

УДК 532.516:621.822.5

© 1990 г.

Ю. Я. БОЛДЫРЕВ, Ю. В. БОРИСОВ

**УПОРНЫЙ СЕКТОРНЫЙ ПОДШИПНИК С ГАЗОВОЙ СМАЗКОЙ,
ИМЕЮЩИЙ МАКСИМАЛЬНУЮ НЕСУЩУЮ СПОСОБНОСТЬ**

Рассматривается задача оптимизации микрогеометрии упорного секторного подшипника на газовой смазке по критерию максимума подъемной силы. Для определения давления в смазочном слое используется уравнение Рейнольдса газовой смазки. Изучается случай малых чисел сжимаемости. На основе анализа системы необходимых условий экстремума удается определить качественный характер оптимального профиля. Приведены результаты для различных значений параметров задачи. Проводится сравнение с данными ряда работ по оптимизации газовых опор.

1. Постановка задачи. В [1] найдены оптимальные профили в модельной задаче для прямоугольного подшипника с газовой смазкой, работающего в режиме малых чисел сжимаемости. В качестве критерия оптимальности использовалась подъемная сила подшипника. Ниже в аналогичной постановке рассматривается задача об оптимизации микрогеометрии упорного секторного подшипника с газовой смазкой (фиг. 1). Все секторы предполагаются одинаковыми, имеющими угол $\Delta\varphi=2\pi/N$ (N — число секторов) и работающими в одинаковом режиме, т. е. при отсутствии перекосов.

Обозначим смазываемую поверхность каждого из секторов Ω , а ее границу $\partial\Omega$. Предположим несжимаемость смазки, т. е. числа сжимаемости $\Lambda=6\mu\omega r_1^2(hp_a)^{-1}$ (μ — динамическая вязкость газа, h_0 — минимальный размерный зазор, p_a — давление среды) считаются малыми. Тогда уравнение Рейнольдса газовой смазки может быть линеаризовано путем введения избыточного давления p_1 с помощью соотношения $p=1+\Lambda p_1+O(\Lambda^2)$ и приводится к виду

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(h^3 \frac{\partial p_1}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r h^3 \frac{\partial p_1}{\partial r} \right) = r \frac{\partial h}{\partial \varphi} \quad (1.1)$$

Здесь p_1 и h — безразмерные избыточное давление и зазор, нормированные на давление среды p_a и минимальное значение зазора h_0 . Граничным условием к уравнению (1.1) служит равенство нулю избыточного давления на границе области

$$p_1|_{\partial\Omega}=0 \quad (1.2)$$

Решение краевой задачи (1.1), (1.2) будем разыскивать в классе квадратично суммируемых функций, имеющих первую обобщенную производную. На величину профиля зазора $h(\varphi, r)$, являющуюся в рассматриваемой задаче управляющей функцией, принадлежащей классу существенно ограниченных функций, наложены ограничения

$$h_{\min}=1 \leq h(\varphi, r) \leq h_{\max} \quad (1.3)$$

где h_{\max} задано, а значение $h_{\min}=1$ определяется нормировкой.

Главный вектор сил давления со стороны смазочного слоя имеет вид

$$J = -N \int_{\Omega} p_1 d\Omega \quad (1.4)$$

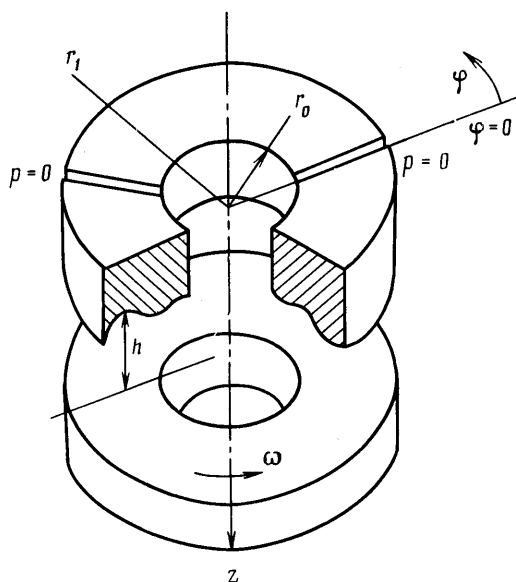
В дальнейшем индекс 1 у избыточного давления опускаем.

