

Таким образом, действительно наблюдается тенденция к увеличению эффекта затягивания процесса вихреобразования с помощью полимера при уменьшении масштаба течения. Кроме того, видно, что возникновение вихря в модели с диаметром трубок 3 мм происходит при существенно меньшем числе Рейнольдса ($Re_{1*} \approx 55$), чем в модели с диаметрами трубок 12 мм ($Re_{2*} \approx 155$). Это отличие, по-видимому, связано с влиянием не учтенного, но существенного параметра типа неоднородности стенок в месте бифуркации, которая возникает при изготовлении трубок. Кроме того, данный эффект может быть связан с наличием в потоке визуализирующих частиц, которые способны создавать дополнительную неустойчивость. В любом случае в задаче появляется новый безразмерный параметр: отношение диаметра частицы, размера неоднородности или продольного радиуса кривизны стенки к диаметру трубки.

В проведенных экспериментах установлено, что введение в жидкость полимера приводит к затягиванию критических величин числа Рейнольдса в область больших его значений, при этом наблюдается тенденция к увеличению этого эффекта с уменьшением масштаба течения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wurzinger L. J., Blasberg P., Schmid-Schönbein H. Towards a concept of thrombosis in accelerated flow: rheology, fluid dynamics and biochemistry // *Biorheology*. 1985. V. 22. № 5. P. 437-449.
2. Wurzinger L. J., Blasberg P., Schmid-Schönbein H. Rheological aspects of thrombotic processes in flow // *VASA*. 1984. V. 13. № 4. P. 305-310.
3. Karino Takeshi, Goldsmith Harry L. Particle flow behavior in models of branching vessels. 2. Effects of branching angle and diameter ratio of flow patterns // *Biorheology*. 1985. V. 22. № 2. P. 87-104.
4. Karino T., Mabuchi S., Asakura T. Fluid mechanical factors in atherogenesis in man // *Proc. 40th Annu. Conf. Eng. Med. and Biol., Niagara Falls, Sept. 10-13, 1987*. Washington, D. C., 1987. P. 182.
5. Toms B. A. Some observations on the flow of linear polymer solutions through straight tubes of large Reynolds numbers // *Proc. 1st Int. Congr. Rheol. Amsterdam, 1948*. V. 2. P. 135-141.
6. Голубь А. С., Григорян С. С. и др. Влияние полиэтиленоксида на капиллярный кровоток при диабете у крыс // *Докл. АН СССР*. 1987. Т. 295. № 4. С. 813-815.
7. Ганнушкина И. В., Каменева М. В., Ангелова А. Л. Влияние на системную гемодинамику полимеров, снижающих гидродинамическое сопротивление // *Бюл. эксперим. биологии и медицины*. 1988. № 11. С. 533-536.
8. Григорян С. С., Каменева М. В., Шахназаров А. А. О влиянии растворимых в крови высокомолекулярных соединений на гемодинамику // *Докл. АН СССР*. 1976. Т. 231. № 5. С. 1070-1073.
9. Каменева М. В., Полякова М. С., Гвоздкова И. А. О природе влияния снижающих гидродинамическое сопротивление полимеров на кровообращение // *Докл. АН СССР*. 1988. Т. 298. № 5. С. 1253-1256.

Москва

Поступила в редакцию
2.XI.1988

УДК 533.6.01:537.84

© 1990 г.

В. Ю. ЗАХАРОВ, И. С. ШИКИН

ПРОДОЛЬНЫЕ ПРОСТЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ С АНИЗОТРОПНЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Изучаются простые волны, распространяющиеся вдоль магнитного поля в анизотропной плазме, на основе системы магнитогидродинамических уравнений, учитывающей потоки тепловой энергии ионов [1, 2]. В [3] было показано, что изучаемые волны могут быть двух типов, выяснен характер изменения параметров таких волн как функций плотности.

В данной работе получены точные решения для обоих типов волн, показано, что волна с меньшей фазовой скоростью может опрокидываться на участке разрежения, профиль волны с большей фазовой скоростью всегда опрокидывается на участке сжатия.

