

УДК 533.6.011.55

© 1990 г.

**Н. В. ПОГОРЕЛОВ**

**ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ НЕРАВНОВЕСНО  
РЕАГИРУЮЩЕГО ВОЗДУХА ОКОЛО ТЕЛА, ПРОНИКАЮЩЕГО  
В РАВНОВЕСНУЮ НАГРЕТУЮ ОБЛАСТЬ**

Рассматривается задача о сверхзвуковом проникновении сферически затупленного тела в среду, содержащую температурную и химическую неоднородность, под некоторым углом атаки к оси тела. Для определения параметров потока численно решаются нестационарные уравнения газовой динамики Эйлера, дополненные уравнениями неразрывности для химических компонент, составляющих диссоциированный воздух. Определено изменение во времени формы головного скачка уплотнения, характеристик течения и концентраций компонент.

Вероятно, впервые неравновесное обтекание затупленного тела (сферы) идеальным газом рассматривалось в [1]. Пространственные течения исследовались в дальнейшем в [2-7]. Результаты расчета течений в значительных по протяженности областях в рамках метода установления по времени стационарного решения представлены в [8].

Результаты исследований распространения ударных волн в средах с неоднородным распределением термодинамических и физико-химических параметров находят применение в задачах астрофизики, при разработке газодинамических лазеров, при изучении процессов детонации, в аэродинамике больших скоростей. Задачи о распространении ударных волн с учетом неравновесности течения рассматривались в ряде работ, например, в [9-11]. Однако при этом либо использовались упрощенные формулировки, не учитывающие полного набора химических реакций, либо рассмотрение ограничивалось окрестностью линии растекания. В настоящей работе задача неравновесного обтекания тела невязким газом рассматривается в более полной постановке. При этом используется методика, примененная ранее для расчета обтекания тел под большими углами атаки совершенным газом [12], равновесно [13] и неравновесно реагирующим воздухом [14].

1. Система уравнений, описывающая движение смеси идеальных газов в произвольных координатах  $x^1, x^2, x^3$  с использованием физических контравариантных компонент  $u^{(i)}$  ( $i=1, 2, 3$ ) вектора скорости  $\mathbf{q}$ , в консервативной форме имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x^1} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x^2} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x^3} = \mathbf{H}, \quad \mathbf{H} = (0, H^i, 0, g^{1/2} \sigma_i)^T \quad (1.1)$$

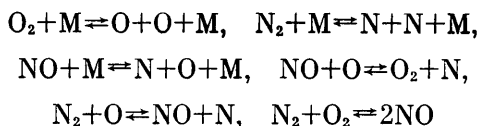
$$H^i = \frac{1}{2g_{ii}} \frac{\partial g_{ii}}{\partial x^j} [g^{1/2} (\rho u^{(i)} u^{(j)} g_{jj}^{-1/2} + p g^{ij} g_{ii}^{-1/2})] - \\ - \Gamma_{mj}^i [(g g_{ii})^{1/2} (\rho u^{(m)} u^{(j)} (g_{mm} g_{jj})^{-1/2} + p g^{mj})]$$

$$\mathbf{U} = g^{1/2} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \\ \rho c_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \left( \frac{g}{g_{11}} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p g^{11} g_{11} \\ \rho uv + p g^{12} (g_{11} g_{22})^{1/2} \\ \rho uw + p g^{13} (g_{11} g_{33})^{1/2} \\ (e + p) u \\ \rho u c_1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \left( \frac{g}{g_{22}} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v w + p g^{12} (g_{11} g_{22})^{1/2} \\ \rho v^2 + p g^{22} g_{22} \\ \rho v w + p g^{23} (g_{22} g_{33})^{1/2} \\ (e + p) v \\ \rho v c_l \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \left( \frac{g}{g_{33}} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho v w + p g^{13} (g_{11} g_{33})^{1/2} \\ \rho v w + p g^{23} (g_{22} g_{33})^{1/2} \\ \rho w^2 + p g^{33} g_{33} \\ (e + p) w \\ \rho v c_l \end{pmatrix}$$

