

**МЕХАНИКА  
ЖИДКОСТИ И ГАЗА**  
**№ 5 · 1990**

УДК 532.582.22.013.2

© 1990 г.

**В. А. ЕРОШИН, Г. А. КОНСТАНТИНОВ, Н. И. РОМАНЕНКОВ,  
Ю. Л. ЯКИМОВ**

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОМ  
ПРОНИКАНИИ ДИСКА В СЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ**

Одним из важнейших направлений в исследовании несимметричного проникания тел в сжимаемую жидкость является определение момента гидродинамических сил, действующего на проникающее тело. Количество работ, посвященных исследованию этого вопроса, невелико.

В линейной постановке при автомодельном погружении плоской пластинки в несжимаемую жидкость выражение для момента гидродинамических сил относительно задней кромки пластиинки получено в [1]. Аналогичная задача для сжимаемой жидкости (дозвуковой и сверхзвуковой случаи расширения смоченной поверхности) исследована в [2]. При несимметричном струйном обтекании пластиинки потоком идеальной несжимаемой жидкости зависимость восстанавливющего момента от угла атаки дана в [3].

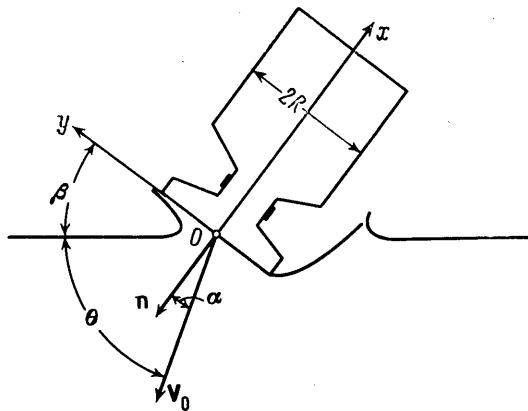
Экспериментальное исследование момента гидродинамических сил, действующего на абсолютно твердый изолированный диск при погружении в несжимаемую жидкость, приведено в [4]. Опыты проводились при углах входа в воду  $57,5^\circ < \theta < 70^\circ$ , нулевом угле атаки и скорости погружения до 3,5 м/с. Получены зависимости момента гидродинамических сил от времени и приближенные формулы для определения величин максимального и минимального значений безразмерного коэффициента момента.

В данной работе исследуется несимметричное проникание диска (кругового цилиндра) в сжимаемую жидкость. Результаты получены методом физического моделирования. В качестве рабочей среды использовалась жидкость с низкой скоростью звука (мелкодисперсная среда с пузырьками газа, безразмерное уравнение состояния которой совпадает с безразмерным уравнением состояния воды [5]). Эксперименты проводились при углах входа  $54^\circ < \theta < 88^\circ$ , углах атаки  $-15^\circ < \alpha < +15^\circ$  и числах Маха  $0,002 \leq M \leq 0,2$ .

**1. Методика определения момента.** Рассмотрим проникание абсолютно твердого диска (цилиндра торцем) в жидкость под углом к свободной поверхности. Будем предполагать, что вертикальная плоскость, проходящая через вектор скорости  $V_0$  центра диска в момент касания с поверхностью жидкости, является плоскостью симметрии. Введем подвижную декартову систему координат  $xyz$  с началом в центре диска. Ось  $x$  направим по оси диска в сторону, противоположную движению, ось  $y$  — вверх вдоль диаметра диска. При наличии плоскости симметрии ось  $z$  будет параллельна свободной поверхности (фиг. 1).

Ориентацию диска по отношению к поверхности жидкости и направление вектора скорости  $V_0$  зададим с помощью углов входа и атаки. Угол  $\theta$  между вектором скорости центра диска и невозмущенным уровнем свободной поверхности назовем углом входа, угол  $\alpha$  между нормалью  $n$  к плоскости диска и вектором скорости  $V_0$  — углом атаки. Угол  $\alpha$  будем отсчитывать от вектора нормали к вектору скорости (положительное направление — против часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси  $z$ ).

Систему гидродинамических сил, действующих на смоченную поверхность диска (нижнее основание цилиндра), приведем к центру диска и заменим одной силой, равной главному вектору системы  $F$ , и одной парой



Фиг. 1

с моментом, равным главному моменту системы относительно центра диска  $M_0$ .