Рассмотрим распространение простых волн в бесстолкновительной плазме, находящейся в сильном магнитном поле, в рамках системы МГД-уравнений. Эта система для величин нулевого порядка по малому параметру $\epsilon = (\omega_{HT})^{-1}$ (ω_H — лармо-

ровская частота ионов, τ – характерный масштаб времени) имеет вид [1, 2]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) &= 0, \quad \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla P + \frac{1}{4\pi} [\operatorname{rot} \mathbf{B}, \mathbf{B}] \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \operatorname{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{B}], \quad \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{p_{\perp}}{\rho B} \right) + B^{\circ} \frac{\partial}{\partial x^{\circ}} \left(\frac{q_{\perp}}{B^2} \right) = 0 \\ \rho^3 \frac{d}{dt} \left(\frac{p_{\parallel} B^2}{\rho^3} \right) + 2BB^{\circ} \left(\frac{\partial q_{\parallel}}{\partial x^{\circ}} + (q_{\perp} - q_{\parallel}) \frac{\partial \ln B}{\partial x^{\circ}} \right) &= 0 \\ B\rho^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{q_{\perp}}{\rho^2} \right) + p_{\parallel} B^{\circ} \frac{\partial}{\partial x^{\circ}} \left(\frac{p_{\perp}}{\rho} \right) - \frac{p_{\perp}}{\rho} (p_{\parallel} - p_{\perp}) B^{\circ} \frac{\partial \ln B}{\partial x^{\circ}} &= 0 \\ 2 \frac{\rho^4}{B^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{q_{\parallel} B^3}{\rho^4} \right) + 3p_{\parallel} B^{\circ} \frac{\partial}{\partial x^{\circ}} \left(\frac{p_{\parallel}}{\rho} \right) &= 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \\ \nabla P &\equiv \nabla p_{\perp} + (p_{\parallel} - p_{\perp}) [(\mathbf{h}\nabla)\mathbf{h} + \mathbf{h} \operatorname{div} \mathbf{h}] + [\mathbf{h}\nabla(p_{\parallel} - p_{\perp})] \mathbf{h} \\ B^{\circ} \frac{\partial}{\partial x^{\circ}} &\equiv B^x \frac{\partial}{\partial x} + B^y \frac{\partial}{\partial y} + B^z \frac{\partial}{\partial z}, \quad \mathbf{P} = (p_{\parallel} - p_{\perp}) \mathbf{h}\mathbf{h} + p_{\perp} \mathbf{I} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ , \mathbf{v} , p_{\parallel} , p_{\perp} , q_{\parallel} , q_{\perp} – соответственно ионные плотность, макроскопическая скорость, продольное и поперечное давления, потоки вдоль магнитного поля \mathbf{B} продольной и поперечной частей тепловой энергии, \mathbf{P} – тензор напряжений, \mathbf{I} – единичный тензор, $\mathbf{h} = \mathbf{B}/B$. Система (1) является обобщением системы уравнений Чу – Голдбергера – Лоу (ЧГЛ) [1, 4] и учитывает ненулевые значения потоков q_{\parallel} и q_{\perp} , которые в модели ЧГЛ полагаются равными нулю.

Рассмотрим специальный случай плоской волны, распространяющейся вдоль направления магнитного поля \mathbf{B} (продольная волна). Система соотношений в такой волне приводится к виду [3] (вектор \mathbf{B} направлен вдоль оси x)

$$\begin{aligned} \frac{du}{d\rho} &= p_{\parallel}^{1/2} \rho^{-1/2} V, \quad \frac{dp_{\parallel}}{d\rho} = 2 \frac{p_{\parallel}}{\rho} V^2, \quad \frac{dq_{\perp}}{d\rho} = \frac{2V^2}{V^2 - 1/2} \frac{q_{\perp}}{\rho} \\ \frac{dp_{\perp}}{d\rho} &= \frac{p_{\perp}}{\rho} \left(1 + \frac{2\gamma_{\perp} V}{V^2 - 1/2} \right), \quad \frac{dq_{\parallel}}{d\rho} = \frac{2V}{\gamma_{\parallel}} \left(V^2 - \frac{3}{2} \right) \frac{q_{\parallel}}{\rho} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь u – x -я компонента скорости \mathbf{v} ; V , γ_{\parallel} , γ_{\perp} – безразмерные значения фазовой скорости a волны относительно среды и потоков q_{\parallel} и q_{\perp} , связанные с размерными величинами соотношениями

$$V = a \left(\frac{\rho}{p_{\parallel}} \right)^{1/2}, \quad \gamma_{\parallel} = q_{\parallel} \left(\frac{2\rho}{p_{\parallel}^3} \right)^{1/2}, \quad \gamma_{\perp} = q_{\perp} \left(\frac{\rho}{2p_{\parallel} p_{\perp}^2} \right)^{1/2} \quad (3)$$