Итак, разыскиваем минимум функционала (1.4) при условии, что p удовлетворяет краевой задаче (1.1), (1.2), а h — неравенствам (1.3). Будем решать задачу методами вариационного исчисления.

Запишем уравнение (1.1) в виде системы уравнений

$$\operatorname{div} \mathbf{Q} = 0, \quad Q_\varphi = -\frac{h^3}{r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + hV_\varphi, \quad Q_r = -h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \quad (1.5)$$

и перейдем к открытой области изменения управляющей функции h , используя соотношение $\psi \equiv (h_{\max} - h)(h - 1) - v^2 = 0$, где $v(\varphi, r)$ — вспомога-



Фиг. 1

тельное управление. Удовлетворим первому из уравнений системы (1.5), определив новую функцию $M(\varphi, r)$ соотношением $\mathbf{Q} = \operatorname{rot}(M\mathbf{k})$, где \mathbf{k} — орт оси z (фиг. 1). Построим расширенную функцию

$$F = -p - (\eta, \mathbf{Q} + \operatorname{rot}(M\mathbf{k})) + (\lambda, \mathbf{Q} + h^3 \operatorname{grad} p - h\mathbf{V}) + \xi\psi \quad (1.6)$$

Здесь η , λ , ξ — функциональные множители Лагранжа, первые два из которых векторные, а ξ — скалярный; $\mathbf{V} = r\dot{\varphi}$, где $\dot{\varphi}$ — орт оси φ ; скобки обозначают скалярное произведение векторов. Определим связанный с функцией F расширенный функционал

$$I = \int_{\Omega} F d\Omega$$

который при выполнении всех ограничений, очевидно, равен исходному (1.4) с точностью до постоянного множителя N .

2. Система необходимых условий экстремума функционала I . Уравнения Эйлера — Лагранжа имеют вид

$$\eta + \lambda = 0, \quad (\mathbf{k}, \operatorname{rot} \eta) = 0 \quad (2.1)$$

$$\operatorname{div}(h^3 \lambda) + 1 = 0 \quad (2.2)$$

$$(\lambda, 3h^2 \operatorname{grad} p - \mathbf{V}) + \xi(h_{\max} + 1 - 2h) = 0, \quad \xi v = 0 \quad (2.3)$$

Условие трансверсальности получим из контурного интеграла, остающегося после взятия по частям двойного интеграла при варьировании

функции F

$$\lambda_\tau \delta M - h^3 \lambda_n \delta p - \left(F + \lambda_\tau \frac{\partial M}{\partial n} - h^3 \lambda_n \frac{\partial p}{\partial n} \right) \delta n = 0 \quad (2.4)$$

Здесь индексами τ и n обозначены проекции вектора на направления касательной и внешней нормали к $\partial\Omega$, а δn — вариация нормали. Заметим, что вариации δM и δp — полные, т. е. учитывают возможную подвижность границы.

Условия Эрдмана — Вейерштрасса получим, предположив, что в Ω управляющая функция h имеет разрывы первого рода вдоль некоторых гладких линий γ

$$[\lambda_\tau]_{-}^{+} \delta M - [h^3 \lambda_n]_{-}^{+} \delta p - \left[F + \lambda_\tau \frac{\partial M}{\partial n} - h^3 \lambda_n \frac{\partial p}{\partial n} \right]_{-}^{+} \delta n = 0 \quad (2.5)$$

