

УДК 533.6.011.5

© 1990 г.

С. И. АРАФАЙЛОВ

**ВЛИЯНИЕ ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЯ В УДАРНОМ СЛОЕ
НА СВЕРХЗВУКОВОЙ ПОЛЕТ**

В работе рассматривается сверхзвуковое обтекание удлиненного осесимметричного тела при наличии области энерговыделения между поверхностью тела и ударной волной. С помощью таких областей можно изменять аэродинамические характеристики летящего тела и влиять на полет путем уменьшения или увеличения коэффициента сопротивления (см., например, [1, 2]) либо путем создания дополнительной подъемной силы или аэродинамического момента [3]. Ниже на основе простейшей модели стационарного обтекания тела с источником энерговыделения выясняется вопрос, какие параметры должны иметь источники энергии, чтобы управляющая сила (в данном случае подъемная) при заданном расходе энергии в единицу времени была максимальной.

1. Обтекающий газ предполагается невязким, нетеплопроводным и его движение описывается системой уравнений Эйлера, которая замкнута уравнением энергии

$$\frac{d}{dt} \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = q$$

Функция q предполагается известной и зависящей только от координат, связанных жестко с летящим телом, влияние параметров газа на процесс поглощения энергии не учитывается. Путем расчета газодинамических уравнений определялась нормальная составляющая аэродинамической силы и аэродинамический момент, зависящие в данном случае для конкретной обтекаемой конфигурации от числа Маха набегающего потока M_∞ и угла атаки α . Наибольший интерес представляет, по-видимому, величина нормальной силы F_e , действующей на тело, летящее под таким углом α_e , при котором суммарный аэродинамический момент равен нулю [3], т. е. возмущение момента, вызванное источником энергии q , уравновешивается за счет изменения угла атаки. Предположив, что и момент и нормальная сила линейно зависят от угла атаки, получим

$$F_e = F_n(q) - M_z(q)/\delta \tag{1.1}$$

где F_n и M_z — обусловленные энерговыделением нормальная сила и аэродинамический момент при нулевом угле атаки, δ — расстояние между z_c — центром масс обтекаемого тела и z_p — фокусом давления по углу атаки.

Источники энерговыделения могут быть различны по интенсивности и по форме. В данной работе рассматривались два наиболее характерных параметра интенсивности — безразмерная нормированная мощность источника Q [4] и энергия, потребляемая источником за единицу времени I

$$Q = \frac{\langle q \rangle L_q}{\langle u \rangle^3}; \quad I = \int_{V_q} \rho q \, d\tau$$

Здесь V_q — область, занятая источником (только внутри V_q значение q не равно нулю), $\langle q \rangle$ и $\langle u \rangle$ — средние величины плотности энергии и

скорости в V_q , L_q — характерный размер V_q по направлению набегающего потока.

Величина параметра Q характеризует отношение энергии, приобретенной частицей потока за время прохождения источника, к ее кинетической энергии, и при $Q \ll 1$ можно утверждать, что возмущения, созданные источником, относительно невелики. Далее такие источники будут называться слабыми [4].

Целью расчетов было определение максимального значения величины $F_I = F_e/I$ и источника q , обеспечивающего этот максимум. Проводился поиск оптимального q среди всевозможных функций, определенных между телом и ударной волной. Очевидно, предположение о том, что можно создать произвольную функцию q , не имеет физического обоснования, однако параметры оптимальных источников, обеспечивающих максимум удельной силы F_e/I , представляют определенный интерес, являясь «эталоном» для физически осуществимых функций q , соответствующих реальному процессу энерговыделения. Приближение реального источника к оптимальному обеспечивает наибольшую эффективность энергетического воздействия.

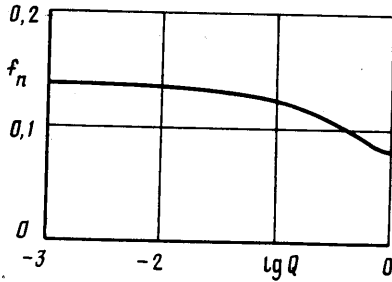
Была проведена серия расчетов, схема которых изложена в [3], для определения эффективности воздействия областей энерговыделения на коническое тело длины $L_k = 1,91$ со сферическим затуплением радиуса $R_s = 0,139$, углом полураствора $\beta_k = 10^\circ$ и запасом устойчивости $\delta/L_k = 0,1$. Центр тяжести z_c располагался на расстоянии 1,0 от вершины тела. При расчетах сравнивалась эффективность источников одинаковой формы: $q(z; r; \vartheta) = Q/Q_0 q_0(z; r; \vartheta)$, где z, r и ϑ — цилиндрические координаты, ось которых совпадает с осью симметрии обтекаемого тела; Q_0 — нормированная мощность источника q_0 , который задавался следующим образом: внутри области V_q полагалось, что $q_0 = \text{const}$, а вне V_q энерговыделение отсутствует.

