

УДК 532.546:536.421

© 1990 г.

А. М. МАКСИМОВ, Г. Г. ЦЫПКИН

О РАЗЛОЖЕНИИ ГАЗОВЫХ ГИДРАТОВ, СОСУЩЕСТВУЮЩИХ С ГАЗОМ В ПРИРОДНЫХ ПЛАСТАХ

Теоретическое изучение процессов диссоциации газовых гидратов в природных пластах основано на двух известных моделях [1, 2]. В основу первой модели положены допущения о полном насыщении пор газовым гидратом, зависимости температуры диссоциации от давления и учет фильтрации газа от фронта фазового перехода к газодобывающей скважине. Вторая модель рассматривает более общий случай, когда в начальном состоянии газовый гидрат сосуществует с газом. Строится решение, учитывающее переток газа через поверхность, разделяющую два состояния вещества. При этом предполагается, что температура пласта остается постоянной. Обе модели предполагают существование резкой границы фазового перехода.

В работе [3] приведен пример, когда фронтовой подход неудовлетворительно отражает процессы, происходящие в пластах. Если положить, что изначально пласт содержит газовый гидрат, сосуществующий с газом и водой в состоянии термодинамического равновесия, то процессы, сопровождающие разработку такого пласта, невозможно описать, используя предположение о наличии фронта диссоциации. Непротиворечивое решение строится с учетом фазовых переходов в протяженной области.

В настоящей работе, следуя [2], рассматривается задача о разложении газовых гидратов, сосуществующих с газом, но предположение о постоянстве температуры не делается. Такое обобщение наделяет исследуемую математическую модель новыми свойствами. Показано, что при достаточно больших проницаемостях ($k \geq 10^{-16}$ м²), а именно такой диапазон проницаемостей представляет практический интерес, фронтовое решение, приведенное в [2], не существует. Несуществование решения следует из того, что соответствующие фронтовому решению распределения температуры смеси и температуры фазового перехода свидетельствуют о «перегреве» гидрата. Другими словами, локальная температура гидрата в зоне перед фронтом диссоциации выше локальной температуры фазового перехода, вычисленной по распределению давления. Для устранения противоречия используется модель диссоциации, учитывающая разложение гидрата в протяженной области. Отличие ее от соответствующей модели работы [3] состоит в наличии трех областей: области существования газа и воды; газа, гидрата и воды, а также газа и гидрата, тогда как в [3] последняя область отсутствует. В случае малых проницаемостей ($k < 10^{-16}$ м²) фронтовое решение непротиворечиво.

1. Математическая формулировка задачи. Гидратсодержащие пласты представляют собой многофазные и многокомпонентные природные образования, основными компонентами которых считают частицы породы, складывающие скелет пористой среды, газовый гидрат, природный газ, воду или лед, а также некоторые другие включения (например, нефть). Следуя [2], рассмотрим задачу о разложении газовых гидратов в пласте, изначально насыщенном смесью газа и гидрата. Для простоты будем считать, что скелет пористой среды несжимаем и неподвижен; гидратонасыщенность пласта невелика, так что образующейся в процессе диссоциации водой можно пренебречь [1, 2]; газ является совершенным, а теплофизические параметры компонент постоянны.

Тогда система уравнений, представляющая собой законы сохранения масс газа и гидрата, обобщенный закон Дарси, закон сохранения энергии для смеси и уравнение состояния для газа, в рамках сделанных предположений имеет вид

$$m \frac{\partial}{\partial t} (1-v) \rho_g + \operatorname{div} \rho_g \mathbf{v}_g = M$$

$$m \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon \nu \rho_h = -M, \quad \mathbf{v}_g = -\frac{k f_g(v)}{\mu_g} \text{grad } P, \quad P = \rho_g R T \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho e)_m + \text{div } \rho_g \mathbf{v}_g h_g &= \text{div } (\lambda_m \text{grad } T) \\ (\rho e)_m &= m \nu \rho_h e_h + m(1-\nu) \rho_g e_g + (1-m) \rho_s e_s \\ \lambda_m &= m \nu \lambda_h + m(1-\nu) \lambda_g + (1-m) \lambda_s \end{aligned}$$

Здесь m — пористость, ν — гидратонасыщенность (объемная доля гидрата в единице порового объема), ρ — плотность, $\mathbf{v}$ — скорость фильтрации, M — интенсивность выделения массы газа при разложении газового гидрата, ε — массовая доля газа в единице массы гидрата, k — проницаемость, f — фазовая проницаемость, P — давление, e — плотность внутренней энергии, h — плотность энтальпии, λ — коэффициент теплопроводности, T — температура, R — газовая постоянная; индексы: g — газ, h — гидрат, s — скелет пористой среды, m — смесь.

