МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 4 · 1990

УДК 532.517.4

Э. В. ТЕОДОРОВИЧ

О РОЛИ ЛОКАЛЬНЫХ И НЕЛОКАЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ФОРМИРОВАНИИ РЕЖИМА РАЗВИТОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Успехи применения метода ренормализационной группы для вычисления универсальных констант развитой турбулентности вызвали дискуссию о том, в какой мере полученные результаты соответствуют представлениям теории Колмогорова о локальности межмодовых связей, поскольку использованная вычислительная процедура основывалась на рассмотрении существенно нелокального прямого влияния мелкомасштабных мод на крупномасштабные. В работе в рамках теоретико-полевого подхода показано, что применение метода ренормгруппы в сочетании с ε-разложением фактически означает учет локальных и отфильтровывание нелокальных межмодовых взаимодействий.

1. Характерной особенностью турбулентных течений при больших числах Рейнольдса является то обстоятельство, что для описания крупномасштабных движений необходимо знать поведение жидкости в мелкомасштабной области, в которой движения соответствуют режиму развитой турбулентности. В основе современных представлений о развитой турбулентности лежат идеи феноменологической теории Колмогорова о самоподобии турбулентных пульсаций скорости и локальности взаимодействия в пространстве волновых чисел [1]. В теории турбулентности термин «локальность взаимодействия» означает, что взаимодействуют вихри приблизительно одинаковых масштабов, а взаимодействие вихрей с существенно различающимися масштабами реализуется посредством многоступенчатой каскадной последовательности взаимодействий через вихри промежуточных масштабов. Следует различать динамические эффекты взаимодействия вихрей близких масштабов (резонансные взаимодействия) и прямые взаимодействия вихрей с существенно различающимися масштабами, сводящиеся к кинематическим эффектам переноса крупномасштабными пульсациями мелкомасштабных без заметного искажения их формы (адиабатические взаимодействия) [2]. Поскольку спектр развитой турбулентности формируется только за счет динамических взаимодействий, при гидродинамическом описании турбулентности возникает задача отделения динамических эффектов от кинематических. Отметим, что учет прямого взаимодействия с крупномасштабными модами по теории возмущений ведет к возникновению расходимостей соответствующих интегралов в области малых волновых чисел – это так называемые инфракрасные расходимости. Вследствие этого проблемы устранения указанных расходимостей и исключения эффектов переноса оказываются связанными. Как было показано в [3], при отсутствии расходимостей соответствующее учету только локальных взаимодействий степенное решение для спектра с колмогоровскими показателями удовлетворяет системе уравнений Дайсона, являющихся точными следствиями уравнения в вариационных производных для характеристического функционала [4]. Тем самым в рамках гидродинамического описания турбулентности проблема получения колмогоровских степенных зависимостей сводится к обоснованию локальности межмодовых взаимодействий, ответственных за формирование спектра.

Новым импульсом к обсуждению вопроса о роли локальных и нелокальных взаимодействий в теории турбулентности послужило применение методов ренормализационной группы (РГ) для описания турбулентности. В общем случае метод РГ представляет собой способ исследования крупномасштабного поведения многомодовой системы с сильным межмодовым взаимодействием и большой протяженностью спектра характерных масштабов, существенных для данной задачи [5]. Именно к таким системам относится развитая турбулентность, ибо в формировании каскадного процесса переноса энергии вдоль инерционного интервала участвуют моды всех масштабов, начиная от внешнего масштаба L до внутреннего (колмогоровского) масштаба l_d, при этом $L \sim \mathrm{Re}^{3/4} l_d$, а для развитой турбулентности число Рейнольдса Re является очень большим. Таким образом, метод РГ следует рассматривать как адекватный задаче способ описания развитой турбулентности.