Здесь  $u = u^{(1)}$ ,  $v = u^{(2)}$ ,  $w = u^{(3)}$ ,  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление,  $e$  — полная энергия единицы объема газа,  $c_l = \rho_l / \rho$  — массовая доля  $l$ -й компоненты смеси ( $l = 1, \dots, N$ ),  $g_{ij}$  — ковариантные компоненты метрического тензора,  $g$  — его определитель,  $\Gamma_{mj}^i$  — символы Кристоффеля. Система уравнений записана в безразмерном виде. Для этого физические переменные  $u$ ,  $p$ ,  $\rho$ ,  $r$ ,  $t$  отнесены соответственно к величинам  $(p_\infty / \rho_\infty)^{1/2}$ ,  $p_\infty$ ,  $\rho_\infty$ ,  $L$ ,  $L / (p_\infty / \rho_\infty)^{1/2}$ , где  $L$  — характерный размер тела, а индекс  $\infty$  относится к параметрам исходного невозмущенного потока.

Рассматривается шестикомпонентная модель воздуха: 1 — O<sub>2</sub>, 2 — O, 3 — N<sub>2</sub>, 4 — N, 5 — NO, 6 — Ar. Между компонентами проходит 21 химическая реакция



где M — любая из шести компонент.

При использовании закона сохранения элементов можно исключить из (1.1) уравнения для  $c_1$ ,  $c_3$ ,  $c_6$ . Для них получаются простые алгебраические соотношения

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{2} \left( c_0^* - c_2 \frac{M_1}{M_2} - c_5 \frac{M_1}{M_5} \right), & c_6 &= c_{\text{Ar}}^* \\ c_3 &= \frac{1}{2} \left( c_N^* - c_4 \frac{M_3}{M_4} - c_5 \frac{M_3}{M_5} \right) \end{aligned} \quad (1.2)$$

причем  $c_0^* \approx 0,4644$ ,  $c_N^* \approx 1,5084$ ,  $c_{\text{Ar}}^* \approx 0,0136$  ( $M_l$  — молекулярные массы компонент).

Константы скоростей и равновесия химических реакций берутся из [15]. Если индексом  $l$  отметить реакции, проходящие с участием  $l$ -го каталитического тела M, то для источников членов в уравнениях неразрывности для компонент имеем

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= \rho^2 \left( 2R_1 \sum_{l=1}^6 K_{1l}^- c_l + R_3 \sum_{l=1}^6 K_{3l}^- c_l - R_4 K_4^- - R_5 K_5^- \right) \\ \sigma_4 &= \rho^2 \left[ 2R_2 \sum_{l=1}^6 K_{2l}^- c_l + \frac{M_4}{M_2} \left( R_3 \sum_{l=1}^6 K_{3l}^- c_l + R_4 K_4^- + R_5 K_5^- \right) \right] \\ \sigma_5 &= \rho^2 \left[ \frac{M_5}{M_2} \left( -R_3 \sum_{l=1}^6 K_{3l}^- c_l - R_4 K_4^- + R_5 K_5^- \right) + 2R_6 K_6^- \right] \\ R_1 &= E_1 c_1 - \rho c_2^2, & R_2 &= E_2 c_3 - \rho c_4^2 \\ R_3 &= E_3 c_5 - \rho c_2 c_4, & R_4 &= E_4 c_2 c_5 - c_1 c_4 \\ R_5 &= E_5 c_2 c_3 - c_1 c_5, & R_6 &= E_6 c_1 c_3 - c_5^2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned}
K_{1l}^- &= k_{1l}^- \frac{z\rho_\infty}{M_1 M_2}, & K_{2l}^- &= k_{2l}^- \frac{z\rho_\infty}{M_1 M_4}, & K_{3l}^- &= k_{3l}^- \frac{z\rho_\infty}{M_1 M_4} \\
K_4^- &= k_4^- \frac{zM_2}{M_1 M_4}, & K_5^- &= k_5^- \frac{zM_2}{M_1 M_5}, & K_6^- &= \frac{k_6^- z}{M_5} \\
E_1 &= K_1 \frac{M_2^2}{\rho_\infty M_1}, & E_2 &= K_2 \frac{M_4^2}{\rho_\infty M_3}, & E_3 &= K_3 \frac{M_2 M_4}{\rho_\infty M_5} \\
E_4 &= K_4 \frac{M_1 M_4}{M_2 M_5}, & E_5 &= K_5 \frac{M_4 M_5}{M_2 M_3}, & E_6 &= K_6 \frac{M_5^2}{M_1 M_3} \\
z &= \frac{\rho_\infty L}{(p_\infty/\rho_\infty)^{1/2}}
\end{aligned}$$

Здесь  $k_r^-$  — константы скоростей обратных химических реакций,  $K_r$  — константы их равновесия.