Воспользовавшись известными термодинамическими соотношениями, а также исключив из системы плотность и скорость газа, получим систему двух уравнений относительно давления и температуры

$$\begin{aligned} (1-\nu) \frac{\partial P}{\partial t} - (1-\nu) \frac{P}{T} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho_h R T - P) \frac{\partial \nu}{\partial t} &= \\ = \frac{k f_g}{m \mu_g} \text{grad } P \left(\text{grad } P + \frac{P}{T} \text{grad } T \right) + \frac{k P}{m \mu_g} \text{div } f_g \text{grad } P & \\ (\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} - m(1-\nu) \frac{\partial P}{\partial t} - m \rho_h q \frac{\partial \nu}{\partial t} = \frac{k f_g}{\mu_g} \frac{C_p}{R} \frac{P}{T} \text{grad } P \text{grad } T + & \\ + \text{div } \lambda_m \text{grad } T & \\ (\rho C)_m &= m \nu \rho_h C_h + m(1-\nu) \rho_g C_g + (1-m) \rho_s C_s \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь C — теплоемкость, q — теплота фазового перехода.

При разложении газового гидрата на составляющие возникает движущаяся граница фазового перехода, разделяющая две области. В гидратосодержащей области справедлива система уравнений (1.2), а в области, где газовый гидрат отсутствует, следует положить $\nu=0$ и система (1.2) редуцируется к системе уравнений неизоэнтальпической фильтрации газа. Для постановки задач необходимо выставить условия на движущейся поверхности фазового перехода. Следуя [4], представим поверхность фазового перехода как поверхность сильного разрыва функции ν . Используя универсальные соотношения на скачке [5], получаем для энергии и массы соотношения

$$m \nu_+ \rho_n V_n = \lambda_+ (\text{grad } T_+)_n - \lambda_- (\text{grad } T_-)_n \quad (1.3)$$

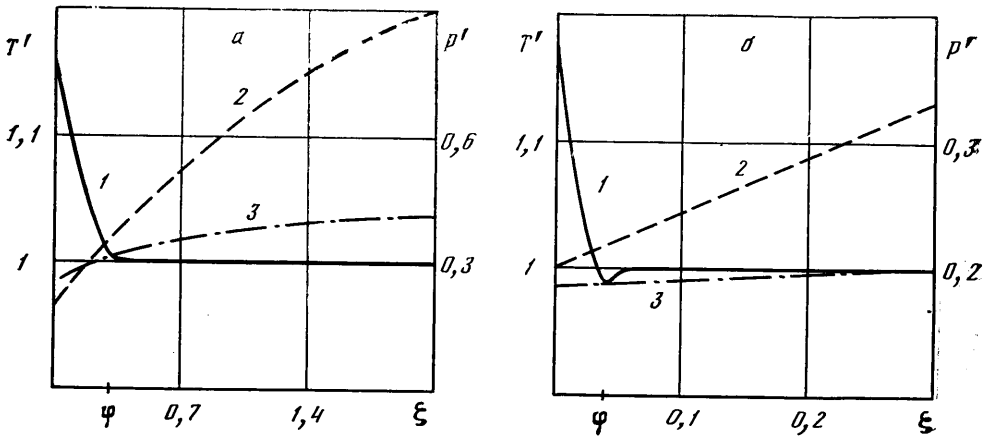
$$\frac{m \mu_g \nu_+}{k} \left(\frac{\varepsilon \rho_h}{\rho_g} - 1 \right) V_n = (\text{grad } P_-)_n - (1-\nu_+) (\text{grad } P_+)_n$$

Законы сохранения на подвижной границе должны быть дополнены соотношением, связывающим температуру и давление фазового перехода

$$T = \alpha \ln P + \beta \quad (1.4)$$

а также предположением о непрерывности давления и температуры. Индексы плюс и минус соответствуют значениям величин справа и слева от скачка, n — нормаль.

