

УДК 532.526.2

© 1990 г.

**Ю. Н. КАРПЕЕВ**

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ  
ЛАМИНАРНЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ НА ЭЛЛИПСОИДАХ,  
ОБТЕКАЕМЫХ ПОД УГЛАМИ АТАКИ**

Течения в пограничных слоях, возникающие при обтекании эллипсоидов под углами атаки, в качестве объектов численного исследования привлекательны возможностью охвата широкого спектра гидродинамических ситуаций (от осевого обтекания удлиненных тел до поперечного обтекания крыльев) наряду с простой геометрией поверхности и наличием точного решения задачи потенциального обтекания. Кроме того, облегчается сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными.

В данной работе проведено численное исследование течений в ламинарных пограничных слоях на эллипсоидах с соотношениями осей 6:1:1 (удлиненное тело вращения) и 6:1:6 (круглое крыло), обтекаемых под углами атаки 5 и 10°. Используется неявный конечно-разностный метод, описанный в [1]. Полученные результаты сопоставляются с данными измерений [2-4].

1. Течения в ламинарных пространственных пограничных слоях рассматриваются (следуя [5]) в моноклинной или нормальной системе координат  $x^i$  ( $i=1, 2, 3$ ), в которой  $x^1, x^2$  — криволинейные координаты на поверхности тела ( $x^3=0$ ), а  $x^3$  — координата, отсчитываемая от поверхности в направлении внешней нормали. Для других величин, входящих в уравнения пространственного пограничного слоя, используются следующие обозначения:  $u, w, v$  — физические компоненты скорости, соответствующие базисным векторам;  $u_e, w_e$  — физические компоненты вектора скорости потенциального обтекания на поверхности;  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$  — углы, образованные вектором скорости натекания  $U_\infty$  с осями декартовой системы координат  $y^j$  ( $j=1, 2, 3$ ), ориентированные по осям симметрии тела.

Подлежащая решению система уравнений пространственного ламинарного пограничного слоя, состоящая из двух квазилинейных уравнений второго порядка в частных производных и линейного уравнения первого порядка (уравнение неразрывности), после преобразований, направленных на упрощение уравнений и граничных условий, а также на переход к безразмерным величинам имеет вид

$$P_1(u_1^2-1) + P_2u_2^2 + P_3u_1u_2 + P_4u_1u_{1,1} + P_5(u_2 + \varphi u_1)u_{1,2} + u_3u_{1,3} = u_{1,33} \quad (1.1)$$

$$R_1(u_1^2-1) + R_2u_2^2 + R_3u_1u_2 + R_4u_1u_{2,1} + R_5(u_2 + \varphi u_1)u_{2,2} + u_3u_{2,3} = u_{2,33}$$

$$u_{3,3} + S_1u_1 + S_2u_2 + S_3u_{1,1} + S_4(u_{2,2} + \varphi u_{1,2}) = 0$$

$$\xi = x^1, \quad \eta = x^2, \quad z = \frac{x^3}{\alpha} \sqrt{\frac{u_e \alpha}{v}}, \quad \varphi = \frac{w_e}{u_e}$$

$$u_1 = \frac{u}{u_e}, \quad u_2 = \frac{w}{u_e} - \varphi u_1, \quad u_3 = \frac{v}{u_e} \sqrt{\frac{u_e \alpha}{v}} + u_1 \frac{\alpha}{\sqrt{a_{11}}} \frac{\partial z}{\partial \xi} + (u_2 + \varphi u_1) \times \\ \times \frac{\alpha}{\sqrt{a_{22}}} \frac{\partial z}{\partial \eta}$$

$$u_{1,1} = \frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad u_{1,2} = \frac{\partial u}{\partial \eta}, \quad u_{2,1} = \frac{\partial w}{\partial \xi}, \quad u_{2,2} = \frac{\partial w}{\partial \eta}, \quad u_{1,3} = \frac{\partial u}{\partial z}, \quad u_{2,3} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$u_{3,3} = \frac{\partial u_3}{\partial z}, \quad u_{1,33} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad u_{2,33} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

Здесь  $a_{\gamma\delta}$  — ковариантные компоненты метрического тензора на поверхности ( $\gamma, \delta=1, 2$ ).

Можно показать, что безразмерная компонента скорости  $u_2$  пропорциональна проекции скорости в пограничном слое на направление, перпендикулярное вектору скорости потенциального течения  $V_e$  и нормали, на которой находится данная точка. В случае, если координатные линии  $x^2 = \text{const}$  — эквипотенциали, а семейство линий  $x^1 = \text{const}$  выбрано так, что направления касательных не слишком сильно отклоняются от направления  $U_\infty$ , то компоненты  $u$  и  $w$  могут быть охарактеризованы как «продольная» и «поперечная». Величина  $\alpha$  имеет размерность длины; ее зависимость от  $\xi$  и  $\eta$  выбирается с учетом особенностей конкретной задачи. Коэффициенты уравнений (1.1)  $P_k, R_k, S_k$  ( $k=1-5$ ) не зависят от безразмерной нормальной координаты  $z$  и определяются геометрией поверхности и характеристиками потенциального обтекания. Их выражения имеют вид