Система уравнений (1.1), (1.2) дополняется термическим и калорическим уравнениями состояния. Первое из них имеет вид

$$T = p \frac{T_i \langle \mu \rangle}{\rho}, \quad T_i = \frac{p_\infty}{\rho_\infty R} \quad (1.4)$$

где  $\langle \mu \rangle$  — средняя молекулярная масса смеси,  $R$  — универсальная газовая постоянная.

В [14] рассматривался вопрос об использовании и применимости различных релаксационных моделей для записи калорического уравнения состояния при решении задач сверхзвукового обтекания тел. В частности, использовалась модель идеального возбуждения колебательных степеней свободы молекул, когда они считаются возбужденными наполовину. Этот простейший вариант учета вклада колебаний в статическую энтальпию используется и в настоящей работе, так как в рассматриваемом диапазоне параметров он невелик и не оказывает сильного влияния на распределение величин на поверхности тела. В этом случае уравнение состояния запишется в виде

$$\epsilon = c_v T + h_0, \quad h_0 = c_2 h_{02} + c_4 h_{04} + c_5 h_{05} \quad (1.5)$$

где  $\epsilon$  — внутренняя энергия единицы массы смеси,  $h_0$  — энтальпия образования, причем  $h_{02} = 1,537 \cdot 10^7$ ,  $h_{04} = 3,364 \cdot 10^7$ ,  $h_{05} = 2,965 \cdot 10^8$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>. Для удельной теплоемкости смеси имеем

$$\begin{aligned}
c_v &= \frac{3R}{M_m} + \frac{1,5R}{M_a} \\
\frac{1}{M_m} &= \frac{c_1}{M_1} + \frac{c_3}{M_3} + \frac{c_5}{M_5}, & \frac{1}{M_a} &= \frac{c_2}{M_2} + \frac{c_4}{M_4} + \frac{c_6}{M_6}
\end{aligned}$$

Объединив (1.4) и (1.5), получим связь в форме, аналогичной случаю совершенного газа

$$\rho(\epsilon - h_0) = \frac{p}{\gamma - 1}, \quad \gamma = \frac{4/M_m + 2,5/M_a}{3/M_m + 1,5/M_a} \quad (1.6)$$

На поверхности тела ставятся граничные условия непротекания. Головная ударная волна считается тонкой, так что при переходе через нее концентрации компонент не изменяются:  $c_i = c_{i\infty}$ . Область применимости указанной постановки исследовалась в [16—17]. Считается, что слой с повышенной температурой, в который проникает тело, представляющее собой сферически затупленный конус с углом полураствора 20°, состоит из реагирующего воздуха, находящегося в состоянии химического равновесия. Расчет равновесных параметров в слое производился путем реше-

ния системы уравнений  $R_n=0$  (см. (1.3)) при известных значениях  $T$  и  $p$  методом [14].

На головной ударной волне ставятся соотношения, выражающие непрерывность потоков массы, импульса и энергии при переходе через скачок по нормали к нему

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\rho_1 \varepsilon_1}{\rho_1} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\rho}\right) (p+1), \quad Q_{1n}^2 = \frac{p-1}{1-1/\rho} \\ Q_{2\tau} &= Q_{1\tau}, \quad \rho |Q_{2n}| = |Q_{1n}| \\ \varepsilon &= \frac{\varepsilon_2}{\rho_1/\rho_1}, \quad \rho = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad p = \frac{p_2}{p_1} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Здесь  $Q$  — вектор скорости набегающего потока в системе координат, связанной со скачком, индекс 1 относится к параметрам внешнего неоднородного слоя, изменяющимся по мере продвижения тела в глубь него, индекс 2 — к параметрам за скачком, индекс  $n$  относится к нормальной, а  $\tau$  — к касательной составляющим вектора скорости. Первое в (1.7) соотношение Рэнкина — Гюгонио легко приводится к виду

$$\begin{aligned} \rho &= \left( \frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1} p + 1 \right) / (p + 2\beta + 1) \\ \beta &= \left\{ \left( \frac{2,5}{M_m} + \frac{1,5}{M_a} \right) T_1 + \sum_{i=1,2,3} \frac{c_{i\infty} \theta_{vi}}{M_i [\exp(\theta_{vi}/T_1) - 1]} \right\} / T_1 \end{aligned}$$

где  $\gamma_2$  определяется формулой (1.6),  $\theta_{vi}$  — характеристические температуры, равные для молекул кислорода 2230 К, азота — 3340 К, окиси азота 2690 К.