Здесь символом $[\]_{-}^{+}$ обозначена разность величины, стоящей в скобках справа и слева от линии разрыва γ , а τ и n — векторы касательной и нормали к ней, δn — вариация нормали к γ . В силу независимости полных вариаций δM , δp и вариации δn условия (2.5) принимают вид

$$[\lambda_\tau]_{-}^{+} = 0, \quad [h^3 \lambda_n]_{-}^{+} = 0, \quad \left[F + \lambda_\tau \frac{\partial M}{\partial n} - h^3 \lambda_n \frac{\partial p}{\partial n} \right]_{-}^{+} = 0 \quad (2.6)$$

В силу неподвижности контура $\partial\Omega$ и краевого условия (1.2) имеют место соотношения $\delta p|_{\partial\Omega} = \delta n|_{\partial\Omega} = 0$, поэтому условия трансверсальности сводятся к виду $(\lambda_\tau \delta M)|_{\partial\Omega} = 0$. Удовлетворим этому условию, положив

$$\lambda_\tau|_{\partial\Omega} = 0 \quad (2.7)$$

Определим скалярную функцию λ_0 соотношением $\eta = -\text{grad } \lambda_0$, тождественно удовлетворяя при этом второму из уравнений (2.1). Поскольку из первого уравнения (2.1) имеем $\lambda = -\eta = \text{grad } \lambda_0$, то условие (2.7) принимает вид $\lambda_\tau = \partial \lambda_0 / \partial \tau = 0$. Таким образом, находим $\lambda_0|_{\partial\Omega} = \text{const}$. Выберем $\text{const} = 0$, тогда приходим к следующему краевому условию для уравнения (2.2):

$$\lambda_0|_{\partial\Omega} = 0 \quad (2.8)$$

Перепишем уравнение (2.2), используя введенную функцию λ_0 , в виде

$$\text{div}(h^3 \text{grad } \lambda_0) + 1 = 0 \quad (2.9)$$

Обобщенное решение краевой задачи (2.8), (2.9) будем разыскивать в том же классе функций, что и решение задачи (1.1), (1.2).

Перейдем к выводу условия Вейерштрасса сильного минимума функционала I , следуя подходу, изложенному в [2]. Пусть всюду в Ω , за исключением области малой меры Ω' , профиль h оптимален. Произвольный в Ω' профиль, допускаемый ограничением (1.3), обозначим H . Пусть область Ω' имеет гладкие границы: неподвижную γ_0 и подвижную γ_1 (фиг. 2). Выражение для приращения функционала I за счет построенной таким образом вариации управляющей функции h имеет вид

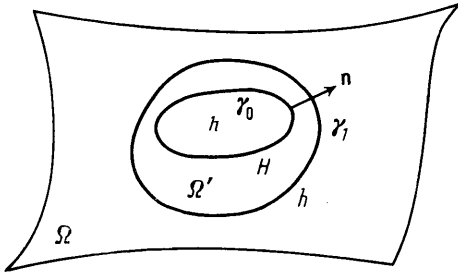
$$\begin{aligned} \Delta I = & \int_{\Omega'} (F(p^*, M^*, Q^*, H) - F(p, M, Q, h)) d\Omega + \\ & + \oint_{\gamma_0} \left[\lambda_\tau \frac{\partial M}{\partial n} - h^3 \lambda_n \frac{\partial p}{\partial n} \right]_{-}^{+} \delta n ds \end{aligned}$$

где звездочкой обозначены допустимые значения функции. В этом выражении учтены условия непрерывности величин λ_τ и $h^3 \lambda_n$ на линиях разрыва

h и необходимые условия экстремума (2.4)–(2.5). Заметим также, что

$$\int_{\Omega'} F d\Omega = \oint_{\gamma_0} F \delta n ds$$

Пусть далее уравнение кривой γ_0 в векторной форме имеет вид $\mathbf{a}(s)$, где s – криволинейная координата. Тогда уравнение кривой γ_1 будет $\mathbf{b}(s) = \mathbf{a}(s) + e f(s) \mathbf{n}(s)$, где e – малый параметр, $f(s)$ – произвольная гладкая функция координаты s . Вычисляя производную $d\Delta I/de$, отвечающую регулярному сжатию кривой γ_1 к кривой γ_0 с сохранением направления нормалей, найдем



