \Delta z_1, \quad t = \Delta t_1 \\
 u &= x_1 \left\{ \frac{U_0(y_1)}{R} + u_1(t_1, y_1, z_1) + \dots \right\}, \quad v = \frac{V_0(y_1)}{R} + v_1(t_1, y_1, z_1) \\
 w &= W_0(y_1) + w_1(t_1, y_1, z_1) + \dots \\
 \rho &= \rho_e \{ \rho_0(y_1) + \rho_1(t_1, y_1, z_1) \} \\
 \mu &= \mu_e \{ \mu_0(y_1) + \mu_1(t_1, y_1, z_1) + \dots \}
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$h = H_0(y_1) + H_1(t_1, y_1, z_1) + \dots, \quad p = p_e - \frac{\rho_e x_1^2}{2R^2} + \rho_e p_1(t_1, y_1, z_1).$$

$$R = \left(\frac{\rho_e}{\mu_e} \right)^{1/2} \left(\text{Re}_{\infty} / \frac{du_e}{dx} \right)^{1/2}$$

Здесь $U_0, V_0, W_0, \rho_0, \mu_0, H_0$ — величины, соответствующие основному невозмущенному вязкому течению на линии присоединения, а величины $u_1, v_1, w_1, \rho_1, \mu_1, H_1, p_1$ представляют собой бесконечно малые возмущения функций течения. Величина R — число Рейнольдса, построенное по параметрам потока на внешней границе вязкой области течения и характерной толщине этой области $l\Delta$. Подставляя разложения (1.1) в систему уравнений Навье — Стокса и отбрасывая члены порядка $O(R^{-2})$, нетрудно получить систему уравнений, описывающую невозмущенное течение в вязкой области на линии присоединения. Эта система имеет вид

$$\begin{aligned} \rho_0 U_0 + \frac{d\rho_0 V_0}{dy_1} &= 0, & \rho_0 H_0 &= h_e \\ \rho_0 U_0^2 + \rho_0 V_0 \frac{dU_0}{dy_1} &= 1 + \frac{d}{dy_1} \left(\mu_0 \frac{dU_0}{dy_1} \right), & \rho_0 V_0 \frac{dW_0}{dy_1} &= \frac{d}{dy_1} \left(\mu_0 \frac{dW_0}{dy_1} \right) \\ \rho_0 V_0 \frac{dH_0}{dy_1} &= \frac{d}{dy_1} \left(\frac{\mu_0}{\sigma} \frac{dH_0}{dy_1} \right) + \mu_0 \left(\frac{dW_0}{dy_1} \right)^2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Зависимость вязкости от температуры задавалась формулой Саттерленда. Функции основного невозмущенного течения срачиваются на внешней границе с соответствующими величинами в невязком потоке, а на поверхности тела задаются условия непротекания (или некоторое значение скорости отсоса или вдува для пористой поверхности), прилипания и температура поверхности

$$U_0 \rightarrow 1, W_0 \rightarrow 1, H_0 \rightarrow h_e \quad (y_1 \rightarrow \infty) \quad (1.3)$$

$$U_0 = W_0 = 0, V_0 = o(V_w), H_0 = H_w \quad (y_1 = 0)$$

Решение нелинейной системы для невозмущенного течения (1.2) с граничными условиями (1.3) находилось методом конечных разностей второго порядка точности на конечном интервале $0 \leq y_1 \leq y_e$. Полученные профили скоростей и энтальпии для основного невозмущенного течения использовались затем при расчете характеристик устойчивости ламинарного течения. Система уравнений для возмущенного течения получается подстановкой разложений (1.1) в уравнения Навье — Стокса при отбрасывании величин порядка $O(R^{-2})$ и членов уравнений, в которые входят произведения бесконечно малых величин. Так как основное течение на линии присоединения скользящего крыла зависит только от координаты y_1 , решение системы уравнений для возмущений, следуя [2–4], можно искать в виде волн, распространяющихся в направлении Z

$$(u_1, v_1, w_1, p_1, \rho_1, H_1) = (Z_1, Z_2, \dots, Z_6) \exp [i(\alpha z_1 - \omega t_1)]$$

Для комплексных значений амплитуд возмущенных функций течения $Z_1 - Z_6$, зависящих только от координаты y_1 и представляющих собой амплитуды трех компонент скорости, давления, плотности и энтальпии соответственно, получается система обыкновенных дифференциальных уравнений с нулевыми граничными условиями