$$P_1 = \alpha [f_1 + A_1 + \varphi(f_2 + A_3 + \varphi A_2)], \quad P_2 = \alpha(f_2 + A_3)$$

$$P_3 = \alpha(f_2 + A_3 + 2\varphi A_2), \quad P_4 = R_4 = S_3 = \frac{\alpha}{\sqrt{a_{11}}}, \quad P_5 = R_5 = S_4 = \frac{\alpha}{\sqrt{a_{22}}}$$

$$R_1 = \alpha \left\{ \varphi \left[ B_3 - A_1 + \frac{1}{\sqrt{a_{22}}} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} + \varphi(B_2 - A_3 - \varphi A_2) \right] + B_1 - \frac{1}{\sqrt{a_{11}}} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right\}$$

$$R_2 = \alpha(f_2 + B_2 - \varphi A_2)$$

$$R = \alpha \left[ \varphi(f_1 + 2B_2 - 2\varphi A_2 - A_3) + f_1 + B_3 + \frac{1}{\sqrt{a_{22}}} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right]$$

$$S_1 = \alpha \left[ g_1 + \frac{1}{2} \left( f_1 + \frac{1}{\alpha \sqrt{a_{11}}} \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} \right) \right] + \varphi S_2 + \frac{\alpha}{\sqrt{a_{22}}} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}$$

$$S_2 = \alpha \left[ g_2 + \frac{1}{2} \left( f_2 - \frac{1}{\alpha \sqrt{a_{22}}} \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} \right) \right],$$

$$f_1 = \frac{1}{u_e \sqrt{a_{11}}} \frac{\partial u_e}{\partial \xi}, \quad f = \frac{1}{u_e \sqrt{a_{22}}} \frac{\partial u_e}{\partial \eta}$$

$$g_1 = \frac{1}{2\sqrt{a_{11}}} \left( \frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial \xi} - \frac{1}{a_{11}} \frac{\partial a_{11}}{\partial \xi} \right), \quad g_2 = \frac{1}{2\sqrt{a_{22}}} \left( \frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial \eta} - \frac{1}{a_{22}} \frac{\partial a_{22}}{\partial \eta} \right)$$

$$a = a_{11} a_{22} - a_{12}^2$$

Выражения для величин  $A_k, B_k$  ( $k=1, 2, 3$ ) можно найти в [1, 6]. Уравнения (1.1) интегрируются при граничных условиях

$$z=0: u_1 = u_2 = u_3 = 0 \quad (1.2)$$

$$z \rightarrow \infty: u_1 \rightarrow 1, u_2 \rightarrow 0$$

В качестве начального условия в случае обтекания тел с затупленной носовой оконечностью используется решение уравнений пограничного слоя в окрестности критической точки двойкой кривизны.

Неортогональная сетка криволинейных координат на поверхности эллипсоида строится аналогично [1]. При этом семейство координатных линий  $\eta = \text{const}$  имеет началом и концом переднюю и заднюю критические точки, а линии второго семейства  $\xi = \text{const}$  являются эквипотенциалими.

Функция  $\alpha(\xi, \eta)$  выбирается зависящей только от  $\xi$

$$\alpha = \xi ab \sqrt{\frac{q^2 + p^2}{a^2 p^2 + b^2 q^2}}$$

где  $a, b, c$  — полуоси эллипсоида, а  $p$  и  $q$ , имеющие размерность скорости, определены в [1].

2. Смешанная краевая задача параболического типа (1.1), (1.2) решается неявным конечно-разностным методом. При этом пространственная область непрерывного изменения аргументов заменяется трехмерной сеткой, равномерной по поперечной координате  $\eta$  и неравномерной по двум другим. В направлении нормали шаги изменяются в геометрической прогрессии, что обеспечивает сгущение узлов в области быстрого изменения переменных вблизи стенки. Допустимая величина шага при пошаговом интегрировании в продольном направлении определяется в соответствии с принципом влияния Рунге [7] по формуле

$$h_{\xi} = 0,95 h_{\eta} \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}} \frac{u_1}{|u_2 + \varphi u_1|}} \quad (2.1)$$

Решение исходной нелинейной краевой задачи сводится благодаря применению итерационного способа Пикара в сочетании с частичной квазилинеаризацией к последовательности решения линейных разностных задач. Замена частных производных в (1.1) производится разностными отношениями второго порядка точности относительно величин шагов сетки в соответствующих направлениях с использованием трехслойных пространственных шаблонов различных типов: основного, близкого по конфигурации к использованному в [8], и двух других, применяемых при расчетах в окрестности границ отрывных зон.

Производные по  $\xi$  и  $z$  на сетке, неравномерной в этих направлениях, заменяются отношениями, полученными из интерполяционной формулы Ньютона для случая задания функции в трех точках, разделенных неравными промежутками.