В общем случае направление главного момента  $M_0$  зависит от ориентации диска относительно поверхности жидкости и направления вектора скорости в момент касания со свободной поверхностью. Если жидкость невязкая (силы трения пренебрежимо малы и главный вектор направлен по нормали к плоскости диска), главный момент будет лежать в плоскости диска. Если, кроме того, движение обладает плоскостью симметрии (плоскость  $xy$ ), проекции главного момента на оси  $x$  и  $y$  равны нулю ( $M_x = M_y = 0$ ) и он будет определяться лишь одной скалярной величиной — проекцией  $M_z$ .

В общем случае при проникновении абсолютно твердого диска в жидкость под углом к свободной поверхности величину момента можно представить в виде

$$M_z = \pi \rho_0 V_0^2 R^3 f(M, M^1, Re, Fr, \frac{\rho_0}{\rho_1}, \frac{m}{\rho R^3}, \frac{J}{\rho R^5}, \theta, \alpha, \kappa, \tau)$$

$$M = \frac{V_0}{a_0} \quad M^1 = \frac{V_0}{a_1}, \quad Re = \frac{V_0 R}{v} \quad Fr = \frac{V_0}{\sqrt{gR}} \quad \tau = \frac{V_0 t \sin \theta}{2R \cos(\theta - \alpha)}$$

где  $V_0$  — скорость проникновения диска,  $a_0$ ,  $a_1$  — скорости звука в жидкости и атмосфере,  $\rho_0$ ,  $\rho_1$  — плотности жидкости и атмосферы,  $M$ ,  $M^1$  — числа Маха по отношению к жидкости и атмосфере,  $Re$  — число Рейнольдса,  $Fr$  — число Фруда,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $v$  — кинематическая вязкость жидкости,  $\kappa$  — коэффициент адиабаты атмосферного газа,  $R$  — радиус диска,  $m$ ,  $J$  — масса и момент инерции,  $t$  — время.

Подобие процессов, протекающих в воде и жидкости с низкой скоростью звука, с точки зрения сжимаемости жидкости обеспечиваются равенством соответствующих чисел Маха [5].

Среди параметров, характеризующих влияние атмосферы, имеется возможность обеспечить равенство лишь отношений плотности газа к плотности жидкости и соответствующих значений параметра  $\kappa$ . При одном и том же значении чисел Маха в воде и жидкости с низкой скоростью звука, скорости тела различны, поэтому числа Маха  $M^1$ , характеризующие сжимаемость атмосферы, различаются. В то время как величина  $M^1$  при ударе о воду со скоростью  $V_0 = 300$  м/с имеет порядок единицы, соответствующее значение  $M^1$  при ударе о жидкость с низкой скоростью звука мало (например, при  $a_0 = 30$  м/с  $M^1 \approx 0,02$ ). Поэтому при малых значениях угла  $\beta$  между плоскостью диска и невозмущенным уровнем свободной поверхности, когда влияние атмосферы существенно [6], полученные экспериментальные данные надо рассматривать как предельные при  $M^1 \ll 1$ .

Влияние чисел Рейнольдса и Фруда на величину момента не исследовалось. Проникающее цилиндрическое тело было достаточно тяжелым с большим моментом инерции, поэтому параметры  $m/\rho_0 R^3$  и  $J/\rho_0 R^5$  несущественны. При описании экспериментальных зависимостей для задания направления вектора скорости и ориентации диска удобнее использовать углы  $\alpha$  и  $\beta$ , где  $\beta$  — угол между плоскостью диска и невозмущенным уровнем свободной поверхности. Таким образом, в дальнейшем считаем, что  $M_z = \rho_0 V_0^2 R^3 f(M, \alpha, \beta, \tau)$  и определяем эту зависимость экспериментально.

**2. Описание установки и устройства для измерения момента.** В экспериментах диск (цилиндр с устройством для измерения момента) разгонялся по направляющим струнам, образующим со свободной поверхностью угол  $\theta$ , и погружался в бак с жидкостью размерами  $400 \times 400 \times 600$  мм, подвешенный на стальных струнах. Натяжение струн обеспечивалось весом бака и способом его закрепления. Угол атаки  $\alpha$  задавался путем поворота рамки, жестко соединенной с цилиндром (диском), относительно направляющих струн. Для обеспечения плавности разгона и исключения поперечных колебаний модель поддерживалась поперечной растяжкой длиной  $l \approx 12$  м. Перемещение модели  $s$  по струнам на разгонном участке изменялось в пределах  $0,2 < s < 1$  м. Следовательно, при выбранных геометрических размерах ( $s \ll l$ ) система подвески позволяла осуществлять плавный разгон модели по направляющим под действием силы тяжести и погружение в жидкость при заданных значениях углов входа  $\theta$  и атаки  $\alpha$ . Скорость модели изменялась в пределах от 2 до 5 м/с и определялась двумя способами: измерялась на базе 100 мм с выходом на измеритель интервалов времени И2-23 и вычислялась по формуле  $V = \sqrt{2ws}$  где  $w(\theta, s)$  — экспериментально полученная зависимость ускорения от пути на разгонном участке для выбранной системы подвески. Скорости, полученные этими двумя способами, практически совпадают.

