

УДК 532.526

© 1990 г.

В. М. ЗУБАРЕВ

## О ВЛИЯНИИ ДВИЖУЩЕЙСЯ СТЕНКИ НА ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ОТРЫВ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ ПЕРЕД ПРЕПЯТСТВИЕМ

Рассматривается задача о ламинарном пограничном слое, образующемся на поверхности полубесконечной пластины с установленным перпендикулярно полубесконечным круговым цилиндром при обтекании ее равномерным стационарным потоком несжимаемой жидкости нормально передней кромке. Пластина имеет вблизи своего острого края неподвижную часть и расположенную на конечном расстоянии ниже по течению часть поверхности, движущуюся с постоянной скоростью вниз по потоку. Уравнения пограничного слоя первого порядка решались численно неявным конечно-разностным методом. Проведено исследование влияния подвижной стенки на изменение размера области отрыва перед препятствием в широком диапазоне определяющих параметров и характеристики течения.

Результаты расчета течения в ламинарном пограничном слое на поверхности пластины перед таким препятствием без движения стенки получены в [1, 2]. Данные по структуре возникающего отрывного течения приведены в [3].

Система уравнений пространственного ламинарного пограничного слоя несжимаемой жидкости (при обычных предположениях теории пограничного слоя Прандтля) в произвольной криволинейной системе координат, нормально связанной с поверхностью обтекаемого тела, имеет вид [2, 4]

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \sqrt{\frac{g}{g_{11}}} u \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \sqrt{\frac{g}{g_{22}}} w \right) + \sqrt{g} \frac{\partial v}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial u}{\partial \eta} + v \frac{\partial u}{\partial \zeta} + A_1 u^2 + A_2 w^2 + A_3 uw = A_4 + \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2}$$

$$\frac{u}{\sqrt{g_{11}}} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{w}{\sqrt{g_{22}}} \frac{\partial w}{\partial \eta} + v \frac{\partial w}{\partial \zeta} + B_1 u^2 + B_2 w^2 + B_3 uw = B_4 + \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2}$$

Здесь  $u, w, v$  — физические контравариантные составляющие вектора скорости соответственно вдоль осей  $\xi, \eta, \zeta$ ;  $\xi, \eta, \zeta$  — система координат, нормально связанная с поверхностью тела (линия  $\xi=0$  соответствует кромке пластины,  $\zeta=0$  — уравнение ее поверхности,  $\eta=0$  — плоскость симметрии); коэффициенты  $A_i$  и  $B_i$  ( $i=1-4$ ) — известные функции компонент симметричного метрического тензора  $g_{ij}$  ( $g_{13}=g_{23}=0, g_{33}=1, g=g_{11}g_{22}-g_{12}^2$ ) и их производных по криволинейным координатам  $\xi, \eta$  и параметров внешнего идеального течения [2, 4].

При преобразовании уравнений (1) к безразмерному виду в качестве масштабов длины и скорости использованы радиус цилиндра  $R$  и скорость невозмущенного потока  $U_\infty$ . Нормальная к поверхности пластины координата  $\zeta$  и составляющая скорость  $v$  отнесены к корню квадратному из числа Рейнольдса  $Re=RU_\infty/\nu$  ( $\nu$  — кинематический коэффициент ламинарной вязкости жидкости).

Рассматривается случай резкого изменения граничных условий, когда имеет место разрыв скорости на поверхности тела

$$\zeta=0: u=0 \quad (0 \leq \xi \leq \xi_0), \quad u=u_w \quad (\xi > \xi_0), \quad w=0, \quad v=0 \quad (2)$$

На внешней границе пограничного слоя задаются следующие граничные условия:

$$\xi \rightarrow \infty: u \rightarrow u_e(\xi, \eta), w \rightarrow w_e(\xi, \eta) \quad (3)$$

Здесь распределения составляющих внешней скорости  $u_e$  и  $w_e$  заданы из решения соответствующей задачи потенциального обтекания кругового цилиндра [5]

$$u_e = (b^2 + \eta^2 - a^2)/b^2, w_e = -2a\eta/b^2, a = \xi - d, b = a^2 + \eta^2$$

где  $d$  — расстояние до оси цилиндра.