В частности, первая и вторая производные  $u_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) по  $z$  аппроксимируются следующими соотношениями:

$$u_{i,mn} = u_i(z_l, \xi_m, \eta_n)$$

$$u_{i,3l,mn} \approx \frac{1}{h_1 k^l (k+1)} [u_{i,(l+1)mn} + (k^2 - 1) u_{i,lmn} - k^2 u_{i,(l-1)mn}]$$

$$u_{i,33l,mn} \approx \frac{2}{h_1 k^{2l-1}} \left[ \frac{1}{(k+1)} u_{i,(l+1)mn} - u_{i,lmn} + \frac{k}{(k+1)} u_{i,(l-1)mn} \right]$$

Здесь  $l$  — номер узла в направлении нормали ( $l=0$  на стенке),  $m$  и  $n$  — в направлениях  $\xi$  и  $\eta$ ,  $h_1$  — расстояние по нормали от стенки до первого узла,  $k$  — знаменатель геометрической прогрессии. Одинаковый (второй) порядок погрешности аппроксимации производных этими отношениями обеспечивается при условии  $k=1+o(h_1)$ . Аналогичное условие в случае аппроксимации производных по  $\xi$  имеет вид

$$h_{\xi}^m / h_{\xi}^{m+1} \approx 1 + h_{\xi}^m$$

где  $h_{\xi}^m, h_{\xi}^{m+1}$  — величины двух соседних шагов. Производные по  $\eta$  заменяются центрально-разностными отношениями.

На очередном шаге маршевого процесса в текущей итерации вначале методом скалярной прогонки решаются разностные уравнения, аппроксимирующие первые два из уравнений (1.1), и находятся значения компонент скорости  $u_1$  и  $u_2$  в узлах сетки в расчетном сечении, образованном движением нормали вдоль замкнутой линии  $\xi = \xi_m$  ( $m$  — номер шага по  $\xi$ ). Затем из разностного аналога уравнения неразрывности определяются значения  $u_{3l,mn}$  через известные значения этой сеточной функции в двух предшествующих узлах, лежащих на нормали с координатами основания  $\xi_m$  и  $\eta_n$ . Необходимое для начала этих вычислений значение  $u_{3l,mn}$  на первом слое от стенки (при  $z=h_1$ ) определяется с помощью соотношения

$$u_3 = -c_1 \frac{z^3}{2!} - c_2 \frac{z^3}{3!} + O(z^5) \quad (2.2)$$

$$c_1 = S_1 a_1 + S_2 b_1 + S_3 \frac{\partial a_1}{\partial \xi} + S_4 \left( \frac{\partial b_1}{\partial \eta} + \varphi \frac{\partial a_1}{\partial \eta} \right)$$

$$c_2 = -S_1 P_1 - S_2 R_1 - S_3 \frac{\partial P_1}{\partial \xi} - S_4 \left( \frac{\partial R_1}{\partial \eta} + \varphi \frac{\partial P_1}{\partial \eta} \right)$$

полученного из уравнения неразрывности в результате подстановки в него разложенный  $u_1$  и  $u_2$  в степенные ряды по  $z$ . Можно показать, что некоторые коэффициенты этих рядов связаны друг с другом и коэффициентами уравнений (1.1) соотношениями типа «контурные связи» [9], с учетом которых для  $u_1$  и  $u_2$  при малых  $z$  и граничных условиях прилипания имеет место

$$\begin{aligned} u_1 &= a_1 z - P_1 \frac{z^2}{2!} + O(z^4) \\ u_2 &= b_1 z - R_1 \frac{z^2}{2!} + O(z^4) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Отсутствие в выражении (2.3) членов с  $z^3$ , а в (2.2) — с  $z^4$  вытекает из равенства нулю коэффициентов разложений  $a_3$  и  $b_3$ .

Поскольку применяемое преобразование нормальной координаты не позволяет иметь неизменным положение верхней границы области интегрирования, для обеспечения закономерного изменения толщины пограничного слоя используется условие плавного сопряжения, регулирующее гладкость изменения компоненты скорости  $u_1$  вблизи границы слоя.

Для расчета координат векторных линий поля касательных напряжений (предельных линий тока) используется уравнение

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{a_{11}}{a_{22}} \left( \frac{u_{2,3}^\circ}{u_{1,3}^\circ} \pm \varphi \right) \quad (2.4)$$

где индексом градус отмечены значения производных на стенке. Уравнение численно интегрируется методом [10], при этом значения величин, входящих в правую часть, в точках, не являющихся узлами сетки, определяются с помощью билинейных сплайнов.