Нагретый слой представляет собой полупространство с плоской границей, причем параметры изменяются по нормали к ней. На плоскости симметрии ставятся дополнительные граничные условия, отражающие этот факт (см. [12–14]). На выходной границе, являющейся поверхностью пространственного типа, ставятся мягкие экстраполяционные граничные условия.

В начальный момент времени распределение параметров в ударном слое соответствует стационарному движению с постоянной сверхзвуковой скоростью, рассчитанному на основе метода [14]. Фронт нагретого слоя в этот момент касается головной ударной волны.

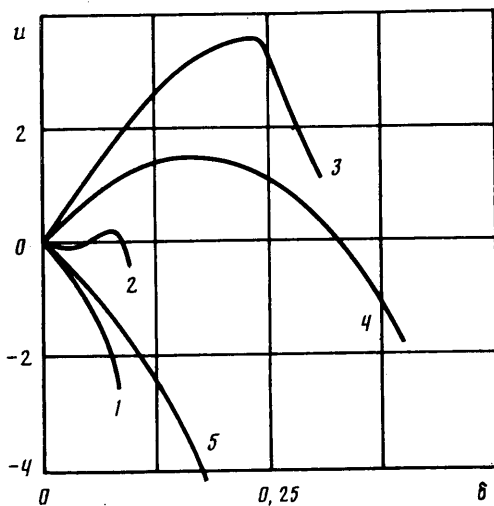
Не вдаваясь в дальнейшем в подробности проведения численных расчетов для системы уравнений с «жесткостью», обусловленной присутствием экспоненциальных членов в правых частях «химической» подсистемы, а также в методы реализации граничных условий, сошлемся на работы [12–14]. Отметим только, что полное решение в ударном слое за головным скачком уплотнения в значительной мере связано с выбором неортогональной криволинейной системы координат  $R, \varphi, \theta$ , учитывающей особенности поведения потока при больших углах атаки. Она является сферической с зависящими от угла полураствора  $\theta$  конических координатных поверхностей положением ее центра и углом наклона оси отсчета азимутального угла, лежащей в плоскости симметрии ударного слоя [12]. При малых  $\theta$  система координат совпадает со сферической, ориентированной на поток невозмущенного газа, а при  $\theta = \pi/2$  совпадает с цилиндрической системой.

2. Рассмотрим результаты численного анализа задачи. Затупленный конус с углом полураствора  $20^\circ$  обтекает под углом атаки  $20^\circ$  воздухом при давлении  $p_\infty = 24,12$  Па и плотностью  $\rho_\infty = 3,316 \cdot 10^{-4}$  кг/м<sup>3</sup> при числе Маха  $M_\infty = 15$ . Характерный размер тела 1 м. В некоторый момент времени ударная волна перед движущимся с постоянной скоростью телом начинает проникать в слой нагретого газа. Вектор скорости набегающего

потока перпендикулярен невозмущенной границе нагретой области. Изменение температуры воздуха в слое определяется через начальную температуру  $T_\infty=253,7$  К, которая соответствует параметрам  $\rho_\infty$  и  $p_\infty$ , по формуле

$$T=T_\infty[-18(x/d)^3+27(x/d)^2+1]$$

где  $x$  отсчитывается внутрь по нормали к фронту слоя. При этом конечная температура при  $x=d$  составляет  $T_f=2537$  К и в дальнейшем при увеличении  $x$  не изменяется. В анализируемом случае  $d=1$ . При  $T=T_f$  происходит практически полная диссоциация кислорода и начинается диссоциация азота. Движение газа в слое перед головной ударной волной