На фиг. 1 приведены результаты расчетов величины $f_n = F_n(p_\infty/\rho_\infty)^{0,5}/I$ для таких источников в зависимости от параметра Q при числе M_∞ набегающего потока, равном 10. Область V_q была задана соотношениями $|\vartheta| \leq 15^\circ$; $z > L_k - 0,2$; $r - r_T(L_k) + (L_k - z)0,2$.

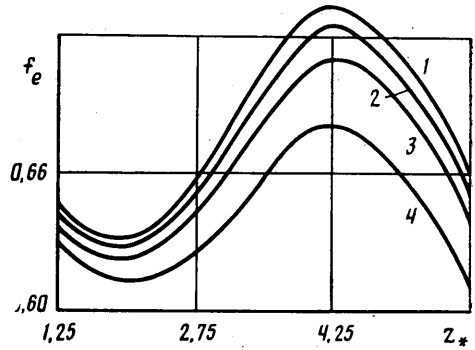
В последнем соотношении множитель 0,2 выбран так, чтобы все C_+ -характеристики, проходящие через V_q , попадали на поверхность тела. На фиг. 2 показаны результаты расчетов безразмерной функции $f_e = F_e(p_\infty/\rho_\infty)^{0,5}/I$ при обтекании потоком $M_\infty = 3$. Нормированная мощность источника $Q = 0,024-1$; 0,048-2; 0,097-3; 0,193-4. Положение V_q зависит от параметра z_* и задано соотношениями $|\vartheta| \leq 15^\circ$; $|z - z_*| \leq 0,25$; $r - r_T \leq (r_b - r_T)/2$.

В этих выражениях $r_T(z)$ и $r_b(z)$ — функции поверхности тела и ударной волны. Характерной особенностью приведенных результатов вычислений, а также остальных результатов подобных численных экспериментов для различных функций q_0 является то, что максимум F_I всегда достигался при $Q \rightarrow 0$, причем $\partial F_I / \partial Q \rightarrow 0$. Экстраполируя этот результат на любую функцию q_0 , получаем предположение о том, что оптимальные источники находятся среди слабых: $Q \ll 1$.

Возмущения, создаваемые слабыми источниками, достаточно точно описываются линеаризованной системой газодинамических уравнений. Из линейности системы нетрудно вывести некий принцип максимума: если имеется оптимальный источник, обеспечивающий максимум величины $F_I = F_e/I$, то и любая из его частей также будет создавать максимальную силу, отнесенную к мощности этой части, и, таким образом, также будет оптимальным источником. Все это означает, что источник можно считать точечным — его размеры много меньше характерных размеров задачи обтекания. Поиск параметров оптимального источника сводится к определению всего двух величин — z_q и r_q — координат экстремальной точки (или множества точек) функции для точечного источника.



Фиг. 1



Фиг. 2

Нормальная сила и момент тангажа рассчитывались по следующим формулам:

$$F_n = 2 \int_0^{L_k} r_T dz \int_0^\pi p \cos \vartheta d\vartheta$$

$$M_z = 2 \int_0^{L_k} r_T \left(z - z_c + r_T \frac{dr_T}{dz} \right) \int_0^\pi p \cos \vartheta d\vartheta$$
(1.2)

Остальные компоненты аэродинамического момента нулевые, поскольку здесь рассматривались только источники, симметричные относительно плоскости $\vartheta=0$, а центр тяжести полагался лежащим на оси симметрии.