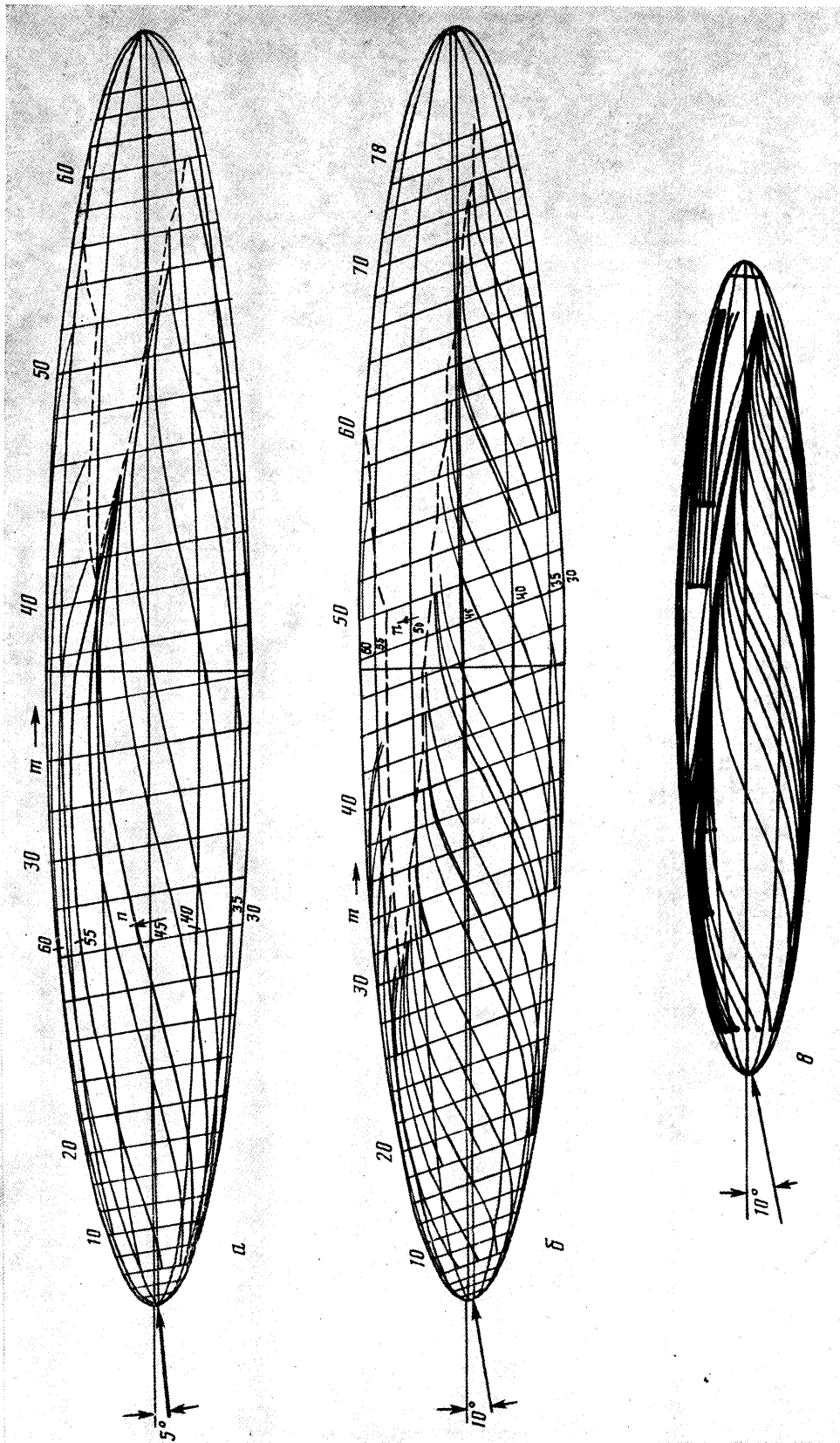
По сравнению с [4, 8] в данной работе удалось расширить доступную расчету область течения на подветренной стороне в окрестности линии пересечения поверхности вертикальной плоскостью симметрии и выделить парные клинообразные отрывные зоны, расположенные симметрично, если вектор скорости натекания лежит в указанной плоскости. Это стало возможным благодаря применению соответствующих вычислительных шаблонов, позволяющих подойти к границам этих зон как с наветренной стороны, так и с подветренной. За точку границы области отрыва условно принимается основание нормали, вдоль которой при вычислении значений  $u_1$  наблюдается проявление неустойчивости, вызывающее расхождение процесса итераций.

Вычисления производились на трехмерных расчетных сетках, неравномерных в продольном направлении и по нормали, с количеством узлов от 100 до 400 тысяч в зависимости от угла атаки и соотношения осей. Время счета одного варианта на ЭВМ БЭСМ-6 составляет от 30 мин до 1,5 ч.