В методе РГ определяется усредненное влияние мелкомасштабных и высокочастотных мод на крупномасштабные и медленно изменяющиеся во времени моды с помощью последовательного (итерационного) усреднения по узкой полосе спектра волновых чисел мелкомасштабных мод. При этом предполагается, что это усредненное влияние сводится к изменению (перенормировке) характеризующих систему числовых параметров; в случае турбулентности такими параметрами являются коэффициент эффективной вязкости и амплитуда эффективных случайных сил. В [6] была предпринята первая попытка использования развитой в теории критических явлений техники РГ для описания крупномасштабного поведения жидкости, возбуждаемой статистически задаваемой случайной силой. Поправка к вязкости в пределе $k\to 0$, $\omega=0$, обусловленная усредненным влиянием мод из полосы спектра $\Lambda e^{-\tau}<q<\Lambda$, определялась в низшем приближении перенормированной теории возмущений. Следует обратить внимание на то, что подобная процедура соответствует учету прямого влияния мелкомасштабных мод на крупномасштабные, т. е. основывается на рассмотрении существенно нелокальных взаимодействий. Использованная в [6] формулировка метода РГ дает возможность вычислять только показатели степенного поведения, но не амплитудные числовые множители. Несколько позднее в [7] было показано, что использование метода РГ в крупномасштабном пределе позволяет найти также и амплитудные числовые коэффициенты, которые оказываются универсальными константами, т. е. не зависят от характеристик системы в области больших волновых чисел и, в частности, от молекулярной вязкости.

Дальнейшее развитие это направление получило в работах Яхота и Оржега [8], которые использовали идеи РГ в сочетании с некоторыми схемами замыкания на уровне низших моментов для вычисления без введения дополнительных подгоночных параметров большого числа характеризующих развитую турбулентность универсальных констант (константы Колмогорова, Бэтчелора, Кармана, турбулентное число Прандтля и др.), значения которых оказались в хорошем согласии с экспериментальными данными. Существенным элементом применявшейся в [8] техники является метод ε-разложения. Параметр ε определялся через показатель степенного поведения корреляционной функции эффективных случайных сил, задаваемой в виде

$$\langle f_i(\mathbf{k},\omega) f_j(\mathbf{k}',\omega')\rangle = 2D_0 k^{-d+4-\varepsilon} P_{ij}(\mathbf{k})(2\pi)^{d+1}\delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}')\delta(\omega+\omega') \qquad (1.1)$$

где $P_{ij}(\mathbf{k})=\delta_{ij}-k_ik_jk^{-2}$ – оператор поперечного проектирования, d – размерность пространства.

В формуле (1.1) степенная зависимость соответствует предположению о подобии турбулентных пульсаций на различных масштабах, а ε можно рассматривать как произвольный параметр. Тем не менее два значения ε являются выделенными. При $\varepsilon\to 0$ фактический параметр разложения в ряд теории возмущений $D_0\nu^{-3}$ становится безразмерным, этому случаю соответствует отсутствие характерного масштаба длины (имеет место масштабная инвариантность) и связанная с подобным обстоятельством логарифмическая расходимость суммы по модам [5]. Такая «логарифмическая теория» является перенормируемой, т. е. возникающие в теории возмущений расходимости имеют вид поправок к исходным параметрам и могут быть устранены с помощью процедуры перенормировок. Кроме того, в пределе $k\to 0$ параметр разложения оказывается пропорциональным ε, что дает возможность применять теорию возмущений, несмотря на наличие характерного для развитой турбулентности сильного межмодового взаимодействия.

Другим выделенным значением является $\varepsilon=4$, при котором размерность константы D_0 в (1.1) совпадает с размерностью скорости диссипации энергии. Согласно Колмогорову, скорость диссипации является единственным существенным размерным параметром, определяющим универсальный режим турбулентности в инерционном интервале, и в этом смысле $\varepsilon=4$ следует считать соответствующим «реальной теории». Применяемый в [8] метод ε-разложения заключается в аналитическом продолжении по ε результатов, полученных вблизи точки $\varepsilon=0$ (логарифмическая теория), к значению $\varepsilon=4$ (реальная теория), при этом вычисленные по теории возмущений числовые коэффициенты берутся при $\varepsilon=0$ [8, 9]. Выяснению смысла содержащихся в таком подходе предположений и посвящена данная работа.