Из формулы (1.1) легко получить соотношение

$$F_T \delta = \int_0^{L_k} \Phi dz - (L_k - z_p) \Phi(L_k) - \int_0^{L_k} f(r_T) dr_T$$
(1.3)

$$f(z) = 2r_T(z) \int_0^\pi \frac{p}{I} \cos \vartheta d\vartheta; \quad \Phi(z) = \int_0^z f(z) dz$$

Эффективность источника представлена в виде функционала от Φ . Последний член в этой формуле равен нулю для цилиндрических тел и относительно невелик для тонких тел. Формула (1.3) позволяет геометрически интерпретировать функцию влияния F_T . Величина эффективности с множителем δ равна площади под Φ , из которой вырезан четырехугольник размером $(L_k - z_p) \Phi(L_k)$. На врезке к фиг. 3 изображена характерная форма функции Φ и заштрихована область, по площади равная $F_T \delta$.

Из (1.3) следует, что положение и форма слабого источника не зависят от координаты центра тяжести, поскольку z_c входит лишь в левую часть (1.3) и в равной мере влияет на эффективность любого источника. Изменение z_c проявляется в том, что пропорционально $\delta = z_p - z_c$ уменьшается величина эффективности. Для этого вывода существенно было предположение о линейной зависимости нормальной силы и момента тангажа от угла атаки.

Нетрудно проверить, что если в качестве показателя эффективности источника взять не нормальную силу F_n , а подъемную F_y , то обнаружится зависимость положения оптимального источника от положения центра тяжести.

Форма функции Φ слабо меняется с перемещением источника вдоль оси симметрии. Если же происходит обтекание цилиндрического тела од-

нородным потоком, то форма Φ неизменна при неизменности расстояния источника от оси z . Таким образом, можно качественно оценить положение оптимальных источников, пользуясь формулой (1.3) и формой функции Φ , характерной для источников малых линейных размеров, — минимума величина F_I достигает вблизи кромки донного среза, причем величина этого минимума близка по своему значению к $(L_k - z_p)/\delta \max \Phi$; максимум F_I располагается на характерном расстоянии от кромки донного среза, близком к размеру положительной части функции Φ .

2. Как было показано, наиболее эффективные источники должны иметь малый размер — точечный. Решать систему газодинамических уравнений для случая обтекания произвольных тел можно только численно. Счетная сетка для линейно малых источников должна быть весьма мелкая, иначе схема не «почувствует» наличия источника. Таким образом, размеры источника, который можно с достаточной точностью рассчитать на ЭВМ, ограничены снизу возможностью этой вычислительной машины. Аналитические же методы не позволяют рассчитывать неоднородный поток между поверхностью тела и ударной волной. Однако уровень неоднородности такого течения невелик, поэтому источники в реальном потоке могут быть аппроксимированы с небольшой погрешностью источником в однородном потоке.

Поле возмущений в течении со слабыми источниками энерговыделения и в присутствии тонких заостренных тел потенциально. В однородном потоке потенциал возмущений скоростей и давление определяются решением

$$c^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} - \Delta \Phi = -\frac{\gamma-1}{a} q; \quad p = -\rho_\infty u_\infty \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

где a и $c = \sqrt{M_\infty^2 - 1}$ — скорость звука и функция числа Маха набегающего потока. Решение этого уравнения ищется в виде

$$\Phi = \Phi_q + \Phi_b + \Phi_s$$

$$\Phi_q(x; y; z) = -\frac{\gamma-1}{4\pi a c_0} \int_{cR < z-\xi}^z d\xi \int \frac{q(\eta; \xi; \xi) d\eta d\xi}{\sqrt{(z-\xi)^2 - c^2 R^2}}$$

$$R = \sqrt{(x-\eta)^2 + (y-\xi)^2}$$

$$\Phi_b(z; r; \theta) = \frac{u_\infty}{2\pi} \int_0^{z-cr} \frac{g_1(\xi) + \alpha \cos \theta (z-\xi) g_2(\xi)}{\sqrt{(z-\xi)^2 - c^2 r^2}} d\xi$$

где Φ_q — решение, соответствующее задаче Коши [5], Φ_b — потенциал обтекания тонкого осесимметричного тела без энерговыделения, g_1 и g_2 определяются из условия непротекания [6], в частности алгоритм определения g_1 описан в [7]; Φ_s — решение однородного волнового уравнения с граничным условием

$$\mathbf{n}_b \nabla \Phi_s = -\mathbf{n}_b \nabla \Phi_q \quad (2.1)$$

где \mathbf{n}_b — нормаль к поверхности тела.