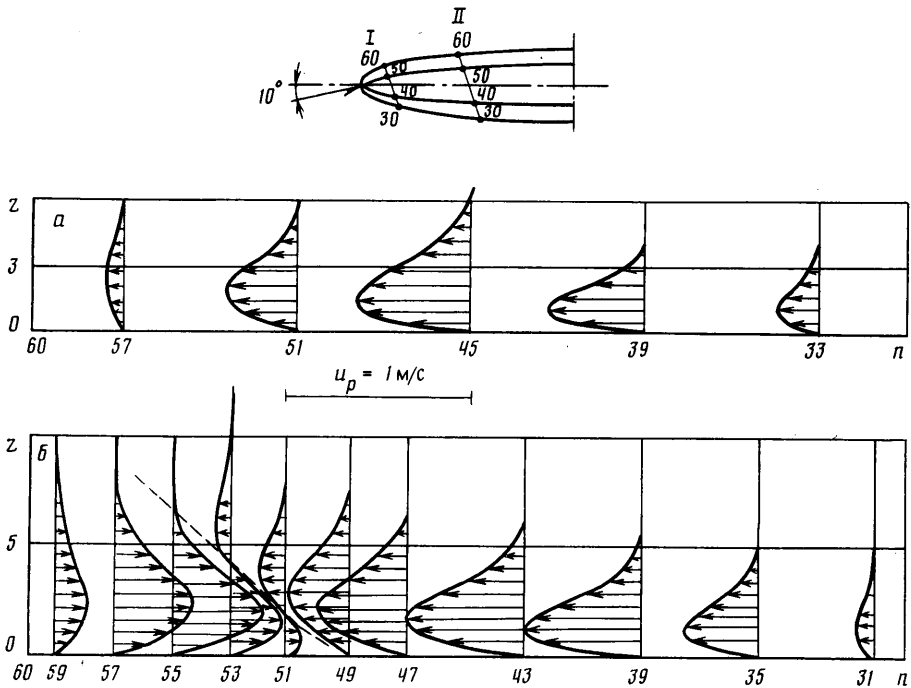
3. На фиг. 1 представлены координатные сетки, положение границ зон отрыва (штриховые линии) и картины предельных линий тока для эллипсоида с соотношением осей 6 : 1 : 1, обтекаемого под углами атаки  $5^\circ$  (а) и  $10^\circ$  (б), при числе Рейнольдса  $Re = 2aU_\infty/\nu = 1,6 \cdot 10^6$  ( $2a = 2,4$  м,  $U_\infty = 10$  м/с,  $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с). В обоих случаях имеются клиновидные зоны отрыва, нижние границы которых близки к положениям огибающих предельных линий тока. Для угла атаки  $10^\circ$  с расчетной картиной предельных линий тока (фиг. 1, б) можно сопоставить картину, построенную в [3] по данным измерений компонент векторов касательных напряжений (фиг. 1, в). Как видно, эти картины удовлетворительно согласуются на значительной части поверхности.

Предельные линии тока имеют наибольшую крутизну подъема (фиг. 1, б) в областях, расположенных несколько ниже середины боковой части эллипсоида, между меридиональными линиями  $\eta = n_1 \Delta \eta$  и  $\eta = n_2 \Delta \eta$  ( $n_1 = 40$ ,  $n_2 = 45$ ,  $\Delta \eta = 6^\circ$ ) и симметричными им на другой стороне ( $n_1 = 20$ ,  $n_2 = 40$ ). Именно в этих областях более интенсивно поперечное течение, о котором можно судить по совокупности профилей поперечной компоненты скорости  $u_p = u_z u_e$  в сечении пограничного слоя, образованном движением нормали вдоль данной эквипотенциали.

На фиг. 2 показаны профили этой компоненты в сечениях слоя I и II, соответствующих эквипотенциалам с номерами  $m = 14$  (а) и 28 (б). В сечении I поперечное течение (фиг. 2, а) всюду направлено от линии пересечения поверхности эллипсоида плоскостью симметрии течения на навет-



Фиг. 1



Фиг. 2

ренной стороне к подветренной. По мере перехода к сечениям, расположенным ниже по потоку, на подветренной стороне в окрестности плоскости симметрии при  $m=16$  возникает и затем развивается обратное течение. В сечении  $m=28$  (фиг. 2, б) вблизи вершины зоны отрыва оно достигает интенсивности, близкой интенсивности поперечного течения, идущего с наветренной стороны, и в районе  $49 < n < 56$  (и симметричном ему  $4 < n < 11$ ) взаимодействует с последним, как бы оттесняя его.

Взаимодействие сопровождается местным ростом толщины пограничного слоя и нормальной компоненты скорости, появлением точек перегиба в профилях продольной компоненты скорости, а также уменьшением величины модуля касательного напряжения. В сочетании со сжатием предельных линий тока к огибающей эти явления характеризуют процесс возникновения открытого пространственного отрыва. Нулевую изотазу  $u_p=0$  (штриховая линия на фиг. 2, б) можно интерпретировать как след вихревого слоя, сворачивание которого порождает продольный вихрь.