Нормальная к оси x компонента скорости остается постоянной. Возможны два типа продольных волн, их безразмерные скорости V определяются из характеристического уравнения [3]

$$V^4 - 3V^2 - 2\gamma_{\parallel} V + 3/4 = 0 \quad (4)$$

При $|\gamma_{\parallel}| < \gamma_{\parallel}^* = \sqrt{\sqrt{2} - 1} \approx 0,64$ это уравнение имеет четыре действительных корня $V_1 < V_2 < 0 < V_3 < V_4$. При $|\gamma_{\parallel}| > \gamma_{\parallel}^*$ становятся мнимыми корни V_1 и V_2 , при $\gamma_{\parallel} < -\gamma_{\parallel}^*$ – корни V_3 и V_4 . Ограничимся рассмотрением волн, отвечающих значениям $V = V_1$ (быстрая) и $V = V_2$ (медленная). Для волн, распространяющихся в положительном направлении оси x , все полученные результаты переносятся после замены γ_{\parallel} на $-\gamma_{\parallel}$.

Дифференцируя (4) по ρ и используя (2), (3), получим

$$\frac{d\rho}{ds} = \frac{\rho G(s)}{F_1(s)}, \quad s \equiv V^2, \quad F_1(s) = -2sF(s)$$

$$F(s) \equiv s^3 - \frac{9}{2}s^2 + \frac{13}{4}s - 1/8, \quad G(s) \equiv s^2 - s - 1/4 \quad (5)$$

Интегрируя (5), получим

$$\omega_i = \frac{G(s_i)}{F_1'(s_i)}, \quad \rho s |s - s_1|^{-\omega_1} |s - s_2|^{\omega_2} |s - s_3|^{\omega_3} = \rho_0 \quad (6)$$

$$-\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = -1, \quad \omega_1 \approx 1,22, \quad \omega_2 \approx 0,10, \quad \omega_3 \approx 0,12$$

Здесь $s_1, 2, 3$ — корни функции $F(s)$ ($s_1 \approx 0,04$, $s_2 \approx 0,85$, $s_3 \approx 3,61$), ρ_0 — постоянная интегрирования.

Характер решения (6) изображен на фигуре для быстрой волны (фигура, а) и медленной (фигура, б). Для обоих типов волн область действительных значений V ограничена горизонтальной прямой $s = s^* \approx 1,19$ (на ней $\gamma_{||} = \gamma_{||}^*$).

Прямые $s = s_i$ (линии L_i) соответствуют решениям ($i = 1, 2, 3$)

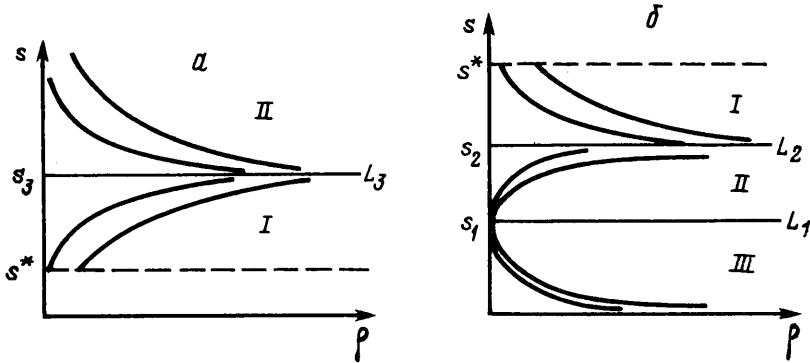
$$V^2 = s_i, \quad \gamma_{||} = \gamma_{||i}, \quad p_{||} = K_1 \rho^\alpha, \quad q^\perp = K_2 \rho^\beta$$

$$p_\perp = K_3 \rho + K_4 \rho^\delta, \quad \alpha = 2s_i, \quad \beta = \frac{\alpha}{s_i - 1/2}$$

$$u \pm K_5 \rho^\delta = u_0, \quad \delta = 1/2(\alpha - 1) \quad (8)$$

Здесь K_{1-5} , u_0 — постоянные; $\gamma_{||1} \approx -1,57$, $\gamma_{||2} \approx 0,58$, $\gamma_{||3} \approx -0,73$.