Φ_b зависит линейно от α и не зависит от I , Φ_q и Φ_s — не зависят от угла атаки и определяются источником. Если рассмотреть однопараметрическое семейство источников $q(z; r; \theta) = I/I_0 q_0(z; r; \theta)$, где I_0 — мощность q_0 , то в случае удовлетворения соотношения $I \ll \rho_\infty S_q u_\infty^3$, соответствующего условию слабости источников $Q \ll 1$ (S_q — характерное сечение источника), Φ_q и Φ_s будут линейно зависеть от параметра мощности I .

Используя формулы (1.2), можно получить

$$F_n = \alpha F_t + I F_q; \quad M_z = \alpha M_t + I M_q \quad (2.2)$$

$$F_t = \int_0^{L_k} H dz; \quad M_t = \int_0^{L_k} H \left(z - z_c + r_T \frac{dr_T}{dz} \right) dz$$

$$H = - \frac{\rho_\infty u_\infty^2 r_T}{2} \int_0^{z - cr_T(z)} \frac{g_2'(\xi) (z - \xi) d\xi}{\sqrt{(z - \xi)^2 - [cr_T(z)]^2}}$$

Коэффициенты F_t ; M_t ; F_q и M_q не зависят от параметров α и I и при заданном I определяют всю динамику тела. При малых углах и слабых источниках вид зависимости (2.2) будет выполняться не только для тонких заостренных тел, но и для удлиненных затупленных. Коэффициенты F_t , M_t , F_q и M_q в этом случае вычисляются после численного интегрирования системы газодинамических уравнений. Формула (1.1) есть следствие (2.2), поскольку $\delta = M_t/F_t$.

Определить φ_s , а следовательно, и F_q несложно в некоторых частных случаях, например при обтекании плоскости, расположенной параллельно набегающему потоку или поверхности, близкой к такой плоскости. Условие непротекания на поверхности $x=0$ в этом случае (ось z совпадает с направлением набегающего потока) обеспечивается методом фиктивного источника: $\varphi_s(x; y; z) = \varphi_q(-x; y; z)$. Это позволяет легко найти $\Phi(z)$ и эффективность F_t . В частности, для точечного источника $q = I/\rho_\infty \delta(x - x_q) \delta(y - y_q) \delta(z - z_q)$ легко получить

$$\Phi(z) = \frac{\gamma - 1}{a} \frac{M_\infty}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \chi(z - z_q + cx_q) \quad (2.3)$$

где $\delta(x)$ — δ -функция Дирака, $\chi(x)$ — функция Хевисайда. Линейная плотность силы в (2.3) рассчитывалась по формуле

$$f(z) = \frac{2}{I} \int_0^{z_*} p(x; y; z) dy; \quad z_* = \sqrt{(z - z_q)^2 - c^2 x_q^2} \quad (2.4)$$

Из (2.3) получаем, что минимум F_t для точечного источника находится на характеристике, проходящей через кромку донного среза плоскости, и равен по абсолютной величине $(\gamma - 1)/a M_\infty / \sqrt{M_\infty^2 - 1} (L_k - L_p) / \delta$.

Формулу (2.4) формально можно переписать

$$f(z; z_q) = \frac{1}{I} \int_{-z_*}^{z_*} p(z - z_q; y - y_q) dy = - \frac{1}{I} \int_{-\infty}^{\infty} p(z - z_q; y - y_q) dy_q$$

Теперь величину f можно представлять не только как линейную плотность нормальной силы, действующей со стороны точечного источника мощности I в трехмерной задаче, но и просто как величину давления, действующего на плоскость со стороны источника, вытянутого в нить перпендикулярно набегающему потоку и параллельно плоскости, единичный отрезок которой имеет мощность I , т. е. трехмерная задача определения $f(z)$ и $\Phi(z)$ сводится в случае плоскости к двумерной. Очевидно, что аналогичным образом можно упростить и задачу обтекания осесимметричного тела. Решение же плоской волновой неоднородной задачи весьма простое

$$p = \frac{\gamma - 1}{2a} \frac{\rho_\infty M_\infty}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \int_0^z [q(\xi; z - c(y - \xi)) + q(\xi; z + c(y - \xi))] d\xi$$

Точечный источник возмущает, таким образом, поле течения только на характеристиках. В случае наклонной к потоку плоскости на угол α