В плоскостях  $\xi=0$  и  $\eta=0$  определяются начальные профили скорости  $u$  и  $w$ . При  $\xi=0$  задаются профили скорости, получающиеся из системы уравнений (1), в которой зануляются производные по  $\xi$  с условием прилипания на стенке. В плоскости симметрии задаются следующие граничные условия:

$$w=0, \quad \frac{\partial u}{\partial \eta} = 0$$

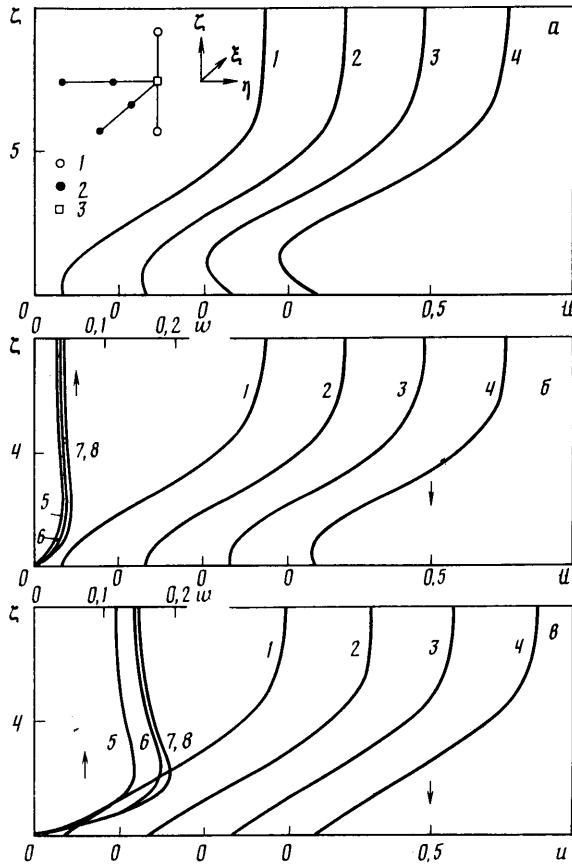
Уравнения пространственного пограничного слоя (1) и граничные условия (2)–(3) при помощи замены переменных из [2] приводились к виду, удобному для численного интегрирования. Использовался неявный конечно-разностный метод, вычислительный шаблон которого приводится на фиг. 1, а. Точки 1 относятся к неизвестным значениям сеточных функций, точки 2 соответствуют известным величинам, точка 3 — центр аппроксимации уравнений импульса. В случае равномерной сетки погрешности аппроксимации производных имеют второй порядок точности по всем направлениям. Полученные конечно-разностные уравнения решаются методом ортогональной прогонки с итерациями.

В областях возвратного течения конвективные члены уравнений пограничного слоя, обеспечивающие возможность распространения возмущений навстречу направлению численного интегрирования, полагались равными нулю [6].

Ниже представлены результаты исследования, полученные для следующих значений параметров:  $\xi_0=1, d=4, 0 \leq u_w \leq 0,6$ .

На фиг. 1, а приводятся предотрывные профили скорости  $u$  в плоскости симметрии при скорости стенки  $u_w=0,1$  в сечениях  $\xi=1,7, 1,8, 1,9, 1,95$  (кривые 1–4 соответственно). Профили скорости основного и вторичного течений вне плоскости симметрии приводятся на фиг. 1, б, в. На фиг. 1, б профили продольной составляющей скорости (кривые 1–4) и профили скорости вторичного течения (кривые 5–8) построены для  $\eta=0,2$  при указанных выше значениях координаты  $\xi$ . Аналогичные профили скорости построены на фиг. 1, в для случая  $\eta=1$ . Видно, что для плоскости симметрии в области неблагоприятного (положительного) продольного градиента давления движение стенки приводит к появлению локального минимума продольной составляющей вектора скорости внутри пограничного слоя, который стремится к нулю по мере продвижения вниз по потоку. В сечении с продольной координатой  $\xi_* = 1,924$  наблюдается особая точка Мура — Ротта — Сирса, где одновременно  $u=0, \partial u/\partial \xi=0$ . Вблизи плоскости симметрии ( $\eta=0,2$ ) также отмечается появление минимума скорости  $u$  (фиг. 1, б). Далеко вне плоскости  $\eta=0$  такой закономерности уже не наблюдается. Результаты показывают, что в тех же сечениях по  $\xi$  минимум скорости основного течения находится на стенке.