Отметим обстоятельства, по которым причины успеха теории Яхота – Оржега следует считать неясными. Во-первых, найденные теоретически универсальность констант и колмогоровские значения для степенных показателей, вытекающие из идей Колмогорова о локальности взаимодействия и каскадном механизме переноса энергии по спектру волновых чисел, не согласуется с методом получения этих результатов, когда в основе вычисления лежало рассмотрение сильно нелокальных взаимодействий мелкомасштабных мод с крупномасштабными. Во-вторых, даже без учета того обстоятельства, что $\varepsilon=4$ нельзя считать малым параметром, в рамках данного рассмотрения остается неясной природа ε-разложения. Имеется утверждение [7, 9], что при $\varepsilon=0$ локальные взаимодействия малы. Однако оценка относительной роли локальных и нелокальных взаимодействий существенно основывается на предположении, что влияние на данную моду k со стороны более мелкомасштабных мод $q>k$ определяется эффективной вязкостью $\nu(k)$, а влияние со стороны крупномасштабных мод $q<k$ определяется эффективной случайной силой f, т. е.

$$\nu(k)=\int_k^\infty \varphi_1(q)\,dq, \quad \langle ff\rangle_k=\int_0^k \varphi_2(q)\,dq$$

В соответствии с подобными представлениями «локальными» будут те взаимодействия, при которых основной вклад в интеграл для $\nu(k)$ дает область интегрирования вблизи нижнего предела, а в интеграл для $\langle ff\rangle$ – вблизи верхнего [10, 11]. Проведенные оценки показывают, что законы масштабного подобия определяются в основном нелокальными взаимодействиями [11], тогда как локальные взаимодействия вообще не могут быть описаны низшими приближениями теории возмущений. В связи с доминирующей ролью нелокальных взаимодействий в теории Яхота – Оржега была проведена в рамках некоторой схемы замыкания оценка влияния параметра нелокальности на величину константы Колмогорова [12] и получено, что вычисленное значение константы в довольно широком интервале параметра нелокальности не противоречит экспериментальным данным. Аналогичный результат был получен в рамках близкого к РГ метода итерационного усреднения [13] и в рамках конечномерной каскадной модели [14], в которых в качестве параметра нелокальности фигурировал «коэффициент дробления масштабов» [14].

2. Несколько иной подход к оценке роли локальных и нелокальных взаимодействий в формировании режима развитой турбулентности, а также к выяснению смысла ε-разложения дает применение полевой формулировки метода РГ. При этой формулировке объектами рассмотрения с самого начала являются усредненные характеристики гидродинамических полей, такие, как функции Грина и статистические моменты различных порядков, и нет операции частичного усреднения, как в описанной выше вилсоновской формулировке.

Согласно [15], метод РГ в теории поля представляет собой способ улучшения теории возмущений путем суммирования бесконечной подпоследовательности полного диаграммного ряда с помощью требования ренормализационной инвариантности. При этом существенным является свойство перенормируемости теории; возникающая при $\varepsilon=0$ логарифмически расходящаяся поправка к вязкости устраняется путем перенормировки коэффициента вязкости. Других расходимостей в теории не возникает, за исключением случая $d=2$, когда логарифмически расходится также поправка к амплитуде эффективных случайных сил.

Хотя с точки зрения цитированных выше авторов [8–12] расходимость интегралов в области больших волновых чисел следует квалифицировать как нелокальное взаимодействие, существует, однако, другое утверждение о том, что логарифмическая расходимость и связанное с ней отсутствие выделенного характерного масштаба является отражением локальности взаимодействия мод различных масштабов [5].

Для иллюстрации того, каким образом в методе РГ отражена локальность взаимодействия, рассмотрим вычисление эффективной вязкости в рамках полевого подхода [16, 17]. Введем функцию Грина $G_{ij}(\mathbf{k},\omega)$, описывающую усредненный линейный отклик поля скорости на внешнее силовое воздействие при учете нелинейных межмодовых связей. По теории возмущений, она может быть представлена в виде бесконечного ряда

$$G_{ij}(\mathbf{k},\omega)=G_{ij}^{(0)}(\mathbf{k},\omega)+G_{ii'}^{(0)}(\mathbf{k},\omega)\Sigma_{i'j'}(\mathbf{k},\omega)G_{j'j}^{(0)}(\mathbf{k},\omega)+\ldots \tag{2.1}$$