для обеспечения условия непротекания можно ввести фиктивный источник, мощность которого в $(c + \operatorname{tg} \alpha)/(c - \operatorname{tg} \alpha)$ раз слабее основного. Давление на такой плоскости определяется формулой

$$p(z) = \frac{\gamma - 1}{a} \frac{IM_\infty}{c + \operatorname{tg} \alpha} \delta(z - z_*)$$

где z_* — точка прихода характеристик от источников, основного и фиктивного, на плоскость. Переходя от плоского к пространственному случаю, можно получить выражение для Φ , учитывая, что мощность точечного источника была равна I

$$\Phi(z) = \frac{\gamma - 1}{a} \frac{M_\infty}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{\chi(z - z_*)}{(1 + \operatorname{tg} \alpha/c)(1 + c \operatorname{tg} \alpha)} \quad (2.5)$$

Выражениями (2.3) и (2.5) удобно пользоваться для оценки воздействия точечных источников, когда они расположены вблизи кромки донного среза, либо для оценки асимптотического поведения функции Φ в окрестности точки z_* — прихода на поверхность характеристики от источника, т. е. когда размер области влияния источника много меньше кривизны поверхности тела. В частности, можно заключить, что минимум F_I достигается на кромке донного среза, причем

$$\min F_I = \frac{z_p - L_h}{z_p - z_c} \frac{M_\infty}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{\gamma - 1}{a} \quad (2.6)$$

поскольку функция Φ испытывает скачок от нуля до величины $(\gamma - 1)M_\infty / (a\sqrt{M_\infty^2 - 1})$ в точке прихода характеристики.

Кроме того, необходимо отметить, что (2.5) есть результат точного решения волнового уравнения, полученного из уравнений газовой динамики в предположении $\alpha \ll 1$, поэтому естественно выбросить соответствующие малые члены. Но это не означает, что и члены $c \operatorname{tg} \alpha$, входящие в (2.5), так же малы, поскольку волновое уравнение справедливо и для гиперзвукового случая.

3. Для более детального расчета функции Φ необходимо решить волновое уравнение с краевыми условиями (2.1). Такое решение строилось методом отыскания плотности σ поверхностью распределенного потенциала

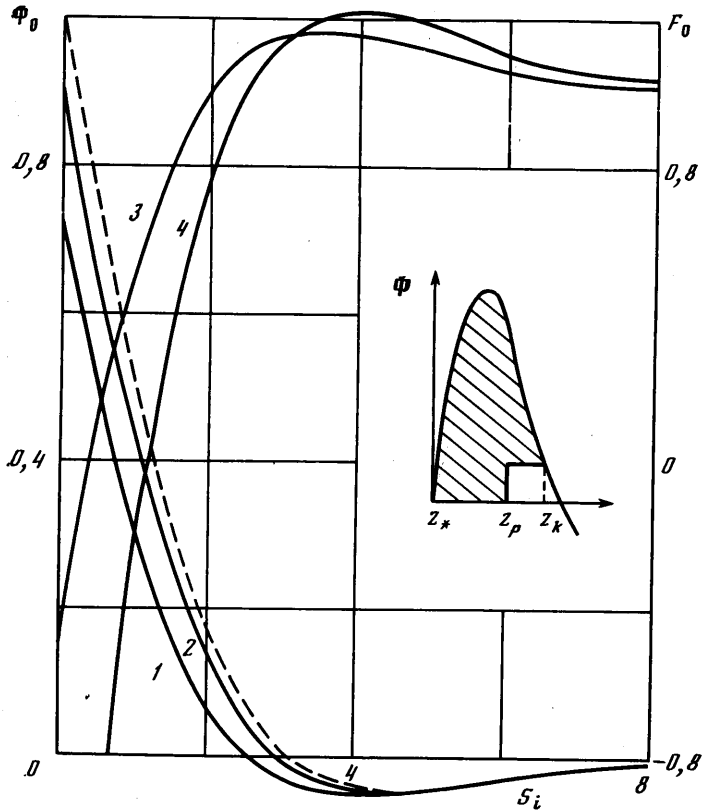
$$\Phi_*(z; r; \theta) = \int_0^{G(z; r)} r_T d\xi \int_{-\Omega}^{\Omega} \frac{\sigma(\xi; \omega) d\omega}{\sqrt{(z - \xi)^2 - c^2 R^2}} \quad (3.1)$$