На фиг. 3 показаны распределения толщины вытеснения (построенной по продольной компоненте  $u_1$ ) по полупериметру сечений пограничного слоя. Цифры соответствуют номерам сечений, т. е. номерам  $m$  эквипотенциалей, через которые они проходят. Вблизи окрестности критической точки ( $m=2$ ) толщина вытеснения на наветренной стороне несколько больше, чем на подветренной, что объясняется большей величиной отрицательного градиента давления на последней. Ниже по потоку положение меняется: как величины толщин, так и темп их изменения на подветренной стороне больше. При приближении к началу отрывной зоны в распределениях появляются местные утолщения, симметрично расположенные относительно плоскости симметрии течения.

На фиг. 4 изображен рельеф модуля касательного напряжения  $\tau(\xi, \eta)$  на левой, если смотреть со стороны набегающего потока, половине эллипсоида, построенный по результатам численного исследования, там же точками показаны данные измерений [3]. Расчетные и опытные данные хорошо согласуются в областях носовой оконечности и на наветренной

стороне вплоть до отрывной зоны, началу и нижней границе которой сопутствуют минимумы в распределении напряжений. Последние согласуются с местными утолщениями пограничного слоя. В эксперименте в зоне отрыва наблюдаются пики напряжений, появление которых связано, по-видимому, с турбулизацией течения.

В области течения над верхней границей отрывной зоны, ранее не рассчитывавшейся, картина предельных линий тока свидетельствует о растекании от плоскости симметрии течения. Возле самой этой границы также имеется утолщение пограничного слоя.

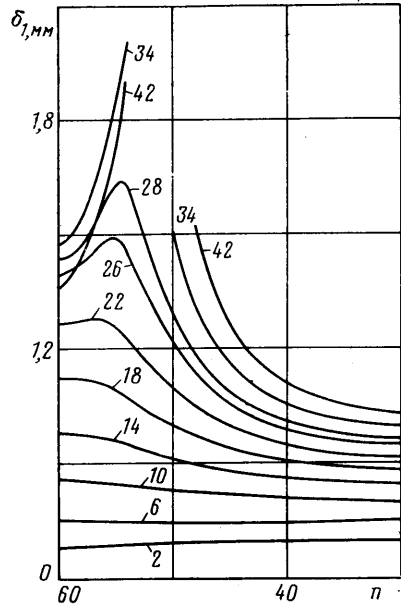
Численное исследование ламинарного пограничного слоя того же эллипсоида при угле атаки  $5^\circ$  дало качественно сходные результаты. Зона отрыва в этом случае менее обширна и сдвинута к корме (фиг. 1, а).

Численно исследовалось также течение в пространственном ламинарном пограничном слое эллипсоида с соотношением осей  $6 : 1 : 6$  (круглого крыла), обтекаемого под углом атаки  $10^\circ$  при  $Re=10^4$  ( $2a=0,12$  м,  $U_\infty=0,1$  м/с,  $\nu=1,2 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с). Эти вычисления потребовали больших затрат машинного времени, чем в предшествующем случае, из-за увеличения числа шагов по  $\xi$ , особенно вблизи окрестности передней критической точки, где очень мала допускаемая условием (2.1) величина шага.

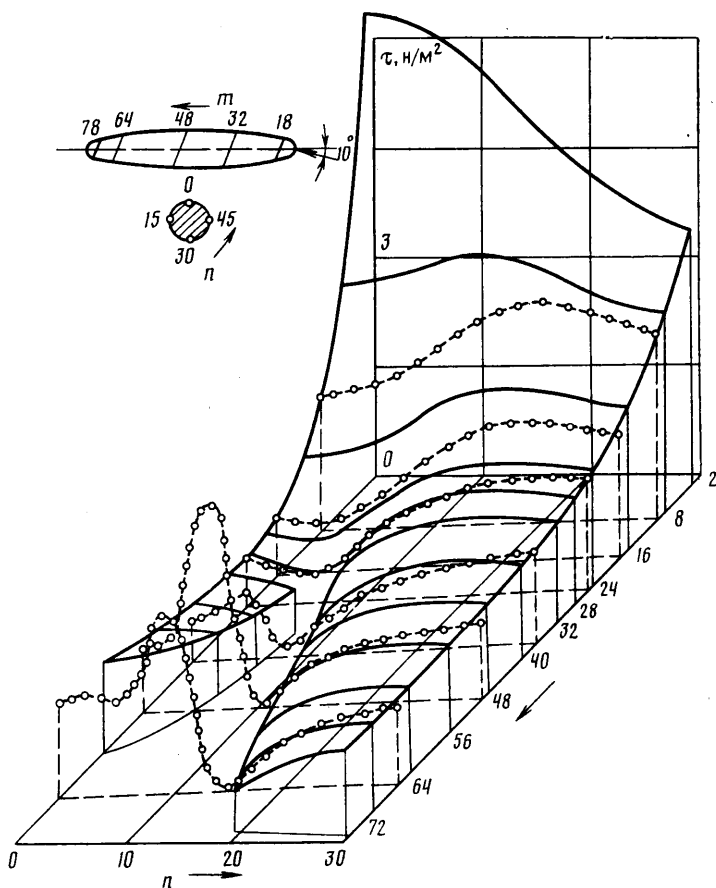
На фиг. 5 показаны построенные по результатам численного расчета картины предельных линий тока, положение расчетных границ области отрыва (штриховые линии) и частично координатная сетка (линии  $\eta = \text{const}$  и несколько эквипотенциалей, соответствующих значениям  $\xi = N\pi/10$ , где  $N$  — номер кривой) на засасывающей (вверху) и нагнетающей (внизу) сторонах крыла. Там же представлены фотоснимки картин обтекания крыла, наблюдавшихся при визуализации течения в приповерхностном слое с помощью слабых струй окрашенной жидкости в опытах [4].