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} (-i\omega + i\alpha W_0) (Z_4 - \rho_0 Z_6) + H_0 \frac{d\rho_0}{dy_1} Z_2 + h_e \left(Z_1 + \frac{dZ_2}{dy_1} + i\alpha Z_3 \right) = 0$$

$$\rho_0 (-i\omega + i\alpha W_0) Z_1 + \frac{2\rho_0 U_0}{R} Z_1 + \frac{\rho_0 V_0}{R} \frac{dZ_1}{dy_1} + \frac{\rho_0}{R} \frac{dU_0}{dy_1} Z_2 =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{R} \left\{ \mu_0 \left(\frac{d^2 Z_1}{dy_1^2} - \alpha^2 Z_1 \right) + \frac{d\mu_0}{dH} \frac{dH_0}{dy_1} \frac{dZ_1}{dy_1} \right\} \quad (1.4) \\
\rho_0 (-i\omega + i\alpha W_0) Z_2 + \frac{\rho_0 V_0}{R} \frac{dZ_2}{dy_1} + \frac{\rho_0}{R} \frac{dV_0}{dy} Z_2 &= -\frac{dZ_1}{dy_1} + \frac{1}{R} \left\{ \frac{\mu_0}{3} \frac{dZ_1}{dy_1} + \right. \\
&+ \frac{4}{3} \mu_0 \frac{d^2 Z_2}{dy_1^2} - \alpha^2 \mu_0 Z_2 + \frac{i\alpha \mu_0}{3} \frac{dZ_3}{dy_1} + \frac{d\mu_0}{dH_0} \left[i\alpha \frac{dW_0}{dy_1} Z_6 - \right. \\
&\left. \left. - \frac{2}{3} \frac{dH_0}{dy_1} \left(Z_1 - 2 \frac{dZ_2}{dy_1} + i\alpha Z_3 \right) \right] \right\} \\
\rho_0 (-i\omega + i\alpha W_0) Z_3 + \frac{\rho_0 V_0}{R} \frac{dZ_3}{dy_1} + \rho_0 \frac{dW_0}{dy_1} Z_2 + \\
&+ \frac{\rho_0 V_0}{Rh_e} \frac{dW_0}{dy_1} \left(\frac{\gamma}{\gamma-1} Z_4 - \rho_0 Z_6 \right) = -i\alpha Z_4 + \frac{1}{R} \left\{ \frac{i\alpha \mu_0}{3} Z_1 + \mu_0 \frac{d^2 Z_3}{dy_1^2} - \right. \\
&- \frac{4}{3} \mu_0 \alpha^2 Z_3 + \frac{i\alpha \mu_0}{3} \frac{dZ_2}{dy_1} + \frac{d^2 \mu_0}{dH_0^2} \frac{dH_0}{dy_1} \frac{dW_0}{dy_1} Z_6 + \frac{d\mu_0}{dH_0} \left[\frac{d^2 W_0}{dy_1^2} Z_6 + \right. \\
&\left. \left. + \frac{dW_0}{dy_1} \frac{dZ_6}{dy_1} + \frac{dH_0}{dy_1} \left(i\alpha Z_2 + \frac{dZ_3}{dy_1} \right) \right] \right\} \\
\rho_0 (-i\omega + i\alpha W_0) Z_6 + \frac{\rho_0 V_0}{R} \frac{dZ_6}{dy_1} + \rho_0 \frac{dH_0}{dy_1} Z_2 + \frac{\rho_0 V_0}{Rh_e} \frac{dH_0}{dy_1} \left(\frac{\gamma}{\gamma-1} Z_4 - \rho_0 Z_6 \right) &= \\
= (-i\omega + i\alpha W_0) Z_4 + \frac{V_0}{R} \frac{dZ_4}{dy_1} + \frac{1}{R\sigma} \left\{ \mu_0 \frac{d^2 Z_6}{dy_1^2} - \alpha^2 \mu_0 Z_6 + \right. \\
&+ \frac{d^2 \mu_0}{dH_0^2} \left(\frac{dH_0}{dy_1} \right)^2 Z_6 + \frac{d\mu_0}{dH_0} \left[\frac{d^2 H_0}{dy_1^2} Z_6 + 2 \frac{dH_0}{dy_1} \frac{dZ_6}{dy_1} \right] \left. \right\} + \\
&+ \frac{2\mu_0}{R} \frac{dW_0}{dy_1} \left(i\alpha Z_2 + \frac{dZ_3}{dy_1} \right) + \frac{1}{R} \frac{d\mu_0}{dH_0} \left(\frac{dW_0}{dy_1} \right)^2 Z_6; \\
Z_4 &= \frac{\gamma-1}{\nu} (\rho_0 Z_6 + H_0 Z_5)
\end{aligned}$$

Полученная система уравнений для возмущений с нулевыми граничными условиями представляет собой задачу на собственные значения. Во временной постановке для заданных значений параметров R и α задача сводится к отысканию комплексных значений $\omega = \omega_r + i\omega_i$, для которых существует нетривиальное решение системы, причем действительная часть ω_r представляет собой частоту данного возмущения, а мнимая часть ω_i — нарастание ($\omega_i > 0$) или затухание ($\omega_i < 0$) волны во времени.