который следует рассматривать как итерационное решение уравнения Дайсона [4]

$$G_{ij}(\mathbf{k},\omega)=G_{ij}^{(0)}(\mathbf{k},\omega)+G_{ii'}^{(0)}(\mathbf{k},\omega)\Sigma_{i'j'}(\mathbf{k},\omega)G_{j'j}(\mathbf{k},\omega)$$

$$G_{ij}^{(0)}(\mathbf{k},\omega)=P_{ij}(\mathbf{k})[-i\omega+\nu_0k^2]^{-1} \tag{2.2}$$

где $G_{ij}^{(0)}(\mathbf{k},\omega)$ – функция Грина при отсутствии нелинейных взаимодействий, ν_0 – коэффициент молекулярной вязкости, $\Sigma_{ij}(k,\omega)$ – так называемый оператор собственной энергии, описывающий вклад нелинейных взаимодействий, который также может быть представлен в виде ряда теории возмущений. Из (2.1), (2.2) видно, что использование даже низшего приближения теории возмущений для Σ_{ij} уже подразумевает суммирование некоторой бесконечной подпоследовательности полного ряда для функции Грина, однако задачей проводимого исследования является суммирование с помощью метода РГ некоторой подпоследовательности ряда для Σ_{ij}.

Определим коэффициент эффективной вязкости $\nu(k, \omega)$ посредством соотношения

$$G_{ij}(\mathbf{k}, \omega)=P_{ij}(\mathbf{k})[-i\omega+\nu_0 k^2-\Sigma(k, \omega)]^{-1}=P_{ij}(\mathbf{k})[-i\omega+\nu(k, \omega)k^2]^{-1} \quad (2.3)$$

При написании (2.3) было использовано вытекающее из условия изотропности мелкомасштабной турбулентности равенство $\Sigma_{ij}(k, \omega)=\delta_{ij}\Sigma(k, \omega)$. Эффективная вязкость описывает перенос импульса за счет как молекулярного, так и турбулентного пульсационного движения. В определяемую формулой (2.3) эффективную вязкость $\nu(k, \omega)$ дают вклад моды всех масштабов, а не только те, для которых волновое число $q>k$. Ниже будет рассматриваться эффективная вязкость в статическом пределе

$$\begin{gathered}\nu(k)=\nu(k, \omega)|_{\omega=0}=\nu_0-\Sigma(k, 0)k^{-2}\\ G_{ij}(\mathbf{k}, \omega)=P_{ij}(\mathbf{k})[-i\omega+\nu(k)k^2]^{-1}\end{gathered} \quad (2.4)$$

Величина $\Sigma(k, 0)$ является некоторым функционалом от функции Грина $G_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ и коррелятора эффективной случайной силы, в результате чего следует рассматривать (2.4) при заданной $\langle ff\rangle$ как некоторое уравнение для определения $\nu(k)$. С помощью итераций можно записать его решение в виде ряда по степеням $D_0\nu_0^{-3}=k_d^{\varepsilon}$, где k_d — некоторый параметр с размерностью обратной длины, при $\varepsilon=4$ он совпадает с обратным внутренним масштабом турбулентности. Возникающая при $\varepsilon=0$ логарифмическая расходимость Σ устраняется перенормировкой коэффициента вязкости. Перенормировка дает возможность перестроить ряд теории возмущений с помощью замены в (2.4) молекулярной вязкости ν_0 на некоторое перенормированное значение $\nu^*=Z\nu_0$ и добавки к $\Sigma(k, 0)$ «контрчлена» вида $\delta\Sigma=(Z-1)\nu_0 k^2$. Константу перенормировки Z определим из условия, согласно которому в выбранной точке нормировке коэффициент эффективной вязкости должен совпадать с перенормированным значением коэффициента вязкости

$$\nu(k=\mu)=\nu^* \quad (2.5)$$

Коэффициент эффективной вязкости является функцией от волнового числа k и характерных параметров задачи D_0, ν_0, а в перенормированной теории возмущений каждый член ряда также зависит от выбора точки нормировки μ и значения ν^*. Из соображений размерности следует, что

$$\nu(k)=\nu_0 F(k/\mu, k_d/\mu, \nu^*/\nu_0) \quad (2.6)$$

Произвол в выборе точки нормировки μ означает, что в действительности результат (описываемый полным рядом теории возмущений) не должен зависеть от μ и ν^*; это свойство получило название ренормализационной инвариантности. Математическим отражением свойства ренормализационной инвариантности является соотношение

$$F(k/\mu, k_d/\mu, \nu^*/\nu_0)=F(k/\mu_1, k_d/\mu_1, \nu_1^*/\nu_0) \quad (2.7)$$