На нагнетающей стороне эти картины удовлетворительно согласуются друг с другом вплоть до линии отрыва, проходящей вблизи задней кромки крыла. На передней половине засасывающей стороны картины согласуются в области, доступной численному исследованию. На фотоснимке можно отметить несколько зон, где поведение окрашенных струй может быть, следуя [6], соотнесено с поведением предельных линий тока в окрестности особых точек типа «седло»  $S$ , спиральный узел или фокус  $F$ . Симметрично расположенные точки  $F$ , вблизи которых формируются концевые вихри, находятся в области, недоступной численному исследованию, которое, однако, обнаружило наличие особенностей в виде вершин клиньев отрыва в местах, непосредственно предшествующих седловым точкам  $S$  возле боковых кромок. Поскольку в [4] не проводилось измерений каких-либо характеристик пограничного слоя, возможности сопоставления теоретических и экспериментальных результатов исчерпываются сопоставлением картин обтекания.

На фиг. 6, а представлен рельеф функции  $|\tau(\xi, \eta)|$  для правой, если смотреть со стороны набегающего потока, половины крыла. Распределение модуля касательного напряжения вдоль линий  $\xi = \text{const}$  на участках



Фиг. 3



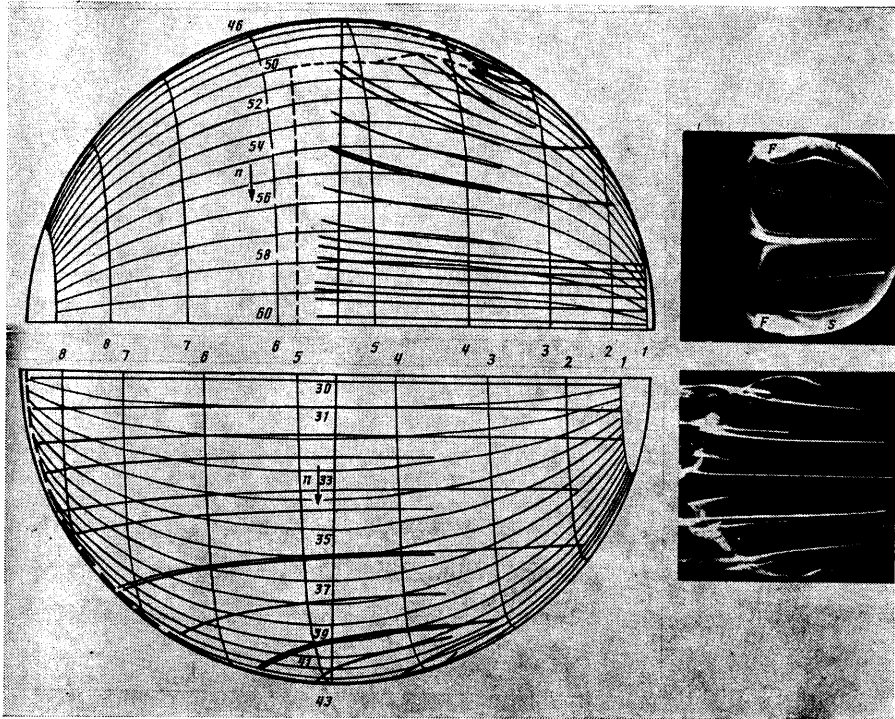
Фиг. 4

от середины нагнетающей стороны ( $n=30$ ) до середины засасывающей ( $n=60$ ) на передней четверти крыла имеют большее число экстремумов, чем в случае эллипсоида вращения. Так, на линии  $\xi=0,1055$  имеются минимумы  $|\tau|$  в плоскости симметрии течения ( $n=30$  и  $60$ ) и вблизи боковой кромки ( $n=45$ ), а максимумы — при  $n=55$  и  $37$  на расстоянии примерно  $1/4$  длины хорды в направлении размаха от боковой кромки, причем на засасывающей стороне величина максимума почти в 5 раз больше, чем на нагнетающей. На левой половине крыла точки экстремумов расположены симметрично.