Скорость звука в жидкости вычислялась как скорость распространения возмущений вблизи свободной поверхности жидкости и определялась с помощью датчиков давления на базе 370 мм с выходом на сплейфовый осциллограф. Уточнение скорости звука проводилось путем сравнения с теоретическими (адиабатическими) значениями  $a_0 = \sqrt{\kappa P_0 / \rho_0 \lambda}$ ,  $\rho_0 = \rho_f(1-\lambda)$ , где  $P_0$  — давление на свободной поверхности,  $\rho_f$  — плотность несущей жидкости,  $\lambda$  — объемная концентрация газа,  $\kappa$  — показатель адабаты газа. Расхождение теоретических и экспериментальных значений скорости звука лежит в основном в пределах  $\pm 5\%$ . Плотность жидкости измерялась денситрометрами.

Для определения момента гидродинамических сил использовалась измерительная система, основными элементами которой служат диск и балка с германневыми датчиками сопротивления, являющиеся частью массивного цилиндрического тела, жестко соединенного с рамкой, движущейся по направляющим струнам (на фиг. 1 рамка не изображена). Общий вес модели с рамкой составлял приблизительно 9,4 кг при диаметре диска 95 мм. Записывали сигнал электронного осциллографа на фотопленку. В зависимости от толщины балки собственная частота измерительной системы изменилась в пределах 1–5 кГц и позволяла измерять момент при углах между плоскостью

$\theta$	$\alpha$	$\beta$	$m_1+$	$m_1-/m_1+$	$\tau_0$	$\tau_+/\tau_0$	$\tau_-/\tau_0$
87	0	3	2,71	1,82	0,44	0,60	1,35
85,5	0	4,5	1,47	1,27	0,57	0,59	1,42
85	0	5	1,65	1,36	0,45	0,56	1,38
87	6	9	0,861	1,02	0,52	0,53	1,39
80	0	10	0,77	1,13	0,48	0,51	1,39
77	0	13	0,53	0,98	0,60	0,52	1,38
89	13	14	0,55	0,85	0,55	0,51	1,39
75	0	15	0,52	0,74	0,55	0,54	1,35
60	-10	20	0,36	0,84	0,52	0,53	1,33
76	6,5	20,5	0,40	0,80	0,60	0,49	1,33
75	10	25	0,34	0,71	0,45	0,50	1,32
77	12,5	25,5	0,31	0,55	0,62	0,52	1,27
54	-10	26	0,30	0,71	0,51	0,52	1,26
75	12	27	0,32	0,48	0,61	0,52	1,22
60	0	30	0,36	0,54	0,62	0,52	1,20
54	0	36	0,25	0,48	0,51	0,50	1,23
60	10	40	0,20	0,50	0,42	0,52	1,23
54	5	41	0,18	0,40	0,58	0,50	1,16
54	10	46	0,16	0,37	0,54	0,50	1,18

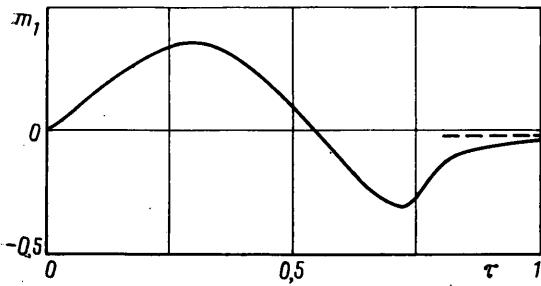
диска и свободной поверхностью  $\beta \geq 2^\circ$  и скорости входа 2–5 м/с с точностью 5–10%. Величина момента и времени определялись из осциллографов и проводились к безразмерному виду по формулам

$$m_1 = \frac{M_z}{\pi \rho_0 V_0^2 R^3}, \quad m_2 = \frac{M_z}{2\pi \rho_0 V_0 a_0 R^3}, \quad \tau = \frac{V_0 t \sin \theta}{2R \cos(\theta - \alpha)}$$