Зависимость  $f_{\min} = u_{\min}/u_e$  от продольной координаты  $\xi$  при  $\eta=0; 0,2$  перед отрывом показана сплошными кривыми 1, 2 на фиг. 2. Здесь же штриховые кривые 3–4 соответствуют величине  $f_w = u_w/u_e$ . Приведенные результаты показывают, что минимум профиля скорости основного течения до определенного значения координаты  $\xi$  находится на движущейся стенке (кривые 3 и 4 почти совпадают). Перед отрывом влияние стенки на поток глубоко проникает в пограничный слой. Минимум продольной компонен-

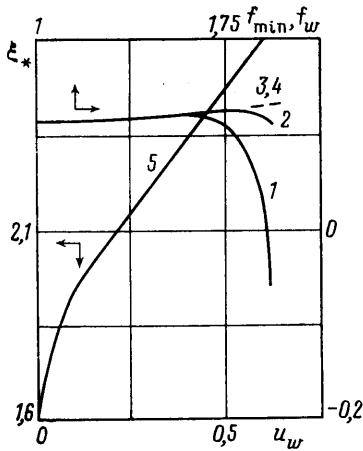


Фиг. 1

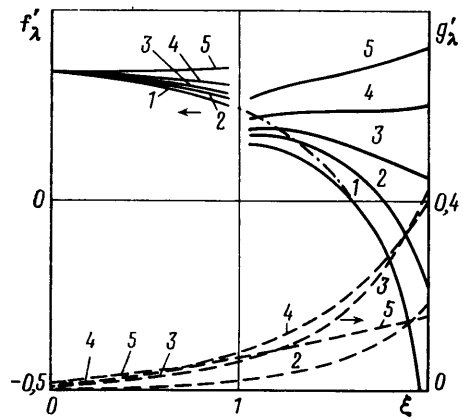
ты скорости перемещается от стенки и располагается уже внутри пограничного слоя, а величина минимума стремится к нулю особым образом. Зависимость продольной координаты  $\xi_*$  особой точки в плоскости симметрии от скорости движения стенки приводится на фиг. 2 (кривая 5). Видно, что для скорости стенки  $u_w > 0,1$  эта зависимость выражается линейной функцией.

Из результатов расчетов для  $u_w = 0,1$  следует, что при приближении к области отрыва перед препятствием развивается сильное вторичное течение. Скорость вторичного течения вне плоскости симметрии имеет характерный максимум, находящийся примерно на расстоянии  $1/3$  толщины пограничного слоя  $\delta_{0,995}$ . Толщина пограничного слоя  $\delta_{0,995}$  определялась по профилю продольной составляющей вектора скорости как координата  $\xi$ , где скорость  $u$  отличалась бы на  $0,5\%$  от  $u_e$ . С увеличением скорости стенки величина максимума растет, а сам он располагается ближе к поверхности.

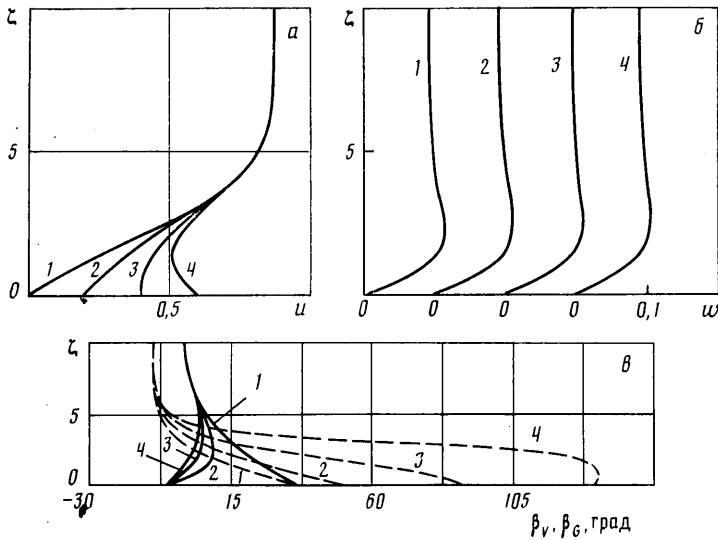
На фиг. 3, а, б представлены профили скорости основного и вторичного течений в сечении пограничного слоя  $\xi = 1,6$ ,  $\eta = 0,8$  для скоростей движения стенки  $u_w = 0, 0,2, 0,4, 0,6$  (кривые 1-4). На фиг. 3, в приводятся распределения углов скоса векторов скорости  $\beta_v$  (сплошные кривые) и градиента скорости  $\beta_G$  (штриховые кривые) в том же сечении пограничного слоя при тех же значениях  $u_w$  (кривые 1-4 соответственно). Отметим, что углы  $\beta_v$  и  $\beta_G$  отсчитываются относительно направления линии тока внешнего течения в рассматриваемом поперечном сечении пограничного слоя. Отрицательные значения угла скоса объясняются тем, что здесь отсчет угла ведется против часовой стрелки от вектора скорости внешнего невязкого течения, если смотреть за поведением соответствующего вектора из области невязкого потока.