Выражение (8) отличается от выражения для инварианта Римана в газовой динамике значением показателя δ . В (8) знак плюс соответствует волнам с $V = V_{1,2}$, знак минус — волнам с $V = V_{3,4}$. Зависимость q^\perp от ρ определяется затем из второго выражения в (3), в котором нужно положить $\gamma_{||} = \gamma_{||i}$.



Особые точки $\rho = 0$, $s = s_2$ и $\rho = 0$, $s = s_3$ являются седлами, а точка $\rho = 0$, $s = s_1$ узлом. Согласно фигуре, интегральные кривые для волн сжатия обоих типов стремятся к решениям L_i (или к оси ρ , вблизи которой значения $\gamma_{||}$ становятся большими, и могут нарушаться условия применимости (1) [1]). В зависимости от начального значения $\gamma_{||}$ разрежение в простой волне приводит либо в область неустойчивости для интегральных кривых из области I ($v_{||i} < \gamma_{||} < \gamma_{||}^*$), либо к сколь угодно малому значению плотности (в пределе разрежение до вакуума) для областей II, III и решений $L_{1,2,3}$ ($\gamma_{||} \leq \gamma_{||i}$).

Аналогично (6) получаем выражения для $p_{||}$, q^\perp , p_\perp в зависимости от s

$$p_{||} |s - s_1|^{-\theta_1} |s - s_2|^{\theta_2} |s - s_3|^{\theta_3} = p_{||0}, \quad q^\perp |s - s_1|^{l_1} |s - s_2|^{l_2} |s - s_3|^{l_3} |s - 1/2|^{-l_4} = q_0^\perp$$

$$\frac{p_\perp}{\rho(s)} + C_1 \int \frac{|s - s_3|^{\lambda_3} G(s) ds}{F(s) |s - s_1|^{\lambda_1} |s - s_2|^{\lambda_2}} = C_2$$

$$\theta_i = \frac{G(s_i)}{F'(s_i)}, \quad l_i = \frac{G(s_i)}{F_2'(s_i)}, \quad F_2(s) \equiv \left(s - \frac{1}{2}\right) F(s)$$

$$-\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1, \quad l_1 + l_2 + l_3 = 1, \quad \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 = 1$$

$$\theta_1 \approx 0,10, \quad \theta_2 \approx 0,17, \quad \theta_3 \approx 0,93, \quad l_1 \approx 0,22, \quad l_2 \approx 0,48$$

$$l_3 \approx 0,30, \quad \lambda_1 \approx 0,87, \quad \lambda_2 \approx 0,35, \quad \lambda_3 \approx 0,22$$

где $p_{||0}$, q_0^\perp , C_2 — постоянные интегрирования, функции $G(s)$ и $F(s)$ определены в (5), $C_1 = q_0^\perp (2\rho_0 p_{||0})^{-1/2}$.

Из интеграла (8) следует, что для решений L_2 , L_3 с $\delta > 0$ ($\delta_2 \approx 0,35$, $\delta_3 \approx 3,11$) скорость истечения в вакуум является конечной величиной u_0 . Для решения L_1 , а также для расположенных вблизи него интегральных кривых уменьшение плотности сопровождается неограниченным ростом скорости u ($\delta_1 \approx -0,46 < 0$).

Рассмотрим вопрос об опрокидывании профиля продольных простых волн. Дифференцируя по ρ (4) в размерном виде и используя выражения (2), получим после обезразмеривания, что

$$\text{sign} \frac{d\lambda^2}{d\rho} = \text{sign}[f_1'(V) V(V^2 - 1)]$$

$$\lambda = u + a, \quad f_1(V) = V^4 - 3V^2 - 2\gamma_{||} V + 3/4$$

Нетрудно получить следующие неравенства [3]:

$$f_1'(V_{1,3}) < 0, \quad f_1'(V_{2,4}) > 0, \quad V_{1,4}^2 > 1, \quad V_3 < 1 \quad (\gamma_{\parallel} > -5/8) \\ V_3 > 1 \quad (\gamma_{\parallel} < -5/8), \quad |V_2| < 1 \quad (\gamma_{\parallel} < 5/8), \quad |V_2| > 1 \quad (\gamma_{\parallel} > 5/8)$$

Поэтому для быстрой волны всегда $d\lambda^2/d\rho > 0$, т. е. ее профиль опрокидывается на участке сжатия. Для медленной продольной волны возможно как $d\lambda^2/d\rho > 0$ (при $|\gamma_{\parallel}| < 5/8$), так и $d\lambda^2/d\rho < 0$ (при $|\gamma_{\parallel}| > 5/8$). Поэтому при $|\gamma_{\parallel}| > 5/8$ профиль медленной волны опрокидывается на участке разрежения.