где $G(z; r)$ — z -координата точки на поверхности обтекаемого тела, из которой характеристика приходит в точку наблюдения. В частности, $G(z; r_T(z)) = z$; R — расстояние между точкой наблюдения $(z; r; \theta)$ и точкой интегрирования $(\xi; r_T(\xi); \omega)$. Условие непротекания (2.1), таким образом, есть нелинейное интегральное уравнение Вольтерра второго рода для функции σ , зависящей от двух переменных. После непосредственной подстановки (3.1) в (2.1) получается

$$\sigma(z; \theta) = \frac{c}{\pi} \frac{1 - cr_T'}{1 + r_T'} \left[\frac{\partial \Phi_q}{\partial r} - r_T' \frac{\partial \Phi_q}{\partial z} + \int_0^z F(\sigma; z; \xi) d\xi \right] \quad (3.2)$$

где F — функционал от σ , получающийся при дифференцировании (3.1), причем $F(\sigma; z; z) = \pi\sigma/2cr_T$. Это свойство означает несущественность нелинейности уравнения (3.2), которое поэтому легко решить численно, используя интерполяционные формулы.

Результаты такого интегрирования для точечных источников и цилиндрических тел представлены на фиг. 3. Безразмерная комбинация $\Phi_0 = ac\Phi/(M_\infty(\gamma - 1))$ зависит от безразмерной переменной $s_1 = (z - z_*)/cr_T$ и от расстояния от источника до оси тела r_q/r_T . Кривым 1 и 2 соответствуют значения параметра r_q/r_T , равные 1,9038 и 1,2122. Штриховая линия, соответствующая $r_q = r_T$, получена линейной экстраполя-



Фиг. 3

цией по параметрам $r_0/r_T=1,0985$ и $1,2122$. Для такого источника, лежащего на поверхности тела, на фиг. 3 изображена функция влияния $F_0=aF_I/(M_\infty(\gamma-1))$, зависящая от $s_2=(L_k-z_*)/cr_T$ — удаления источника от кромки донного среза и от расположения центра давления z_p . Кривые 3 и 4 соответствуют значениям параметра $(L_k-z_p)/cr_T$, равным 0,5 и 2,0. Для конических тел небольшого раствора результаты получились весьма близкие к изображенным на данной фигуре. Характерные особенности полученных результатов: величина влияния F_I падает с удалением источника от поверхности тела; при удалении источника от кромки донного среза F_I растет и на расстоянии порядка $4cr_T$ достигает максимума — положение максимума слабо зависит от координаты центра давления z_p .

Для осесимметричных тел интегральное уравнение можно несколько упростить — избавиться от переменной ϕ , воспользовавшись тем фактом, что нормальная сила есть один из коэффициентов разложения в ряд Фурье распределения давления на теле $p(z; \phi)$ (см. (1.2), (1.3)). В соответствии с этим

$$\Phi_n = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n \cos n\phi$$

Нетрудно проверить, что $\varphi_n \cos n\phi$ удовлетворяет волновому уравнению, а φ_n — уравнению

$$c^2 \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_n}{\partial r} + \frac{n^2}{r^2} \varphi_n \quad (3.3)$$

Функция, удовлетворяющая (3.3), вне оси z может быть представлена в виде

$$\varphi_n = \int_0^{z-cr} \frac{g_n(\xi) J_n(r; z-\xi)}{\sqrt{(z-\xi)^2 - c^2 r^2}}$$

где $g_n(z)$ — произвольная функция, которую можно подобрать так, чтобы выполнялось граничное условие непротекания; функции J_n легко получить, воспользовавшись

рекуррентным соотношением $\varphi_{n+1} = r^n \partial(\varphi_n/r^n)/\partial r$. В частности, $J_0=1$; $J_1=(z-\xi)/r$. Поскольку для коэффициента нормальной силы достаточно $n=1$, можно сразу записать условие непротекания на поверхности $r=r_\tau(z)$ являющееся линейным уравнением Вольтерра первого рода для функции

$$\frac{1}{r_\tau} \int_0^{z-cr_\tau} \frac{g_1(\xi)(z-\xi)}{\sqrt{(z-\xi)^2 - c^2 r^2}} \left(r_\tau' + \frac{z-\xi}{r_\tau} \right) d\xi = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{\partial \varphi_q}{\partial r} - r_\tau' \frac{\partial \varphi_q}{\partial z} \right) \cos \vartheta d\vartheta \quad (3.4)$$

Результаты решения волнового уравнения с помощью формулы (3.4) с большой точностью совпадают с вычислениями по формуле (3.2), однако время расчета на ЭВМ в случае использования формулы (3.4) на два порядка меньше.