Фиг. 2

$$\frac{d\Delta I}{de} = \oint_{\gamma_0} \left[\frac{\partial M^*}{\partial n} \lambda_{\tau}^* - \lambda_n^* H^3 \frac{\partial p^*}{\partial n} - \frac{\partial M}{\partial n} \lambda_{\tau} + h^3 \lambda_n \frac{\partial p}{\partial n} \right] f(s) ds$$

Так как в случае минимума I необходимо выполнение неравенства $d\Delta I/de > 0$, то в силу произвольности $f(s)$ условие Вейерштрасса имеет вид

$$E = \lambda_{\tau}^* \frac{\partial M^*}{\partial n} - \lambda_n^* H^3 \frac{\partial p^*}{\partial n} - \lambda_{\tau} \frac{\partial M}{\partial n} + \lambda_n h^3 \frac{\partial p}{\partial n} > 0$$

Преобразуем последнее неравенство к более удобному виду, используя уравнения (2.1) и условия (2.6)

$$E = -(Q_{\tau}^* - Q_{\tau}) \lambda_{\tau} - \left(\frac{\partial p^*}{\partial n} - \frac{\partial p}{\partial n} \right) \lambda_n h^3 > 0$$

Исключая отсюда разрывные на кривой γ_0 величины Q_{τ} и $\partial p/\partial n$, с учетом непрерывности Q_n и $\partial p/\partial \tau$ на ней и после преобразований найдем окончательно следующее выражение для функции Вейерштрасса:

$$E = (H-h) \left\{ (\nabla \lambda_0, \mathbf{R}(h, H)) - m \frac{\partial \lambda_0}{\partial n} R_n(h, H) \right\} > 0 \quad (2.10)$$

Здесь $m = (H^3 - h^3)/H^3$, $\mathbf{R}(h, H) = (H^2 + Hh + h^2) \nabla p - \mathbf{V}$, причем p и λ_0 вычисляются на оптимальном профиле.

Неравенство (2.10) выполняется поточечно в Ω .

3. Анализ системы необходимых условий экстремума функционала I . Обратимся сначала к условию Вейерштрасса (2.10), из которого следует

$$\begin{aligned} (\nabla \lambda_0, \mathbf{R}(h_{\min}, H)) - m_{\min} \frac{\partial \lambda_0}{\partial n} R_n(h_{\min}, H) &> 0, \quad h = h_{\min} \\ (\nabla \lambda_0, \mathbf{R}(h_{\max}, H)) - m_{\max} \frac{\partial \lambda_0}{\partial n} R_n(h_{\max}, H) &< 0, \quad h = h_{\max} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$(\nabla \lambda_0, \mathbf{R}(h, h)) = 0, \quad h_{\min} < h < h_{\max}$$

Здесь $m_{\min} = (H^3 - h_{\min}^3)/H^3$, $m_{\max} = (H^3 - h_{\max}^3)/H^3$ и поэтому

$$(\nabla \lambda_0, \mathbf{R}(h_{\min}, h_{\min})) > 0, \quad (\nabla \lambda_0, \mathbf{R}(h_{\max}, h_{\max})) < 0 \quad (3.2)$$

Выберем такую ориентацию кривой γ_0 в произвольной точке, что $\partial \lambda_0/\partial n = 0$ в неравенстве (2.10), и перепишем (2.10) в виде

$$E = (H-h) (\nabla \lambda_0, \mathbf{R}(h, h)) + 3h(H-h)^2 (\nabla \lambda_0, \nabla p) + (H-h)^3 (\nabla \lambda_0, \nabla p) > 0$$

Отсюда получим следующие соотношения, обеспечивающие ненарушение неравенства Вейерштрасса:

$$H-h > 0, \quad h = h_{\min}, \quad (\nabla \lambda_0, \nabla p) > 0$$

$$H-h < 0, \quad h = h_{\max}, \quad (\nabla \lambda_0, \nabla p) > 0$$

Когда $H-h$ произвольно, то $h_{\min} < h < h_{\max}$ $(\nabla \lambda_0, \nabla p) > 0$.