Из условия (2.5) и определения (2.6) вытекает

$$F(1, k_d/\mu, \nu^*/\nu_0)=\nu^*/\nu_0 \quad (2.8)$$

т. е. функция $F(x, y, g)$ должна удовлетворять функциональному уравнению РГ [15]

$$F(x, y, g)=F(x/t, y/t, F(t, y, g)) \quad (2.9)$$

Если продифференцировать это уравнение по t и затем положить $t=1$, то получится дифференциальное уравнение РГ

$$\begin{gathered}\left\{-x\frac{\partial}{\partial x}-y\frac{\partial}{\partial y}+\beta(y, g)\frac{\partial}{\partial g}\right\}F(x, y, g)=0\\ \beta(y, g)=\partial F(x, y, g)/\partial x \quad (x=1)\end{gathered} \quad (2.10)$$

3. Из соотношения (2.10) видно, что для нахождения функции $F(x, y, g)$ посредством решения дифференциального уравнения РГ следует задать РГ-функцию $\beta(y, g)$, т. е. необходимо знать поведение решения вблизи точки нормировки $x=1$. Таким образом, требование РГ-инвариантности дает возможность по поведению функции в ограниченной области найти ее во всей области определения. Здесь уместно провести аналогию с теорией непрерывных групп Ли, когда по операторам инфинитезимальных преобразований (образующих соответствующую данной группе алгебру Ли) строятся операторы конечных преобразований, при этом оператор конечного преобразования следует рассматривать как результат последовательных действий бесконечной цепочки инфинитезимальных преобразований.

В [15] было предложено использовать свойство ренормализационной инвариантности для улучшения теории возмущений путем вычисления РГ-функции $\beta(y, g)$ по теории возмущений с последующим решением дифференциального уравнения РГ для нахождения искомой функции (полевая формулировка метода РГ). Тогда в соответствии с приведенной выше аналогией с теорией групп Ли следует принять, что в применении к турбулентности решение уравнения РГ описывает каскадный процесс в виде бесконечной цепочки, в которой каждому отдельному звену отвечает единичный акт межмодового взаимодействия [18]. Этот единичный акт описывается по теории возмущений, а суммирование подобных актов осуществляется методом РГ путем решения дифференциального уравнения РГ. Таким образом, несмотря на то что на некотором этапе используется низшее приближение теории возмущений, метод РГ представляет собой выход за рамки теории возмущений и вследствие этого относящиеся к турбулентности утверждения о том, что метод РГ не описывает каскадный процесс [10, 13], следует признать необоснованными.

4. С целью выявления смысла ε-разложения продолжим процесс вычисления эффективной вязкости в рамках РГ-подхода. Для определения РГ-функции согласно (2.4) необходимо вычислить $\Sigma_{ij}(\mathbf{k}, 0)$ в низшем приближении перенормированной теории возмущений. Соответствующий расчет с учетом (1.1) дает [16, 17]

$$\Sigma_{ij}(\mathbf{k}, \omega)\,|_{\omega=0} = -\frac{D_0}{\nu^2}\int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^d}\frac{1}{[(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2]^{d/2-1+\varepsilon/2}}\frac{1}{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2+q^2}\times$$
$$\times\left[\delta_{ij}\frac{k^2q^2-(\mathbf{kq})^2}{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2}-2q_iq_j\frac{\mathbf{kq}}{q^2}\right] \tag{4.1}$$

Используя правила вычисления фейнмановских интегралов [15], после выполнения интегрирования по q и вычитания вклада контрчленов будем иметь

$$\Sigma(k, 0) = -\frac{D_0k^2}{\nu^2}\Gamma\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)(k^{-\varepsilon}-\mu^{-\varepsilon})A(d, \varepsilon)$$

$$A(d, \varepsilon) = \frac{1}{(4\pi)^{d/2}\Gamma(^1/_2(d+\varepsilon))}\times$$

$$\times\int_0^1 \eta^{d/2-1}\,d\eta\left\{\frac{d+\eta}{4^{1-\varepsilon/2}}\eta^{\varepsilon/2}(1-\eta^2)^{-\varepsilon/2}-\eta(1-\eta)^{-\varepsilon/2}\right\} \tag{4.2}$$