Величину скачка функции Φ в точке $z=z_*$ в зависимости от удаления точечного источника от поверхности тела несложно вычислить. Из интегрального уравнения (3.2) при стремлении $(L_k-z)/cr_\tau$ к нулю получается, что на поверхности тела $\partial\varphi_q/\partial z$ равно $\partial\varphi_q/\partial r/c$ с точностью до малых порядка $(L_k-z)/cr_\tau$. Используя известное распределение $\partial\varphi_q/\partial r$ для точечного источника, отбрасывая малые второго порядка, из формулы (1.3) получаем

$$f(z) = \frac{\gamma-1}{a} \frac{M_\infty}{\sqrt{M_\infty^2-1}} \sqrt{\frac{r_\tau}{r_q}} \delta(z-L_k) \quad (3.5)$$

Эта формула согласуется с большой точностью с расчетами, результаты которых изображены на фиг. 3, и объясняет характер падения эффективности источника F_I при удалении его от поверхности обтекаемого тела.

4. Обтекание источника малого размера вблизи поверхности затупленного тела качественно не должно отличаться от обтекания слабого точечного источника и тонкого тела, поскольку уровень неоднородности потока между телом и ударной волной в сверхзвуковой области даже при небольшом удалении от звуковой поверхности относительно невелик. Формула (2.6) должна хорошо предсказывать и в количественном отношении влияние слабых источников небольших размеров, поскольку в области влияния источника поток уже достаточно однороден. Хорошая точность формулы (2.6) подтверждается численными расчетами обтекания затупленных тел. Таким образом, для определения одного из экстремумов (минимума) функции влияния F_I достаточно провести расчет осесимметричного обтекания и получить параметры потока на кромке донного среза. Для тел простой формы такие параметры имеются в известных таблицах обтекания.

Второй экстремум — максимум функции F_I для источника у поверхности — в нелинейном случае на основании линейной теории оценивается не очень точно

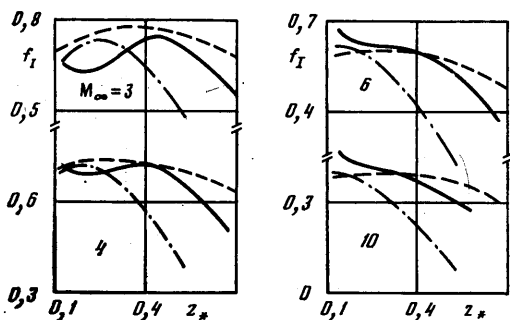
$$\max F_I \approx \frac{\gamma-1}{a} \frac{1,2r_\tau M_\infty}{z_p - z_c} \quad (4.1)$$

В результате получаем оценку отношения абсолютных величин эффективности

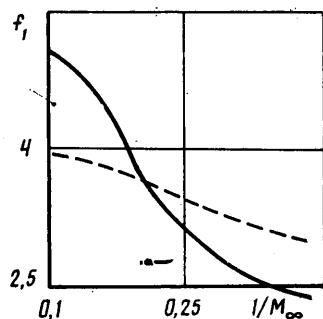
$$\frac{|\min F_I|}{\max F_I} \approx \frac{L_k - z_p}{1,2r_\tau \sqrt{M_\infty^2 - 1}} \quad (4.2)$$

Данный критерий позволяет сравнивать эффективность двух возможных расположений источника — при небольшом числе Маха либо при большом удалении центра давления z_p от донного среза источника, расположенные перед кромкой донного среза, наиболее эффективно воздействуют на тело; при большой величине M_∞ либо малой относительной удлиненности тела эффективнее оказываются источники, обеспечивающие максимум функции F_I , расположенные на расстоянии приблизительно $4cr_\tau$ от кромки донного среза.