Итак, при $h_{\min} \leq h \leq h_{\max}$ имеем

$$(\nabla \lambda_0, \nabla p) > 0 \quad (3.3)$$

Это неравенство позволяет сделать вывод и о знаке произведения $(\nabla \lambda_0, \mathbf{V})$ в каждом из случаев, определяемых как условиями (3.2), так и промежуточным режимом (3.1). Соответственно для промежуточного режима $h_{\min} < h < h_{\max}$, согласно (3.1), имеем

$$(\nabla \lambda_0, \mathbf{V}) > 0 \quad (3.4)$$

Для h_{\min} и h_{\max} неравенства (3.2) будут выполняться наиболее сильно, если

$$(\nabla \lambda_0, \mathbf{V}) \leq 0, \quad h = h_{\min} \quad (3.5)$$

$$(\nabla \lambda_0, \mathbf{V}) \geq 0, \quad h = h_{\max} \quad (3.6)$$

Таким образом, неравенства (3.5), (3.6) показывают, как характер оптимального профиля h связан со знаками соответствующих скалярных произведений. Попытаемся определить знаки последних в области Ω и на ее границе $\partial\Omega$, исходя из принципа максимума и его следствия для линейных эллиптических уравнений с переменными коэффициентами [3], к которым относятся уравнения (1.1) и (2.9). Заметим, что если решение уравнения (1.1) ищется в классе непрерывных функций, исходя из физических соображений, то на непрерывность решения уравнения для λ_0 (2.9) на линиях разрыва h указывают условия Эрдмана — Вейерштрасса (2.6).

Будем исходить из возможности существования классического, т. е. кусочно-непрерывного управления в Ω . Предполагая последнее, считаем, что Ω состоит из конечного числа под областей, в каждой из которых имеется непрерывно дифференцируемое требуемое число раз решение уравнений (1.1) и (2.9). Естественно разыскивать давление $p(\varphi, r)$ в классе неотрицательных в Ω функций, так как появление разряжений приводит к увеличению минимизируемого функционала (1.4). Обозначим через $\partial\Omega_h$ границы областей непрерывности $h(\varphi, r)$ и предположим, что все они имеют непустое пересечение с $\partial\Omega$. По следствию из принципа максимума можно утверждать, что решение уравнения (1.1) с граничным условием (1.2) неотрицательно $\partial\Omega_h$, когда в областях непрерывности $h(\varphi, r)$ выполняется условие $\partial h / \partial \varphi \leq 0$. Это неравенство показывает, что в таком случае в области должен иметь место смазочный клин.

Рассуждая аналогично, убеждаемся, что решением уравнения (2.9) с граничным условием (2.8) является неотрицательная всюду в Ω функция $\lambda_0(\varphi, r)$.

Определим теперь знаки функций $\partial p / \partial n$ и $\partial \lambda_0 / \partial n$ на контуре $\partial\Omega$. Согласно лемме о нормальной производной [4], решения уравнений (1.1) и (2.9) (в рамках высказанных предположений о качественном характере этих решений) при нулевых граничных условиях на $\partial\Omega$ удовлетворяют соотношениям

$$\partial p / \partial l > 0, \quad \partial \lambda_0 / \partial l > 0 \quad (3.7)$$

Здесь l — любое направление, выходящее из произвольной точки контура и удовлетворяющее условию $\cos(\mathbf{l}, \mathbf{n}) < 0$, где \mathbf{n} — вектор внешней нормали к контуру $\partial\Omega$. Еще раз отметим, что здесь предполагается непрерывность $h(\varphi, r)$ почти всюду на контуре $\partial\Omega$.