и в низшем приближении теории возмущений для $F(x, y, g)$ найдем

$$F(x, y, g) \simeq g+\frac{\Gamma(\varepsilon/2)\,y^\varepsilon}{g^2}(x^{-\varepsilon}-1)A(d, \varepsilon) \tag{4.3}$$

Из (4.3) видно, что зависящая от x часть функции $F(x, y, g)$ имеет полюсную особенность при $\varepsilon=0$. Согласно методу размерной регуляризации расходящихся интегралов в квантовой теории поля эта особенность отражает наличие логарифмической расходимости оператора собственной энергии $\Sigma(k, 0)$ при $\varepsilon=0$. Логарифмическая расходимость означает, что структура моды k определяется по теории возмущений ее взаимодействием с модами всех масштабов, т. е. производится учет как локальных, так и нелокальных взаимодействий. Однако в методе РГ теория возмущений используется только для нахождения РГ-функции $\beta(y, g)$, иными словами, для определения поведения $F(x, y, g)$ вблизи точки нормировки $x=1$ ($k=\mu$).

Для оценки относительных вкладов в β-функцию от локальных и нелокальных взаимодействий произведем обрезание вкладов взаимодействий данной моды k с крупномасштабными и мелкомасштабными модами путем введения фейнмановского обрезающего множителя вида

$$K(q^2)=\frac{q^2}{q^2+m^2}\frac{M^2-m^2}{q^2+M^2},\qquad m^2\to 0,\qquad M^2\to\infty$$

Введение этого множителя осуществляется с помощью замены под знаком интеграла для $\Sigma(k, 0)$ в (4.1)

$$\frac{1}{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2}\to\frac{K[(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2]}{(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2}=\int\limits_{m^2}^{M^2}\frac{d\sigma}{[(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2+\sigma]^2},$$

Тогда вклад в Σ от крупномасштабных мод $q\to 0$ будет определяться зависимостью Σ от параметра m^2, а вклад мелкомасштабных мод $q\to\infty$ будет характеризоваться зависимостью от M^2. При $\varepsilon=0$ зависимость Σ от параметров обрезания m^2 и M^2 будет логарифмической, однако вычисление представляющей непосредственный интерес функции $\beta(y, g)$ при $\varepsilon=0$ показывает, что для нее вклад отброшенных крупномасштабных мод $q^2<m^2$ пропорционален m^2/k^2, а вклад отброшенных мелкомасштабных мод $q^2>M^2$ пропорционален k^2/M^2.

Таким образом, при $\varepsilon=0$ функция $\beta(y, g)$ определяется локальными связями между пространственными или временными масштабами [5]. Соответствующая $\varepsilon=0$ «логарифмическая теория» выделяется среди других возможных вариантов тем, что она является перенормируемой и масштабно-инвариантной. Переход к «реальной теории» $\varepsilon=4$ осуществляется с помощью аналитического продолжения по ε. При этом определение амплитудных коэффициентов $A(d, \varepsilon)$ при $\varepsilon=0$ соответствует как бы нахождению вычетов при полюсе, расположенном в точке $\varepsilon=0$. Однако в действительности подобное продолжение неправомерно, так как интеграл $A(d, \varepsilon)$ неаналитичен по ε в области $\varepsilon\geqslant 2$, в частности он содержит полюсы при $\varepsilon=2, 4, \ldots$ Эти полюсы связаны с наличием расходимости интегралов в области малых волновых чисел, отражающих сильное взаимодействие моды k с крупномасштабными модами. Пренебрежение этими полюсными особенностями при аналитическом продолжении по ε от $\varepsilon=0$ к $\varepsilon=4$ соответствует отбрасыванию кинематических эффектов переноса, несущественных при рассмотрении динамики формирования стационарного режима развитой турбулентности.