В системе уравнений (1.4) для возмущенных функций течения удобно перейти от y_1 к координате $\eta = g_e y_1 / (y_1 + L)$ [5]. Это преобразование позволяет свести область интегрирования к отрезку $\eta \in [0, 1]$. Для оптимального распределения расчетных узлов сетки параметры g_e и L задавались в виде $L = 2y_{11}$, $g_e = 1 + L/y_e$. Здесь y_{11} — значение y_1 , при котором компонента скорости достигает значения 0,5, а y_e — внешняя граница вязкого течения. Величина y_e выбиралась настолько большой, чтобы задание краевых условий на внешней границе вязкой области на конечном расстоянии y_e от поверхности тела не влияло на функции основного течения и возмущения внутри расчетной области.

Для нахождения собственных значений в расчетной области $\eta \in [0, 1]$ использовалась равномерная сетка, а производные заменялись соответствующими центральными разностями второго порядка точности. В качестве граничных условий использовались нулевые значения всех возмущенных функций течения на внешней границе при $\eta = 1$ и нулевые значения трех компонент возмущений скорости и температуры на поверхности тела. Еще одно дополнительное условие получалось из уравнения неразрывности, которое расписывалось в точке $j = 1/2$. В результате получается система на $5N$ алгебраических уравнений относительно $5N$ неизвестных, которую в

матричном виде можно записать в виде

$$A\Phi = \omega B\Phi \quad (1.5)$$

Здесь ω — собственное значение системы, а Φ — соответствующее конечно-разностное представление собственной функции для данного значения $\omega(\alpha)$. Поиск собственных значений (1.5) осуществлялся методом, который подробно описан в [5].

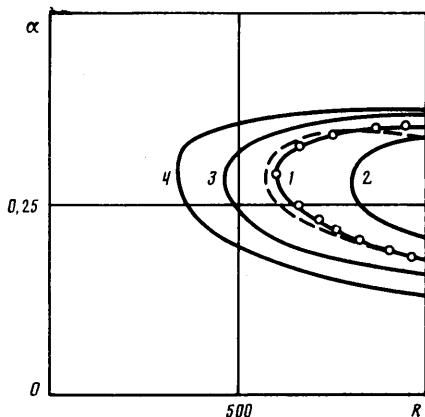
2. Были проведены расчеты устойчивости ламинарного течения на линии присоединения для числа Маха $M = W_e/a_e = 0,15$, которое соответствует числу $M_\infty = V_\infty/a_\infty = 0,3$ при угле стреловидности $\chi = 30^\circ$. Температура на внешней границе вязкой области, отнесенная к температуре набегающего потока, равна в этом случае $T_e = 1,013$. Далее все температуры относятся к температуре набегающего потока. На фиг. 1 приведены кривые нейтральной устойчивости для $M = 0,15$ и различных температур поверхности обтекаемого тела. Штриховой линией показана нейтральная кривая, полученная в [4] в рамках модели несжимаемой жидкости. Кривая 1 — нейтральная кривая, соответствующая температуре поверхности, равной температуре внешнего невязкого потока: $T_w = T_e$. В этом случае температура внутри вязкой области $T(y_1)$ мало отличается от температуры на внешней границе T_e , а профили скоростей U_0 и W_0 практически совпадают с соответствующими профилями скоростей в несжимаемой жидкости [4, 6].

Здесь же кружочками отмечены результаты расчетов нейтральных возмущений для случая постоянной поперек вязкого слоя температуры $T(y_1) = T_e$.