Учитывая характер граничных условий на $\partial\Omega$ для p и λ_0 , а именно тот факт, что здесь $\partial p/\partial\tau = \partial\lambda_0/\partial\tau = 0$ и имеют место условия (3.7) на $\partial\Omega$, получаем неравенство

$$(\nabla\lambda_0, \nabla p) > 0 \quad (3.8)$$

Поскольку вектор \mathbf{V} имеет постоянное направление, нормальное к направлению оси r , то в соответствии с (3.7) имеем

$$(\nabla\lambda_0, \mathbf{V}) > 0 \quad (\varphi=0, r_0 \leq r \leq r_1=1) \quad (3.9)$$

$$(\nabla\lambda_0, \mathbf{V}) < 0 \quad -\varphi=2\pi/N, r_0 \leq r \leq r_1=1) \quad (3.10)$$

$$(\nabla\lambda_0, \mathbf{V}) = 0 \quad (r=r_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi/N; r=r_1, 0 \leq \varphi \leq 2\pi/N) \quad (3.11)$$

Итак, из соотношений (3.8)–(3.11) следует, что на передней кромке ($\varphi=0, r_0 \leq r \leq 1$) выполняются условия существования промежуточного режима, тогда как на боковых границах и кромке, отвечающей $\varphi=2\pi/N, r_0 \leq r \leq 1$, согласно (3.10), (3.11), реализуется случай $h=h_{\min}=1$. Отметим при этом, что крайние точки передней границы, $(\varphi, r) = (0, r_0)$ и $(0, 1)$, являются точками разрыва оптимального профиля, в которых последний скачком меняется от h из интервала $h_{\min} < h < h_{\max}$ к $h=h_{\min}$. Неравенства (3.8)–(3.11) показывают также, что случай выхода на верхнее ограничение не реализуется на границе $\partial\Omega$ при h_{\max} достаточно больших по сравнению с h_{\min} .

Используем информацию о характере профиля на границе области для определения его качественного поведения во всей области Ω . Продолжая по непрерывности профиль $h=h_{\min}$ от границы внутрь Ω , заметим, что в этой части области поле давления описывается уравнением Лапласа, в которое вырождается уравнение Рейнольдса (1.1). Поскольку решение уравнений Лапласа $p \geq 0$ может достигать максимальных значений только на границе области $h=h_{\min}$, то очевидно, что таковой может быть только внутренняя граница, где h переходит от h_{\min} к другим значениям.

Рассуждая аналогично относительно области промежуточного режима, примыкающей к передней кромке, согласно (2.3), находим уравнение для определения h в этой части Ω

$$3h^2 = (\nabla\lambda_0, \mathbf{V}) / (\nabla\lambda_0, \nabla p) \quad (3.12)$$

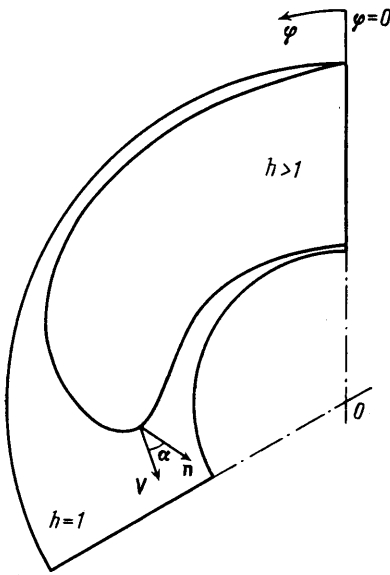
Отсюда заключаем, что в силу ограниченности h ∇p не обращается в ноль в этой области. Таким образом, p не может принимать здесь максимальных значений, которые вновь могут достигаться только на внутренней границе, где управление h переходит от промежуточного режима к области, в которой оно принимает одно из предельных значений – в данном случае h_{\min} .

Из приведенных рассуждений следует, что в передней части Ω , отвечающей $h > h_{\min}$, происходит повышение давления газа, тогда как в области с $h=h_{\min}$, выходящей на боковые границы и заднюю кромку Ω , давление газа выравнивается до атмосферного. Отсюда следует существование одной линии разрыва в рассматриваемой задаче. Она выходит на границу $\partial\Omega$ в точках $(\varphi, r) = (0, 1)$ и $(0, r_0)$.