Возможность опрокидывания профиля волны на участке разрежения имеет место и для медленной волны модели ЧГЛ [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Оравский В. Н., Коников Ю. В., Хазанов Г. В. Процессы переноса в анизотропной околоземной плазме. М.: Наука, 1985. 173 с.
2. Захаров В. Ю. Волны малой амплитуды в замагниченной плазме без столкновений // Вопросы магнитной гидродинамики плазмы без столкновений в сильном магнитном поле. М., 1988. С. 48–70.
3. Захаров В. Ю., Шикин И. С. Простые волны в плазме с анизотропным давлением // Вопросы магнитной гидродинамики плазмы без столкновений в сильном магнитном поле. М., 1988. С. 85–114.
4. Баранов В. Е., Краснобаев К. В. Гидродинамическая теория космической плазмы. М.: Наука, 1977. 335 с.
5. Захаров В. Ю., Шикин И. С. Простые волны в плазме с анизотропным давлением // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 4. С. 181–183.

Москва

Поступила в редакцию
18.1.1990

УДК 533.6.011.72

© 1990 г.

И. А. ЗНАМЕНСКАЯ, И. В. СТЕПАНЕЦ, Ф. В. ШУГАЕВ

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПИКА ДАВЛЕНИЯ В КАНАЛЕ ЗА ОТРАЖЕННОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

В экспериментах по набеганию плоской ударной волны на тела с щелевидной и цилиндрической выемкой, имеющей плоское дно [1], были зарегистрированы затухающие колебания головной ударной волны при выходе течения на стационарный режим. На темевых снимках зарегистрировано появление в канале щелевидной выемки, образованной двумя плоскостями, вторичной ударной волны. Проведенные расчеты [2] подтвердили факт возникновения затухающих колебаний головной ударной волны на теле с цилиндрической выемкой, однако количественно расчетные значения, в частности амплитуда и фаза колебаний, не совпали с имеющимися экспериментальными данными.

Ниже описаны эксперименты по измерению давления на дне цилиндрического канала при отражении ударной волны от модели с полостью. Обнаружено наличие затухающих пульсаций давления внутри полости, при этом амплитуда пика давления за отраженной ударной волной в широком диапазоне начальных параметров существенно (на 30–60%) превышает расчетные значения [2].

1. Эксперименты проводились в воздухе в ударной трубе сечением 48×24 мм² при начальном давлении $P_0 = 6 \cdot 10^2 - 4,7 \cdot 10^4$ Па и числе Маха падающей волны $M_0 = 1,1 - 5$.

Модель представляла собой полый стальной цилиндр с плоским подвижным дном. Толщина стенок цилиндра составляла 1 мм, открытый конец имел острые кромки. Диаметр канала модели d был равен 10 либо 6 мм, его глубина h изменялась от 0 до 20 мм. Модель устанавливалась открытым концом полости навстречу падающей ударной волне под нулевым углом атаки. Продолжительность течения воздуха около модели за падающей ударной волной составляла от 400 до 100 мкс в зависимости от числа M_0 . Заподлицо в плоское дно модели был вмонтирован пьезодатчик, его временное разрешение составляло 2 мкс. Калибровка датчика проводилась по ударной волне, проходящей по каналу ударной трубы, и по ударной волне, отраженной от торца модели (при $h=0$).

2. На фиг. 1 приведены осциллограммы давления на дне полости P ($d=6$ мм, $P_0=1,2 \cdot 10^3$ Па, $M_0=3,2$) при $h=15$ мм (а) и $h=0$ (б) после прихода ударной волны. Видно, что максимальное давление в полости в 1,5 раза превышает соответствующую величину на торце. После резкого скачка давления, соответствующего приходу падающей ударной волны, следует дальнейший подъем в течение ~ 10 мкс. Через