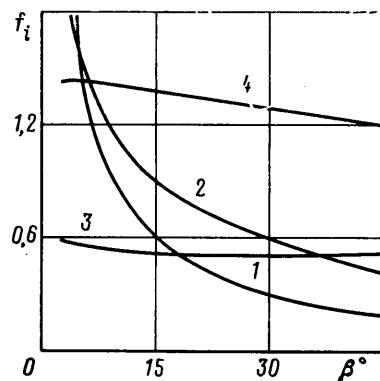
Результаты экспериментов приведены на графиках и в таблице.

**3. Обсуждение экспериментальных результатов.** При погружении диска в воду под углом к свободной поверхности его взаимодействие с жидкостью начинается с малой окрестности кромки, расположенной вблизи точки касания, и система гидродинамических сил, приложенных к расширяющейся во времени смоченной поверхности, стремится повернуть диск (момент, возникающий при первоначальном контакте с водой, будем считать положительным).

Рассмотрим сначала некоторые общие свойства момента гидродинамических сил в случае, когда влияние сжимаемости несущественно. На



Фиг. 2



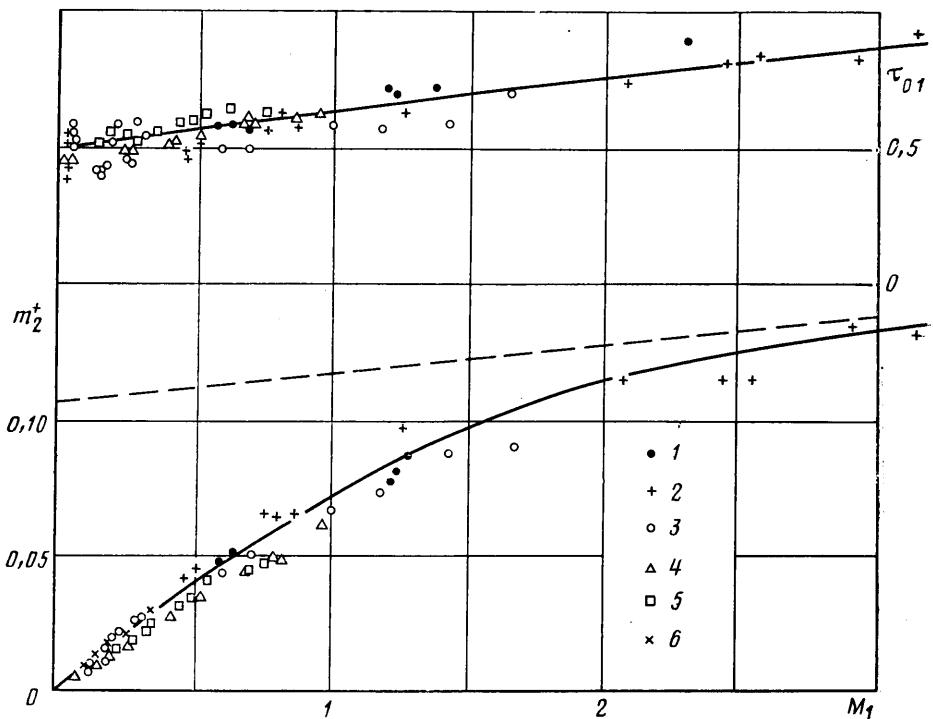
Фиг. 3

Фиг. 2 приведена типичная зависимость безразмерного момента  $m_1$  от безразмерного времени  $\tau$  ( $M=0,011$ ,  $\theta=60^\circ$  и  $\alpha=-10^\circ$ ). При больших значениях времени  $\tau \gg 1$  амплитуда  $m_1$  стремится к величине восстанавливающего момента, соответствующего углу атаки.

Эксперименты показали, что экстремальные значения безразмерного момента и характерные значения безразмерного времени зависят главным образом от разности углов входа и атаки ( $\theta - \alpha$ ), а не от каждого из этих параметров в отдельности. Вместо ( $\theta - \alpha$ ) при описании момента удобнее пользоваться углом  $\beta$  между плоскостью диска и невозмущенным уровнем свободной поверхности  $\beta = \pi/2 - (\theta - \alpha)$ .