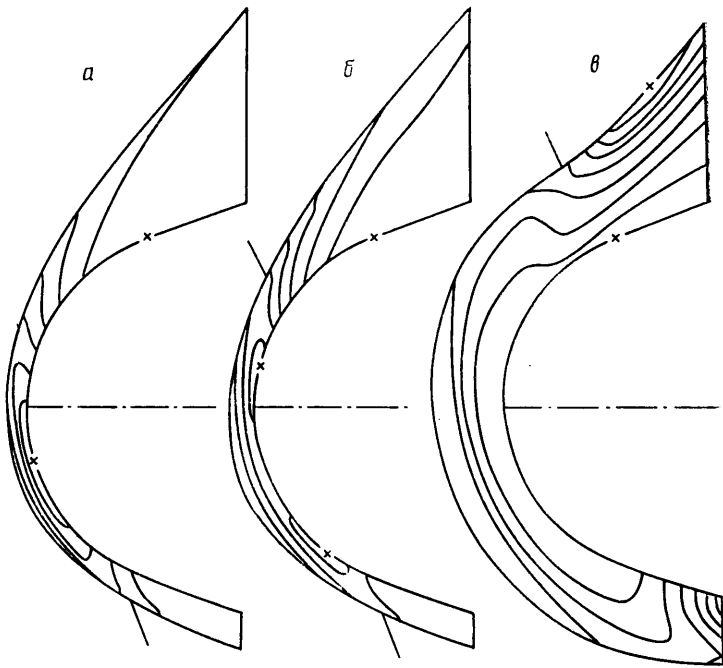
Фиг. 1

отсутствует, так как течение все время остается сверхзвуковым (эффективное число Маха, рассчитанное по параметрам в глубине разогретой области, приблизительно равно 4,3). Давление в слое считается неизменным, а химический состав, как уже упоминалось, равновесным. При этом  $\rho_f=0,275 \cdot 10^{-4}$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{1\infty}=0,2322$ ,  $c_{1f}=0,0061$ ,  $c_{2\infty}=0$ ,  $c_{2f}=0,2234$ ,  $c_{3\infty}=0,7542$ ,  $c_{3f}=0,7517$ ,  $c_{4\infty}=0$ ,  $c_{4f}=0,471 \cdot 10^{-4}$ ,  $c_{5\infty}=0$ ,  $c_{5f}=0,518 \cdot 10^{-2}$ ;  $c_{6\infty}=c_{6f}=0,0136$ .

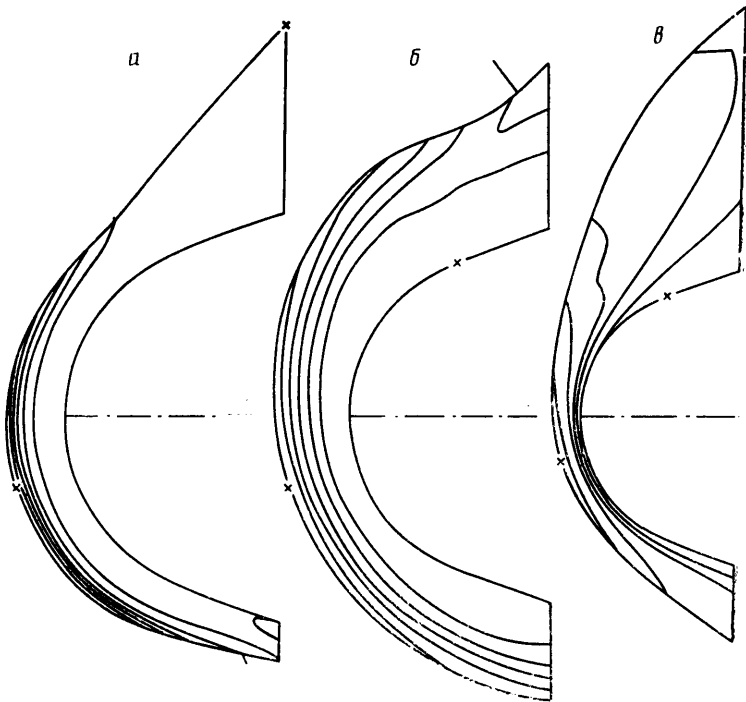
Количество узлов расчетной сетки с учетом вспомогательных [14] по координатам  $R, \varphi, \theta$  соответственно равно 9, 13, 21, шаги равны  $\Delta R = (R_s - R_b)/8$ ,  $\Delta \varphi = \pi/8$ ,  $\Delta \theta = \pi/35$ , где  $R_s(t, \varphi, \theta)$  и  $R_b(\varphi, \theta)$  определяют формы ударной волны и тела, причем первая находится в процессе решения задачи.