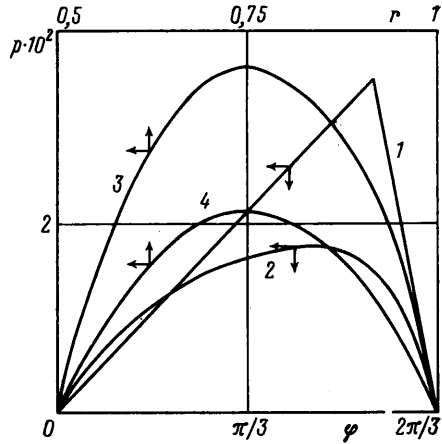
Рассмотрим последнее из условий Эрдмана – Вейерштрасса (2.6), записав его в виде

$$\left(-Q_r\lambda_r - \lambda_n h^3 \frac{\partial p}{\partial n}\right)^+ - \left(Q_r\lambda_r - \lambda_n h^3 \frac{\partial p}{\partial n}\right)^- = 0$$

Здесь знак плюс означает, что величины в скобках вычисляются справа от линии разрыва, т. е. в области с $h^+ = h_{\min} = 1$, тогда как знак минус отвечает величине, вычисляемые в области промежуточного режима, определяемого формулой (3.12). Преобразовав это соотношение аналогично тому, как это было сделано при выводе неравенства Вейерштрасса (т. е. с



Фиг. 3



Фиг. 4

учетом непрерывности $\partial p / \partial \tau$ и Q_n на линии разрыва), получим

$$(\nabla \lambda_0, \mathbf{R}^-(h_-, h_+)) - m \frac{\partial \lambda_0}{\partial n} R_n^-(h_-, h_+) = 0$$

Здесь вектор \mathbf{R} вычисляется в точках, лежащих в области промежуточного режима, а $m = (h_+^3 - h_-^3) / h_+^3 = 1 - h^3$. Используя выражение для h (3.12), найдем окончательно

$$\begin{aligned} & - \left[(h+1-2h^2) (\nabla \lambda_0, \nabla p) - (1-h^3) (h+1+h^2) \frac{\partial \lambda_0}{\partial n} \frac{\partial p}{\partial n} \right] \times \\ & \times \left[(1-h^3) \frac{\partial \lambda_0}{\partial n} \right]^{-1} = V_n = |\mathbf{V}| \cos \alpha \end{aligned}$$

Это уравнение связывает угол наклона проекции линии разрыва α с постоянным направлением вектора скорости \mathbf{V} и позволяет строить эту линию на каждом шаге в итерационной процедуре по определению h (фиг. 3).

4. Обсуждение результатов. Вычисления проводились для трех значений величины внутреннего радиуса $r_0 = 0,1; 0,5; 0,75$; при этом для каждого r_0 выбирались различные значения числа секторов N . Поскольку оптимальный профиль сектора строится на основе необходимых условий экстремума, которые не гарантируют выхода на глобальный экстремум, то были проведены сравнения с известными результатами по параметрической оптимизации.

Выводы качественного анализа полностью подтверждаются вычислениями. Характерный вид профиля в плане изображен на фиг. 3. Профиль осуществляет как бы «двойное» заклинивание газа, во-первых, за счет скачка от $h > h_{\min}$ к $h = h_{\min}$ и, во-вторых, за счет формы линии разрыва h , обеспечивающей нагнетание газа к центру сектора. Итоги вычислений приведены в таблице для различных r_0 и N . Отметим, что значение подъемной силы нормировано на величину $\pi(1-r_0^2)$.