На фиг. 3 приведены зависимости экстремальных значений безразмерного момента ( $f_1 = m_1^+$ ,  $f_2 = m_1^- / m_1^+$ ) и функций, характеризующих положение максимума и минимума момента по отношению ко времени его обращения в нуль, ( $f_3 = \tau_+ / \tau_0$ ,  $f_4 = \tau_- / \tau_0$ ) от угла  $\beta$ . Экспериментальные данные приведены в таблице (знаки +, – обозначают максимум и минимум).

Эти результаты показывают, что за исключением области малых значений угла  $\beta$  ( $\beta < 5^\circ$ ) относительное положение максимума практически не зависит от угла  $\beta$  и приближенно равно  $\tau_+ / \tau_0 = 0,5 \pm 0,05$ , что хорошо согласуется с результатами [4]. Величина  $m_1^+$  при малых значениях  $\beta$  имеет порядок  $m_1^+ \sim 1/\beta$ , хотя при плоском ударе ( $\beta=0$ ) она должна обратиться в нуль. Относительное положение минимума  $\tau_- / \tau_0$  зависит от угла  $\beta$ . При малых значениях угла  $\beta$  это отношение  $\tau_- / \tau_0 \approx 1,4$ , при больших оно, по-видимому, стремится к единице. Отношение  $m_1^- / m_1^+$  при  $\beta \ll 1$  имеет порядок  $1/\sqrt{\beta}$ . При  $\beta=10^\circ$  амплитуды приблизительно равны. При дальнейшем увеличении  $\beta$  отношение  $m_1^- / m_1^+$  (так же как и относи-



Фиг. 4

тельные размеры области отрицательных значений момента) уменьшается и зависимость момента от времени по существу вырождается в одну положительную полуволну.

Время первого обращения момента в нуль ( $\tau_+ < \tau_{01} < \tau_-$ ) в исследованном диапазоне углов входа и атаки практически не зависит от угла  $\beta$  и приблизительно равно  $\tau_{01} = 0,55 \pm 0,05$ . Вторично (при нулевом угле атаки) момент обращается в нуль приблизительно при  $\tau_{02} = 0,90$ . Эти данные удовлетворительно согласуются с экспериментами по определению момента при погружении диска в воду с малой скоростью [4].

Задача о погружении диска в сжимаемую жидкость под углом к свободной поверхности без учета влияния атмосферы содержит два определяющих параметра: угол  $\beta$  и число Маха  $M = V_0/a_0$ . Однако в отдельных случаях результаты могут зависеть не от каждого из этих параметров в отдельности, а от их комбинации. Например, в [6] показано, что максимальное значение безразмерного давления в окрестности точки касания диска с поверхностью жидкости зависит от параметра  $M_1 = M/\sin \beta$ , являющегося отношением геометрической скорости расширения смоченной поверхности (без учета подъема свободной поверхности) к скорости звука в жидкости. Аналогичная картина имеет место и при исследовании момента.

На фиг. 4 приведены экспериментальные данные, показывающие измерение максимального значения безразмерного момента в зависимости от геометрического числа Маха  $M_1$  (цифрами 1–6 обозначены экспериментальные точки для углов  $\beta = 2, 3, 5, 10, 15$  и  $30^\circ$  соответственно, сплошной линией – результаты обработки экспериментов методом наименьших квадратов).

Оценим эту зависимость сверху при больших значениях геометрического числа Маха  $M_1 \gg 1$ . Максимальное значение момента достигается при  $\tau = 0,5$ , т. е. когда смочена нижняя половина поверхности диска. Предположим, что давление на этой поверхности распределено равномер-

но и равно  $P = \rho_0 V_0 a_0 (1+2M)$ . В этом случае максимальное значение безразмерного момента будет иметь вид

$$m_2^+ = (1+2M)/3\pi.$$

Если по результатам проведенных экспериментов для каждого из исследованных углов  $\beta$  построить зависимости  $m_2^+$  от числа Маха  $M$  (а не от  $M_1 = M/\sin \beta$ ), то они образуют семейство, в котором кривая, соответствующая углу  $\beta=3^\circ$ , ограничивает семейство сверху (при  $\beta=2^\circ$  значения  $m_2^+$  лежат в основном несколько ниже). Учитывая это, полученную выше оценку можно представить следующим образом:

$$m_2^+ = (1+2M, \sin 3^\circ)/3\pi$$

(изображена штриховой линией). Следует отметить, что в отличие от предыдущей последней формулы, возможно, является оценкой сверху только в исследованном диапазоне чисел Маха.