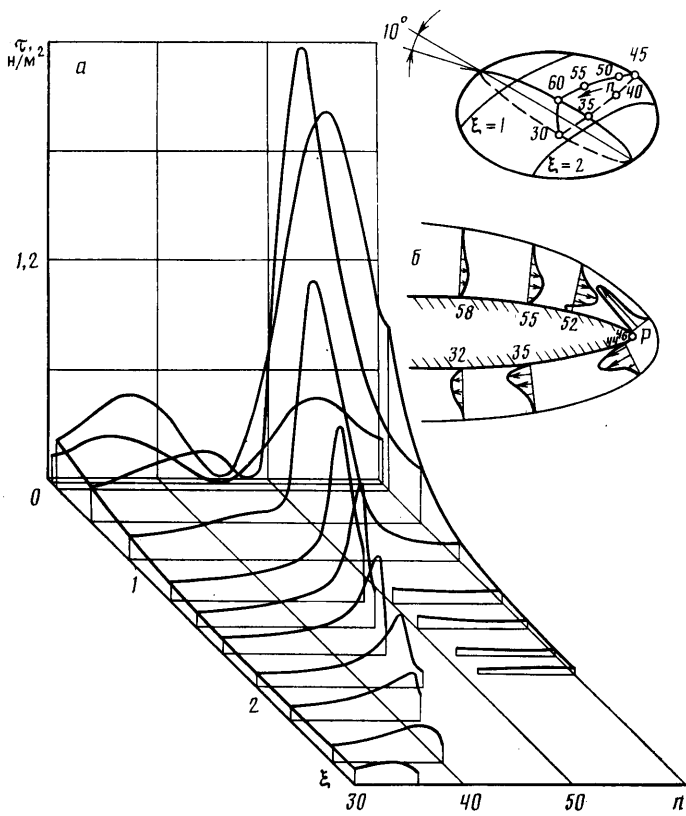
По мере продвижения вниз по потоку максимумы модуля на нагнетающей стороне уменьшаются и затем исчезают, а максимумы на засасывающей стороне смещаются к боковым кромкам, убывая по величине, но не размываясь окончательно. Не представленные здесь распределения толщины вытеснения (по компоненте  $u_1$ ) имеют в плоскости симметрии максимумы и при  $\xi \approx 0,5$  глубокий минимум вблизи боковой кромки.

На фиг. 6, б показана схема вторичного течения в сечении пространственного пограничного слоя круглого крыла, проходящем через линию  $\xi=1,023$ , расположенную между эквипотенциалами 3 и 4 перед вершиной отрывной зоны. Видно, что на нагнетающей стороне в отличие от случая удлиненного эллипсоида вторичное течение направлено вниз от линии растекания, идущей из передней критической точки вблизи боковой кромки (несколько ниже ее). На фиг. 6, б следом этой линии является точка P. На засасывающей стороне характер течения в обоих случаях сходен. В районе  $n=49$  (перед вершиной зоны отрыва) также





Фиг. 5



Фиг. 6

имеется область взаимодействия встречно направленных поперечных течений, где профили компоненты знакопеременны.

Результаты численных исследований, как приведенные, так и другие, относящиеся к обтекаемым под углами атаки трехосным эллипсоидам с соотношениями осей  $6:1:2$  и  $6:2:1$ , показывают, что размеры и положение области отрыва существенно различаются. Наименьшие размеры из них имеет область отрыва на сплюснутом с боков эллипсоиде ( $6:2:1$ ), которая наиболее смещена к корме.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шевелев Ю. Д. Численный расчет пространственного пограничного слоя в несжимаемой жидкости. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1966. № 5. С. 112–117.
2. Meier H. U., Kreplin H.-P. Experimental investigation of the boundary layer transition and separation on a body of revolution // Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 1980. В. 4. № 2. С. 65–71.
3. Kreplin H.-P., Vollmers H., Meier H. U. Measurements of the wall shear stress on an inclined prolate spheroid // Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 1982. В. 6. № 4. С. 248–252.
4. Werle H. Partage et rencontre d'écoulements fluides. Etude effectuée a la cuve a huile et au tunnel hydrodynamique a visualisation de l'ONERA // Rech. Aeronaut. 1960. № 79. P. 9–26.
5. Michal A. D. Matrix and tensor calculus. N. Y.: Willy; L.: Charman and Hall, 1947. V. XIII. 132 p. (Gald't aeronaut. ser.).
6. Шевелев Ю. Д. Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя. М.: Наука, 1977. 224 с.
7. Der J., Raetz G. S. Solution of general three-dimensional laminar boundary layer problems by an exact numerical method N. Y., 1962. 38 p. (Inst. aeronaut. sci. IAS.— pap. № 62–70.)
8. Geissler W. Berechnung der dreidimensionalen laminaren Grenzschicht and schrägangeströmten Rotationskörpern mit Ablösung // Ingenieur-Archiv. 1974. В. 43. № 6. С. 413–425.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
10. Чудов Л. А. Разностный метод для расчета течений в пограничном слое, обладающий свойством сильной стабилизации высокочастотных возмущений // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. Вып. 1. М.: Изд-во МГУ, 1971. С. 196–210.

Ленинград

Поступила в редакцию  
7.VI.1989