По мере проникновения тела в область с пониженной плотностью происходит интенсивное движение газа в ударном слое по направлению от поверхности тела. В это движение постепенно включается все большая часть газа, что приводит к значительному увеличению отхода головной ударной волны и к ее деформации. Этот эффект иллюстрирует фиг. 1, где представлено распределение величины радиальной компоненты скорости  $u$  от поверхности тела ( $\delta=0$ ) до головной ударной волны  $\delta=\delta_s$ , где  $\delta_s$  — величина ее отхода от поверхности тела вблизи критической линии тока при  $\theta=\Delta\theta/2$  в различные моменты времени (1 —  $t=0$ , 2 —  $1,25 \cdot 10^{-2}$ , 3 —  $5 \cdot 10^{-2}$ , 4 —  $7,5 \cdot 10^{-2}$ , 5 —  $3 \cdot 10^{-1}$ ). Отметим, что безразмерная скорость движения тела приблизительно равна 17,75.

Начальному распределению соответствует очень малая величина отхода ударной волны:  $\sim 0,085$ , и воздух движется по направлению к поверхности тела, огибая ее. Уже при небольшом проникновении ударной волны в нагретую область, когда плотность на внешней стороне скачка



Фиг. 2



Фиг. 3

составляет 0,44 от начальной, а температура равна 572 К, происходит резкая перестройка течения с появлением зон движения как к поверхности тела, так и от него (кривая 2). Кривая 3 показывает, что при  $t = 5 \cdot 10^{-2}$  значительная область газа за ударной волной оказывается вовлеченной в движение от поверхности тела вслед за удаляющимся скачком. В дальнейшем ударная волна отходит на значительное расстояние (более

40% характерного размера) и начинается релаксация течения к стационарному при параметрах ядра слоя. Этот процесс приводит к установлению отхода ударной волны около 0,134 и характерному распределению величины  $u$ .

Изобары в сечении расчетной области плоскостью симметрии ударного слоя в различные моменты времени приведены на фиг. 2. Сплошной прямой линией изображено положение границы нагретого слоя. Представлены моменты времени:  $a - 1,25 \cdot 10^{-2}$ ,  $b - 2,5 \cdot 10^{-2}$ ,  $c - 7,5 \cdot 10^{-2}$ . Фигура 2,  $a$  отражает характерную для сверхзвукового обтекания картину изобар, когда максимум давления лежит в точке торможения на поверхности тела, а минимум — в подветренной области. Здесь приведены семь линий уровня между  $p_{\max} \approx 288$  и  $p_{\min} \approx 9,8$  (они отмечены маркерами) с постоянным шагом.

На фиг. 2,  $b$  картина существенно изменяется. Образуются два максимума давления на теле ( $p_{\max} \approx 171,2$ ,  $p_{\min} \approx 9,9$ ), расположенные симметрично относительно точки торможения. С дальнейшим течением времени (см. фиг. 2,  $c$ ) образуется уплотнение газа около той части головной ударной волны, которая еще не проникла в нагретый слой, при наличии протяженной области разрежения вблизи поверхности тела. Это приводит к заметному перераспределению сил, действующих на него. В последнем случае  $p_{\max} \approx 48,0$ ,  $p_{\min} \approx 7,0$ .

Форма головной ударной волны также претерпевает большие изменения, так как проникновение возмущенной области в нагретый слой происходит неравномерно из-за наличия довольно большого угла атаки. При дальнейшем движении тела внутрь слоя разреженного диссоциированного воздуха максимум давления перемещается на критическую линию тока, но не занимает сразу привычного положения на поверхности тела в точке торможения. В течение довольно значительного времени до  $t > 1$  возмущения перемещаются от ударной волны к телу и обратно с затуханием на первой, после чего устанавливается решение, соответствующее стационарному при  $M_{\infty} \approx 4,3$ .

Изотермы в различные моменты времени приведены на фиг. 3 ( $a - 3,75 \cdot 10^{-2}$ ,  $b - 0,1$ ,  $c - 0,3$ ) — по пять изолиний между  $T_{\max}$  и  $T_{\min}$  с постоянным шагом. На фиг. 3,  $a$  ( $T_{\max} \approx 18\,400$ ,  $T_{\min} \approx 1780$  К) наблюдается резкое падение температуры за головной ударной волной в области перехода через сильный скачок уплотнения, близкий к прямому. Это связано с быстрым расходом энергии на диссоциацию молекул смеси. Однако по мере того, как происходит углубление тела в нагретый слой, концентрация молекул кислорода прогрессивно уменьшается, и перепад температуры становится более пологим (см. фиг. 3,  $b$ ), причем  $T_{\max} \approx 11\,600$ ,  $T_{\min} \approx 1070$  К. На фиг. 3,  $c$  ( $T_{\max} \approx 11\,200$ ,  $T_{\min} \approx 1470$  К) приведены изотермы течения, близкого к стационарному при  $t = 0,3$ .