Для проверки влияния неоднородности потока и нелинейности граничных условий на ударной волне были проведены сравнительные расчеты численным методом и аналитически — с помощью формулы (3.4) для затупленного конуса, параметры которого описаны в разд. 1, и области энерговыделения, заданной соотношениями: $|\vartheta| \leq 15^\circ$; $|z-z_*| \leq 0,25$; $|(r-r_\tau)/$



Фиг. 4



Фиг. 5

$|(r_b - r_T) - \xi_*| \leq 0,25$. Такой источник рассматривался как приближение точечного. Грубость такого приближения обусловлена ограниченностью возможностей ЭВМ БЭСМ-6, на которой проводились расчеты. Более мелкий источник приведет к ощутимой погрешности численного решения. Таким образом, различие численного и аналитического решений было обусловлено не только неоднородностью потока, но и наличием линейных размеров у источника.

Положение источника задавалось параметрами ξ_* и z_* . На фиг. 4 изображены зависимости $f_I = F_I(z_*) (p_\infty / \rho_\infty)^{0,5}$ для $\xi_* = 0,25$ (сплошная линия) и 0,75 (штрихпунктирная линия) при различных числах M_∞ набегающего потока. Штриховой линией нанесен результат решения аналитической задачи для однородного потока с осредненным параметром $\sqrt{M_\infty^2 - 1}$ и скоростью звука a .

Небольшие отличия в распределениях величины F_I , полученных численно и аналитически, объясняется, во-первых, большим радиальным размером источников в неоднородном потоке, которые увеличиваются с отходом ударной волны от поверхности тела. Согласно формуле (3.5), падение эффективности источника при удалении от поверхности тела связано с кривизной сечения тела. Во-вторых, с приближением к головной части растет местная скорость звука и близко у звуковой поверхности она становится намного больше осредненной величины, что также уменьшает эффективность источника. Эти два фактора проявляются в том, что кривая эффективности на фиг. 4 имеет более крутой наклон при удалении от оптимального положения, чем кривая аналитического приближения. Качественное отличие кривых эффективности наблюдается лишь у звуковой поверхности. Рост эффективности источника с приближением к дозвуковой области трудно объяснить с точки зрения полученных результатов линейной теории. Этот рост обусловлен тем, что возмущения источника, отразившись от поверхности ударной волны, из-за крутого наклона характеристической поверхности к линии тока, «успевают» попасть на тело в кормовой части, что существенно повышает величину F_I , особенно для больших чисел M_∞ . Из-за этого же эффекта удаление источника от поверхности тела вблизи звуковой линии слабо сказывается на показателе F_I .

На фиг. 5 изображены безразмерные величины $f_I = \max F_I V_\infty$ (сплошная линия) и $f_I = -\min V_\infty F_I$ (штриховая линия) в зависимости от $1/M_\infty$. Согласно формуле (4.2), при уменьшении числа Маха наиболее эффективными становятся источники, расположенные перед кромкой донного среза, и данный график подтверждает этот вывод — при M_∞ , большем ~ 5 , оптимальный источник находится либо вблизи звуковой поверхности, либо на расстоянии порядка $4r_T \sqrt{M_\infty^2 - 1}$ от кромки донного среза. Величину эффективности такого источника можно оценить по формуле (4.1). При M_∞ , меньшем ~ 5 , место положения и влияние F_I источника определяются довольно точно — с помощью формулы (2.6).

В заключение автор приносит искреннюю благодарность Стулову В. П. за внимание к данной работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баргльме Ф.* Газодинамика горения. М.: Энергоиздат, 1981. 279 с.
2. *Фоллэ М. И.* Влияние малого теплопровода у кормовой поверхности тонкого осесимметричного тела на его аэродинамические характеристики // *Неравновесные течения газа с физико-химическими превращениями.* М.: Изд-во МГУ, 1985. С. 68–77.
3. *Арафайлов С. И.* Влияние энерговыделения в ударном слое на сверхзвуковой полет тел // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1987. № 4. С. 178–182.
4. *Краснобаев К. В.* Сверхзвуковое обтекание слабых источников излучения // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1984. № 4. С. 133–136.
5. *Курант Р.* Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964. 830 с.
6. *Краснов Н. Ф.* Аэродинамика. Т. 2. М.: Выш. шк., 1976. 364 с.
7. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика. Т. 2. М.: Физматгиз, 1963. 727 с.

Москва

Поступила в редакцию
20.XII.1988