5. Основное содержание работы заключается в утверждении, что метод РГ в сочетании с ε-разложением представляет собой способ учета локальных в пространстве волновых чисел межмодовых связей, что согласуется с общими взглядами Вилсона на РГ-подход как на метод описания нелинейной системы, состоящей из очень большого числа мод различных масштабов при отсутствии выделенного характерного масштаба [5]. Предположение о возможности аналитического продолжения по ε из окрестности точки $\varepsilon=0$ соответствует пренебрежению нелокальными взаимодействиями, которые описывают эффекты переноса и не участвуют в формировании энергетического спектра. Тем самым решается поставленная еще в 1941 г. Колмогоровым задача отделения динамических (локальных) межмодовых

взаимодействий от кинематических (прямых или нелокальных) взаимодействий.

Из проведенного рассмотрения также следует, что успех теории Яхота — Оржега при вычислении набора универсальных констант турбулентности с помощью метода РГ и ε-разложения указывает на доминирующую роль локальных взаимодействий в формировании режима развитой турбулентности в соответствии с предложенной Ричардсоном — Колмогоровым картиной. Исследование влияния нелокальных взаимодействий и связанных с ними эффектов перемежаемости и флуктуаций спектрального потока энергии лежат вне рамок изложенных методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Наука, 1967. 720 с.
2. *Кадомцев Б. Б.* Турбулентность плазмы // Вопросы теории плазмы. Вып. 4. М.: Атомиздат, 1964. С. 188—339.
3. *Захаров В. Е., Львов В. С.* О статистическом описании нелинейных волновых полей // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18. № 10. С. 1470—1487.
4. *Теодорович Э. В.* Методы теории поля в статистической гидродинамике // Методы гидрофизических исследований. Волны и вихри: Матер. 2-й Всесоюз. шк., Солнечногорск, март, 1986. Горький, 1987. С. 163—183.
5. *Wilson K. G.* The renormalization group: Critical phenomena and the Kondo problem // Rev. Mod. Phys. 1975. V. 47. № 4. P. 773—840.
6. *Forster D., Nelson D. R., Stephen M. J.* Large-distance and longtime properties of a randomly stirred fluid // Phys. Rev. 1977. V. 16A. № 2. P. 732—749.
7. *Fournier J. D., Frisch U.* Remarks on the renormalization group in statistical fluid dynamics // Phys. Rev. 1983. V. 28A. № 2. P. 1000—1002.
8. *Yakhot V., Orzsag S. A.* Renormalization group analysis of turbulence. 1. Basic theory // J. Sci. Comp. 1986. V. 1. № 1. P. 3—51.
9. *Dannevik W. P., Yakhot V., Orszag S. A.* Analytical theories of turbulence and the ε-expansion // Phys. Fluids. 1987. V. 30. № 7. P. 2021—2029.
10. *Kraichnan R. H.* Hydrodynamic turbulence and the renormalization group // Phys. Rev. 1982. V. 25A. № 6. P. 3281—3289.
11. *Kraichnan R. H.* An interpretation of the Yakhot — Orszag turbulence theory // Phys. Fluids. 1987. V. 30. № 8. P. 2400—2405.
12. *Kraichnan R. H.* Kolmogorov's constant and local interactions // Phys. Fluids. 1987. V. 30. № 6. P. 1583—1585.
13. *Mc Comb W. D.* Renormalization group methods applied to the numerical simulation of fluid turbulence // Theoret. Appr. Turbulence. N. Y.: Springer Verlag, 1985. P. 187—207.
14. *Гледзер Е. Б.* О «законе 2/3» теории турбулентности и оценке содержащейся в нем постоянной на основе редукции уравнений гидродинамики // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. Вып. 3(9). С. 818—825.
15. *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984. 600 с.
16. *Теодорович Э. В.* К вычислению турбулентной вязкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 4. С. 29—36.
17. *Теодорович Э. В.* Вычисление турбулентной вязкости на основе метода ренормгруппы // Докл. АН СССР. 1988. Т. 299. № 4. С. 836—839.
18. *Теодорович Э. В.* Явления турбулентного переноса и метод ренормализационной группы // ПММ. 1988. Вып. 2. С. 218—224.

Москва

Поступила в редакцию
27.XII.1988