Распределение концентраций молекулярного кислорода также сильно изменяется со временем. Если в начальный момент времени в узком слое за ударной волной, исключая подветренную часть, происходит практически полная диссоциация молекул кислорода, то по мере проникновения ударного слоя в равновесно реагирующий нагретый слой области больших градиентов концентрации расходятся от критической линии тока, и в установившемся течении молекулярный кислород по существу отсутствует.

Автор благодарит В. Б. Баранова за обсуждение результатов работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стулов В. П., Теленин Г. Ф. Неравновесное обтекание сферы сверхзвуковым потоком воздуха // Изв. АН СССР. Механика. 1965. № 1. С. 3–16.
2. Li C. P. Time-dependent solutions of nonequilibrium dissociating flow past a blunt body // J. Spac. and Rock. 1971. V. 8. № 7. P. 812–814.
3. Семенкина О. Н., Шкадова В. П. Пространственное обтекание затупленного тела реагирующей смесью газов // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 2. С. 99–103.

4. Голомазов М. М. Исследование влияния неравновесности химических реакций при трехмерном обтекании затупленных тел // Численные методы механики сплошной среды. Т. 6. № 4. Новосибирск, 1975. С. 31–41.
5. Иванова В. Н., Радвогин Ю. Б. Трехмерное сверхзвуковое обтекание гладких тел неравновесно реагирующим воздухом: Препринт № 92. М.: Ин-т прикл. матем. им. М. В. Келдыша. АН СССР, 1981. 28 с.
6. Reinhardt W. A. Parallel computation of unsteady, three-dimensional, chemically reacting, nonequilibrium flow using a time-split finite-volume method on the Illiac IV // J. Phys. Chem. 1977. V. 81. № 25. P. 2427–2435.
7. Когенев В. П., Сахаров В. И., Тирский Г. А. О расчете сверхзвукового обтекания пространственных затупленных тел химически неравновесным потоком газа // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1987. Т. 27. № 3. С. 411–415.
8. Reddy K. V., Fujiwara T. Computation of hypervelocity three-dimensional reacting flows // Mem. Fac. Eng. Nagoya Univ. 1987. V. 39. № 2. P. 396–412.
9. Шугаев Ф. В. Взаимодействие ударных волн с возмущениями. М.: Изд-во МГУ, 1983. 96 с.
10. Железняк М. Б., Мнацаканян А. Х., Первухин С. В. Нестационарное и неравновесное течение воздуха в окрестности критической линии тока // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 6. С. 170–172.
11. Войнович П. А., Жмакин А. И., Фурсенко А. А. Моделирование взаимодействия ударных волн в газах с пространственными неоднородностями параметров // Журн. техн. физики. 1988. Т. 58. № 7. С. 1259–1267.
12. Погорелов Н. В., Шевелев Ю. Д. Об использовании неортогональных криволинейных систем координат при расчете сверхзвукового обтекания передней части затупленных тел под большими углами атаки // Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, 1981. Т. 12. № 6. С. 65–79.
13. Погорелов Н. В. Исследование сверхзвукового обтекания затупленных тел равновесным воздухом под большими углами атаки // Моделирование в механике. Новосибирск, 1988. Т. 2(19). № 3. С. 116–125.
14. Погорелов Н. В. Исследование сверхзвукового обтекания затупленных тел неравновесно реагирующим воздухом под большими углами атаки: Препринт № 350. М.: Ин-т пробл. механики АН СССР, 1988. 31 с.
15. Бабенко К. И., Иванова В. Н., Косоруков А. Л., Радвогин Ю. Б. Сверхзвуковое обтекание гладких тел с учетом неравновесных химических реакций: Препринт № 54. М.: Ин-т прикл. матем. им. М. В. Келдыша АН СССР, 1980. 32 с.
16. Стулов В. П. О законе подобия при сверхзвуковом обтекании затупленных тел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 4. С. 142–146.
17. Стулов В. П., Турчак Л. И. Неравновесные химические реакции в ударном слое при обтекании сферы смесью углекислого газа, азота и аргона // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 5. С. 147–150.

Москва

Поступила в редакцию  
5.IX.1989