Фиг. 2



Фиг. 4



Фиг. 3

Как видно из результатов расчетов, течение имеет сложный пространственный характер. При неподвижной стенке угол скаса вектора скорости  $\beta_v$  уменьшается монотонно до нуля при движении к внешней границе пограничного слоя, а угол  $\beta_g$  имеет локальный отрицательный минимум примерно при  $\xi \approx 8$ . Максимальный угол разворота вектора скорости  $(\beta_v)_w$  достигается на стенке, он определяет в данном случае клиновидные области влияния и зависимости.

Наличие подвижной стенки сильно изменяет поведение  $\beta_v$  и слабо влияет на  $\beta_g$  для значений  $0 \leq u_w \leq 0,1$ . Профиль вектора скорости становится S-образным поперек пограничного слоя, как и поведение вектора градиента скорости при  $u_w = 0,6$ . Видно, что углы  $\beta_v$  и  $\beta_g$  достигают максимума на некотором расстоянии над поверхностью пластины и затем уменьшаются по мере приближения к ней.

На фиг. 4 показаны рассчитанные распределения безразмерных величин продольной и поперечной компонент трения на стенке при  $\eta = 0, 0,2, 0,6, 1, 2$  (кривые 1–5). Сплошные кривые соответствуют величине  $f'_\lambda$ , штриховые –  $g'_\lambda$ . Здесь  $f = u/u_e$ ,  $g = w/u_e$ ,  $\lambda = \xi (u_e/\xi)^{1/2}$ . Результаты расчетов показывают, что продольная компонента трения вблизи начала движущегося участка поверхности терпит разрыв, который локализован в непосред-

ственной окрестности линии разрыва ( $\xi=1$ ). Движение стенки в направлении основного потока жидкости приводит к уменьшению величины  $f_{\lambda}'$  по сравнению со случаем неподвижной поверхности пластины. На фиг. 4 штрихпунктирная кривая для  $f_{\lambda}'$  соответствует неподвижной стенке при  $\eta=0$ . Величина поперечной компоненты поверхностного трения при движении вдоль координатных линий  $\xi=\text{const}>0$  увеличивается от нулевого значения, достигаемого на оси симметрии, до некоторого максимума с последующим асимптотическим убыванием к нулю вдали от оси симметрии, где пространственность течения становится несущественной.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филло, Барбэнк. Расчет пространственного ламинарного пограничного слоя // Ракетная техника и космонавтика, 1972. Т. 10. № 3. С. 160–163.
2. Шевелев Ю. Д. Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики. М.: Наука, 1986. 367 с.
3. Трехмерные течения в пограничном слое // ЦАГИ. Обзоры. 1987. № 674. 152 с.
4. Хиршель Э. Х., Кордулла В. Сдвиговое течение сжимаемой жидкости: Численный расчет пограничного слоя. М.: Мир, 1987. 253 с.
5. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Физматгиз, 1963. 583 с.
6. Reyhner T. A., Flügge-Lotz I. The interaction of a shock wave with a laminar boundary layer // Int. J. Non-Linear Mech. 1968. V. 3. № 2. P. 173–199.

Москва

Поступила в редакцию  
20.XII.1989