Для описания минимального значения момента в случае сжимаемой жидкости использование отношения  $(M_z^-/M_z^+)$  представляется неудобным, так как оно зависит от двух параметров. В этом случае при изложении экспериментальных результатов лучше всего ввести безразмерную функцию  $\sqrt{\beta} m_2^-$ , которая, как показали эксперименты, зависит лишь от геометрического числа Маха  $M_1$ . Не останавливаясь на подробностях, дадим приближенное выражение для  $\sqrt{\beta} m_2^-$ , которое при углах  $2^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$  и геометрических чисел Маха  $0 \leq M_1 \leq 3$  удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными:  $\sqrt{\beta} m_2^- = 0,6 M_1 \exp(-0,7 M_1)$ .

Перейдем теперь к описанию зависимости характерных моментов времени ( $\tau_+, \tau_0, \tau_-$ ) от числа Маха при различных значениях угла  $\beta$ .

При  $M=0$  (кроме начальной точки  $\tau=0$ ) момент обращается в нуль при  $\tau_{01} \approx 0,55$  и  $\tau_{02} \approx 0,9$ . В дальнейшем величина момента невелика и при  $\alpha=0$  его можно считать равным нулю (при  $\alpha \neq 0$   $M_z$  будет стремиться к величине восстанавливающего момента при струйном обтекании диска).

На фиг. 4 приведена зависимость безразмерного времени  $\tau_{01}$  от геометрического числа Маха  $M_1$  при различных значениях угла  $\beta$  (цифрами 1–5 обозначены экспериментальные данные для углов  $\beta=2, 3, 5, 10$  и  $15^\circ$  соответственно). Результаты показывают, что эта зависимость носит универсальный характер и  $\tau_{01}$  является функцией лишь параметра  $M_1 = M/\sin \beta$ , а не  $M$  и  $\beta$  в отдельности. Рост  $\tau_{01}$  объясняется как уменьшением подъема свободной поверхности с увеличением  $M_1$ , так и перераспределением давления на смоченной части поверхности диска (относительным уменьшением пика давления в окрестности передней кромки смоченной поверхности и появлением области постоянного давления при  $M_1 > 1$ ). При больших значениях геометрического числа Маха величина  $\tau_{01}$  приближается к единице ( $\tau_{01} < 1$ ).

Относительное положение экстремумов момента  $(\tau_+/ \tau_0, \tau_- / \tau_0)$  слабо зависит от  $M_1$ . Приближенные выражения для определения времени наступления максимума и минимума, полученные при обработке экспериментов методом наименьших квадратов, можно представить в виде

$$\tau_+/ \tau_0 = 1 - 0,5 \exp(-0,1 M_1)$$

$$\tau_- / \tau_0 = 1 + 0,4 \exp(-0,4 M_1)$$

Величина  $\tau_{02}$  определяется в основном временем разгрузки и при больших значениях  $M_1$  приблизительно равна  $\tau_{02} \approx 0,9 + 0,5 M_1$ . В окрестности  $\tau_{02}$  момент изменяется медленно. Это время характеризует окончание ударного процесса и начало перехода к режиму струйного обтекания.

В большинстве случаев при не очень больших значениях  $M_1$  момент можно задавать в виде двух дуг синусоиды. Для более точного описания необходимо пользоваться соответствующей осциллограммой.

Приведенные экспериментальные данные позволяют описать изменение момента с течением времени в широком диапазоне чисел Маха, углов входа и атаки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Теория нестационарного глиссирования и движения крыла со сбегающими вихрями // Тр. ЦАГИ. 1936. Вып. 252. 40 с.
2. Сагомонян А. Я. Удар и проникание тел в жидкость. М.: Изд-во МГУ, 1986. 169, [2] с.
3. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
4. Осьминин Р. И. Измерение коэффициента момента силы, действующей на изолированный диск при погружении его под углом к свободной поверхности воды // Тр. ЦАГИ. 1976. Вып. 1741. С. 19–23.
5. Ерошин В. А., Романенков Н. И., Серебряков И. В., Якимов Ю. Л. Гидродинамические силы при ударе тупых тел о поверхность сжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 6. С. 44–51.
6. Ерошин В. А., Константинов Г. А., Романенков Н. И., Якимов Ю. Л. Экспериментальное определение давления на диске при погружении в сжимаемую жидкость под углом к свободной поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 21–25.

Москва

Поступила в редакцию  
24.VII.1989