В следующем параграфе задачу о разложении газовых гидратов сформулируем в рамках фронтового подхода и покажем, что существует область параметров, в которой предположение о фронте фазового перехода неприменимо.



Фиг. 1

2. Решение с фронтом фазового перехода. Пусть пласт в начальный момент имеет гидратонасыщенность v_0 , температуру T_0 и давление P_0 и занимает полупространство $x > 0$. Если на неподвижной стенке $x=0$ задать такие граничные значения T° и P° , при которых гидрат не существует, то возникает граница фазового перехода $X(t)$. В области $0 < x < X(t)$, заполненной газом, справедлива система уравнений (1.2) с $v=0$, а в области сосуществования гидрата и газа $x > X(t)$ — система (1.2) с $v=v_0$.

Начальные условия и граничные условия на неподвижной стенке имеют вид:

$$t=0: \quad v=v_0, \quad T=T_0, \quad P=P_0; \quad x=0: \quad T=T^\circ, \quad P=P^\circ \quad (2.1)$$

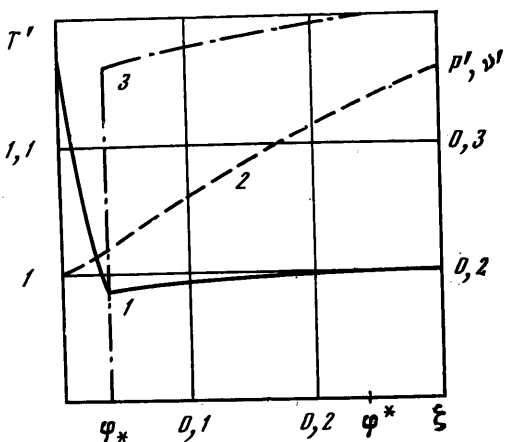
Условия на подвижной границе $X(t)$ ($V_n=\dot{X}(t)$) имеют вид (1.3), (1.4) с учетом $v_+=v_0$ (v_0 не зависит от времени, так как фазовый переход локализован на границе).

Предположим для простоты, что v_0 , T_0 , P° , T° , P° — постоянные величины. Тогда сформулированная задача имеет автомодельное решение вида $T=T(\xi)$, $P=P(\xi)$, $X(t)=\gamma\sqrt{t}$, $\xi=x/\sqrt{t}$.

В этом случае задача сводится к решению краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений в двух областях с соответствующими граничными условиями на искомой границе между областями. Приведем результаты численных расчетов при следующих значениях параметров: $\rho_s=2000$ кг/м³, $\rho_h=700$ кг/м³, $\lambda_s=2,09$ Вт/м·К, $\lambda_h=2$ Вт/м·К, $\lambda_g=3 \cdot 10^{-2}$ Вт/м·К, $C_s=0,9$ кДж/кг·К, $C_h=2,7$ кДж/кг·К, $C_p=1,8$ кДж/кг·К, $m=0,2$, $R=519$ Дж/кг·К, $q=510$ кДж/кг, $\mu_g=2 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $\alpha=10$ К, $\beta=128$ К, $T_0=278$ К, $T^\circ=323$ К, $P_0=10^7$ Па, $P^\circ=2 \cdot 10^6$ Па, $v_0=0,2$. На графиках представлены зависимости безразмерных температуры $T'=T/T_0$ (линия 1) и давления $P'=P/P_0$ (линия 2) от безразмерной автомодельной переменной $\xi=\xi(kP_0/m\mu_g)^{-1/2}$. Также $\varphi=\gamma(kP_0/m\mu_g)^{-1/2}$.