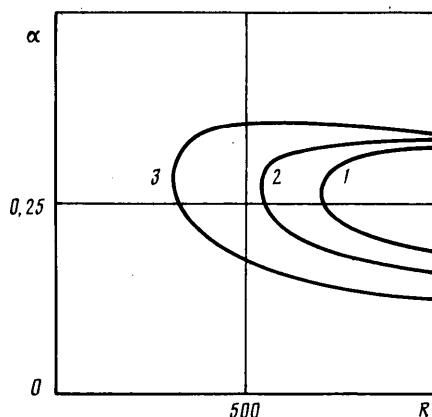
Кривые нейтральной устойчивости для сжимаемого теплопроводного газа при условии $T_w = T_e$ или постоянстве температуры поперек слоя $T(y_1) = T_e$ (в этом случае профили скоростей невозмущенного течения в газе совпадают с соответствующими профилями скоростей для несжимаемой жидкости) лишь незначительно отличаются от нейтральной кривой, полученной в [4]. Наибольшие отличия (порядка 4%) наблюдаются, как и следовало ожидать, вблизи верхней ветви кривой нейтральной устойчивости. Это объясняется тем, что даже при условии совпадения профилей скорости невозмущенного основного течения в вязкой области уравнения, описывающие возмущенное движение теплопроводного газа (см. (1.4)), отличаются от уравнений для возмущений в несжимаемой жидкости [4]. При этом влияние сжимаемости оказывается более значительным для верхней ветви кривой нейтральной устойчивости, когда критический слой является отошедшим от поверхности тела.

На фиг. 1 приведены также кривые нейтральной устойчивости для $M = 0,15$ и трех различных температур поверхности. Кривые 2—4 соответствуют температуре $T_w = 0,95; 1,1; 1,2$. Охлаждение поверхности повышает устойчивость течения на линии присоединения, в то же время нагрев поверхности обтекаемого тела приводит к дестабилизации течения, уменьшению критического числа Рейнольдса потери устойчивости и расширению области неустойчивых возмущений в плоскости (α, R) . Увеличение температуры поверхности до $T_w = 1,2$ по сравнению с $T_w = T_e = 1,013$ приводит к уменьшению числа Рейнольдса потери устойчивости R_* более чем в 1,5 раза ($R_* = 350$ при $T_w = 1,2$ и $R_* = 600$ при $T_w = T_e$).

Увеличение числа Маха во внешнем течении $M = W_e/a_e$ приводит к повышению устойчивости течения, увеличению числа Рейнольдса потери устойчивости и незначительному уменьшению диапазона неустойчивых колебаний. На фиг. 2 показаны нейтральные кривые, полученные для значения $M = 0,42$, которое при угле стреловидности $\chi = 30^\circ$ соответствует числу M_∞ набегающего потока $M_\infty = 0,9$. Температура на границе вязкой области, отнесенная к температуре набегающего невозмущенного потока T_∞ , равна $T_e = 1,12$. Нейтральная кривая 1 на фиг. 2 соответствует $T_w = T_e$, причем в этом случае $R_* \approx 700$. Увеличение температуры поверхности по сравнению с T_e до величины $T_w = 1,2$ приводит к уменьшению R_* до 550.



Фиг. 1



Фиг. 2

Расчеты для температуры $T_w=1,4$ и $M=0,42$ показали, что в этом случае величина числа Рейнольдса потери устойчивости уменьшается почти в 2 раза ($R_* = 320$) по сравнению с $T_w=T_c$. Кривая нейтральной устойчивости для случая $T_w=1,4$ и $M=0,42$ приведена на фиг. 2 и обозначена цифрой 3.

Таким образом, величина температуры поверхности оказывает заметное влияние на характеристики устойчивости течения на линии присоединения потенциального потока к поверхности скользящего крыла. Увеличение температуры поверхности приводит к быстрому уменьшению числа Рейнольдса потери устойчивости. Поэтому нагрев передней кромки крыла может приводить к более раннему переходу, что особенно важно учитывать при разработке крыльев с естественной ламинаризацией обтекания. Увеличение числа Маха, напротив, стабилизирует течение на линии присоединения, хотя величина числа Рейнольдса потери устойчивости возрастает при этом не очень сильно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Poll D. I. A. Transition in the infinite swept attachment line boundary layer // Aeron. Quart. 1979. V. 30. № 4. P. 607–629.
2. Poll D. I. A. Development of intermittent turbulence on a swept attachment line including the effects of compressibility // Aeron. Quart. 1983. V. 34. № 1. P. 1–23.
3. Hall P., Malik M. R., Poll D. I. A. On the stability of infinite swept attachment line boundary layer // Proc. Roy. Soc. London. 1984. V. A. 395. № 1809. P. 229–245.
4. Hall P., Malik M. R. On the instability of a three-dimensional attachment-line boundary layer: weakly nonlinear theory and a numerical approach // J. Fluid Mech. 1986. V. 163. P. 257–282.
5. Malik M. R., Orszag S. A. Efficient computation of the stability of three-dimensional compressible boundary layers // AIAA Pap. 1981. № 1227. 13 p.
6. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.

Москва

Поступила в редакцию
11.IV.1989