На фиг. 4 изображены поля давления на оптимальном профиле для $r_0 = 0,5$ и $N = 3$. Цифрами 1 и 2 обозначены профили давления по φ при $r = 0,775$ и $0,6$, а кривые 3 и 4 отвечают распределениям давления по r при $\varphi = 17\pi/30$ и $11\pi/30$ соответственно.

| <i>N</i> | $r_0=0,1$ | 0,5 | 0,75 | <i>N</i> | $r_0=0,1$ | 0,5 | 0,75 |
|----------|-----------|---------|----------|----------|-----------|----------|----------|
| 1 | 0,01653 | 0,01021 | | 5 | 0,01059 | 0,01042 | 0,006214 |
| 2 | 0,01559 | 0,01134 | | 6 | 0,009981 | 0,009792 | 0,006319 |
| 3 | 0,01393 | 0,01142 | 0,005443 | 7 | | | 0,006229 |
| 4 | 0,01225 | 0,01094 | 0,005890 | 8 | | | 0,006115 |

Перейдем к сравнению найденных оптимальных профилей с известными решениями, в том числе и оптимальными. Отметим, во-первых, что полученные здесь оптимальные решения полностью согласуются с результатами, приведенными в [1, 5]. Это естественно, поскольку в указанных работах рассматриваются задачи в близкой к приведенной выше постановке.

Особый интерес представляет сравнение полученных результатов с результатами параметрической оптимизации. Например, сравнение с [6], где профили в области $h > 1$ выбирались среди постоянных значений и варьировалась только линия разрыва h , показывает, что оптимальный профиль для $N=4$ и $r_0=0,5$ имеет на 23% большую подъемную силу.

В [7] путем параметрической оптимизации на прямоугольной области Ω было определено оптимальное удлинение $\Gamma = L_x/L_y$ (где L_x и L_y — длина и ширина Ω соответственно), при котором достигается максимум подъемной силы: $\Gamma_0 \approx 3,5$. В данном случае, как это видно из таблицы, для каждого фиксированного значения r_0 имеется максимум подъемной силы по N . Если при этом ввести параметр удлинения Γ_r по формуле

$$\Gamma_r = \frac{L_\varphi}{L_r} = \frac{r_0+1}{1-r_0} \frac{\pi}{N}$$

то этот максимум, как и в [7], будет соответствовать приблизительно 3,5.

Отметим одну характерную закономерность, выявленную в данной задаче. С увеличением удлинения сектора растет среднее значение оптимального профиля в области $h > 1$. Она проявляется как при фиксированном значении внутреннего радиуса r_0 (меняется число секторов N), так и при фиксированном числе секторов N (меняется r_0).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болдырев Ю. Я., Троицкий В. А. Одна пространственная вариационная задача газодинамической теории смазки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 5. С. 34–39.
2. Серегин Г. А. Некоторые задачи оптимизации механической структуры упругих элементов конструкций: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Л.: ЛПИ им. М. И. Калинина, 1979. 16 с.
3. Ладыженская О. А., Уральцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М.: Наука, 1973. 576 с.
4. Бицадзе А. В. Краевые задачи для эллиптических уравнений второго порядка. М.: Наука, 1966. 203 с.
5. Rohde S. M., Mc Allister G. T. On the optimization of fluid film bearings // Proc. Roy. Soc. London. 1976. V. A351. № 1667. P. 481–497.
6. Gregory E. W., Madaay C. J. Class of maximum load capacity sector thrust bearings // Trans. ASME J. Lubrication Technology. 1977. V. 99. № 2. (Рус. перев.: Грегори, Мэдэй. Класс секторных упорных подшипников с максимальной несущей способностью.) // Тр. Америк. о-ва инж.-мех. Проблемы трения и смазки. 1977. Т. 99. № 2. С. 37–44.)
7. Chok C. Y., Cheng H. S., Wilcock D. F. Optimum surface profile for the enclosed pocket hydrodynamic gas thrust bearing // Trans. ASME J. Lubrication Technology. 1970. V. 92. № 2. (Рус. перев.: Чау, Ченг, Уилкок. Оптимальный профиль поверхности газодинамического упорного подшипника с закрытыми карманами.) // Проблемы трения и смазки. 1970. Тр. Америк. о-ва инж.-мех. Т. 92. № 2.

Ленинград

Поступила в редакцию
20.XII.1989