Результаты расчетов, представленные на фиг. 1, отражают две принципиально различные ситуации. Так, на фиг. 1, а приведено непротиворечивое с точки зрения термодинамики решение (здесь $k=10^{-17}$ м²). Об этом свидетельствует распределение температуры диссоциации (линия 3), вычисленное по формуле (1.4). Видно, что кривая температуры диссоциации лежит выше кривой температуры в зоне существования гидрата. Результаты численных экспериментов свидетельствуют, что аналогичные решения можно построить только в случае низких проницаемостей $k \lesssim 10^{-16}$ м². При проницаемостях выше этой границы фронтное решение оказывается противоречивым. Об этом свидетельствует пример расчета при $k=10^{-15}$ м², приведенный на фиг. 1, б. Здесь кривая температуры диссоциации в области гидрата лежит ниже кривой температуры, т. е. имеет место «перегрев» гидрата. Противоречие можно устранить, если математическую модель процесса дополнить областью объемного фазового перехода.

3. Модель объемной диссоциации газовых гидратов. Для построения непротиворечивого описания введем в рассмотрение протяженную область диссоциации газовых гидратов аналогично тому, как это было сделано в [3]. Предполагается образование трехзонной структуры (в отличие от двухзонной в [3]): зона существования газа и воды ($0 < x < X_*(t)$), зона объемной диссоциации ($X_*(t) < x < X^*(t)$), в которой газ, вода и газовый гидрат находятся в состоянии термодинамического равновесия, и зона существования гидрата и газа ($x > X^*(t)$). Системы уравнений в первой и третьей зонах следуют из системы (1.2), если положить соответственно $v=0$ и $v=v_0=\text{const}$. Во второй зоне (зоне объемного фазового перехода) объемная доля гидрата v уже является искомой функцией. Поэтому для замыкания системы (1.2), следуя предположению о локальном термодинамическом равновесии, используем соотношение (1.4), связывающее температуру и давление фазового перехода.



Фиг. 2

Граничные условия при $x=X_*(t)$ совпадают с условиями (1.3), (1.4), где v_+ — неизвестная величина, которая находится в процессе решения задачи. Важно отметить, что введение протяженной области диссоциации газовых гидратов не исключает из рассмотрения поверхность фазового перехода, которая в этом случае является поверхностью частичной диссоциации (здесь функция v претерпевает скачок, меньший по сравнению с v_0). На второй границе $x=X^*(t)$, разделяющей вторую и третью зоны, фазовый переход отсутствует, что является условием определения этой границы. Это означает непрерывность потоков тепла и массы газа при $v=v_0$, что формально следует из условий (1.3). Граничные условия на неподвижной стенке и начальные условия поставленной задачи совпадают соответственно с условиями (2.1). Сформулированная задача допускает автомодельное решение вида

$$P=P(\xi), \quad T=T(\xi), \quad v=v(\xi), \quad \xi=x/\sqrt{t}, \quad X_*(t)=\gamma_*\sqrt{t}, \quad X^*(t)=\gamma^*\sqrt{t}.$$

Различие в методе счета определяется существованием двух неизвестных границ γ_* и γ^* и необходимостью решения краевых задач в трех зонах. Результаты расчета непротиворечивого решения для данных из фиг. 1, б приведены на фиг. 2. Здесь ϕ_* и ϕ^* есть результат приведения γ_* и γ^* к безразмерному виду; $v'=0,3v/v_0+0,1$ (линия 3).

Численные эксперименты показывают, что размер зоны объемных фазовых переходов может более чем на порядок превосходить размер области, свободной от гидрата. Отметим, что этот факт необходимо учитывать как при диагностике месторождения, так и при добыче газа, так как объемная диссоциация будет дополнительно проиницирована теплом пород, расположенных сверху и снизу гидратосодержащего пласта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черский Н. В., Бондарев Э. А. О тепловом методе разработки газогидратных залежей // Докл. АН СССР. 1972. Т. 203. № 3. С. 550–552.
2. Веригин Н. Н., Хабибуллин И. Л., Халиков Г. А. Линейная задача о разложении гидратов газа в пористой среде // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 1. С. 174–177.
3. Бондарев Э. А., Максимов А. М., Цыпкин Г. Г. К математическому моделированию диссоциации газовых гидратов // Докл. АН СССР. 1989. Т. 308. № 3. С. 575–578.

Москва

Поступила в редакцию
12.I 1990