

УДК 532.59:537.84

© 1990 г.

Ю. Н. ГОРДЕЕВ, В. В. МУРЗЕНКО

**УСТАНОВИВШИЕСЯ ВОЛНОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ СЛАБО
ПРОВОДЯЩЕГО ГАЗА В ПОПЕРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
ПОЛЯХ**

Теоретическое и экспериментальное исследование движения слабо проводящего газа ($Re_m \ll 1$) в МГД-канале проводилось в [1–3]. В [1] в результате численного моделирования распространения ударной волны в слабо проводящем газе показано образование скачка торможения. Формирование такого скачка аналитически исследовано в [2] путем решения автоматической задачи. В [3] представлены экспериментальные наблюдения образования и развития ударной волны торможения при движении слабо проводящего газа через поперечное магнитное поле.

В данной работе рассматривается течение газа в МГД-канале в поперечных магнитном и электрическом полях. Исследуются установившиеся течения газа, возникающие при установлении равновесия между силами гидравлического сопротивления и ponderomotorными силами. Анализируются условия существования такого стационарного режима течения, анализируются его свойства.

1. Постановка задачи. Рассмотрим течение вязкого проводящего газа в постоянных поперечных электрическом (\mathbf{E}_0) и магнитном (\mathbf{H}_0) полях ($\mathbf{H}_0 = (0, H_0, 0)$, $\mathbf{E}_0 = (0, 0, -E_0)$), стенки канала перпендикулярны оси y (фиг. 1). При $\Lambda_0 \ll 1$ ($\Lambda_0 = 4\pi\sigma E_0 l (H_0 c)^{-1}$, σ — проводимость газа, c — скорость, l — характерный размер области течения) магнитное число Рейнольдса $Re_m \ll 1$, поэтому индуцированными электромагнитными полями можно пренебречь. Будем предполагать, что теплопроводность газа достаточно высока и отвод тепла через стенки достаточно интенсивен, чтобы джоулева и вязкая диссипации не препятствовали установлению однородного распределения температуры в потоке газа. Если усреднить характеристики потока по сечению канала yz , то уравнения магнитной гидродинамики имеют вид [1]

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) = 0, \quad P = c_T^2 \rho \quad (1.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} u + u \frac{\partial}{\partial x} u \right) + \frac{\partial P}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c^{-1} \langle (\mathbf{j} \times \mathbf{H}) \mathbf{e}_x \rangle + \langle \tau_{ux} \rangle \quad (1.2)$$

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E}_0 + c^{-1} \mathbf{u} \times \mathbf{H}_0)$$

Здесь P , ρ , T — средние по сечению потока давление, плотность и температура газа; u — проекция скорости движения газа на ось x ; c_T — изотермическая скорость звука; μ — вязкость газа; $\langle \tau_{ux} \rangle$ — среднее по сечению значение проекции силы сопротивления течению газа, обусловленной возникновением поверхностных напряжений на стенках канала; \mathbf{e}_x — единичный орт в направлении оси x .

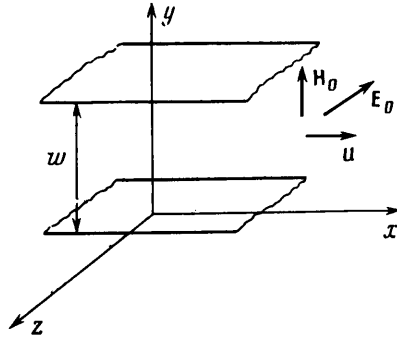
Оценка отношения гидравлической силы сопротивления к продольной силе вязкости B показывает, что $B \sim L/\delta$ [4], где L — характерная длина изменения параметров потока вдоль канала, δ — характерная длина в поперечном сечении. Ясно, что при отсутствии скачков скорости характерная длина $L \gg \delta$, и слагаемое $\mu \partial^2 u / \partial x^2$ в (1.2) становится пренебрежимо ма-

лым. Однако когда в потоке развивается ударная волна торможения, слагаемое $\mu \partial^2 u / \partial x^2$ становится существенным и его необходимо учитывать в (1.2).

При $Re_m \ll 1$ величина средней по сечению электромагнитной силы представляется в виде

$$\langle c^{-1}(\mathbf{j} \times \mathbf{H}) \mathbf{e}_x \rangle = \sigma \frac{H_0 E_0}{c} \left[1 - \frac{1}{c} \left(\frac{H_0}{E_0} \right) u \right]$$

Сила гидравлического сопротивления ($\langle \tau_{wx} \rangle$) при течении проводящего газа в шероховатом канале при больших числах Рейнольдса ($Re \gg 1$, $Re =$



Фиг. 1

$= \rho w u / \mu$; w — ширина канала) может быть аппроксимирована зависимостью [5]

$$\langle \tau_{wx} \rangle = - \left(\lambda_0 + k_1 \frac{Na}{Re} + k_2 \frac{Na^2}{Re} \right) \rho \frac{|u| u}{2w} \quad (1.3)$$

где $Na = H_0 w \sqrt{\sigma / \mu}$ — число Гартмана; λ_0 — коэффициент гидравлического сопротивления в отсутствие магнитного поля; k_1, k_2 — коэффициенты, зависящие от формы и размеров элементов шероховатости.

В выражении (1.3) первое слагаемое обусловлено гидравлическим сопротивлением краевой зоны, прилегающей к стенкам канала, в отсутствие поля, второе характеризует действие вязких сил — эффект Гартмана, последнее слагаемое связано с шунтирующим эффектом шероховатости стенок канала [5].

В безразмерных переменных система уравнений (1.1), (1.2) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t'} \rho' + \frac{\partial}{\partial x'} (\rho' u') &= 0 \\ \rho' \left(\frac{\partial}{\partial t'} u' + u' \frac{\partial}{\partial x'} u' \right) + \frac{\partial}{\partial x'} \rho' &= \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x'^2} u' + \alpha - \beta u' - \rho u'^2 \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\rho = \rho^* \rho', \quad u = c_T u', \quad P = c_T^2 \rho^* \rho'$$

$$x = L_0 x', \quad t = (L_0 / c_T) t', \quad L_0 = 2w / \lambda_0$$

$$\varepsilon = \frac{1}{Re_*} = \frac{\mu}{\rho^* c_T L_0}, \quad \alpha = \frac{2\sigma E_0 H_0 w}{\lambda_0 \rho^* c_T^2 c}$$

$$\beta = \left[2w\sigma \left(\frac{Na}{c} \right)^2 + \mu (k_1 Na + k_2 Na^2) \right] (\lambda_0 \rho^* c_T)^{-1}$$

Уравнения (1.4) допускают однопараметрическое семейство однородных стационарных решений вида

$$\rho = \rho_0, \quad u_{01} = \frac{1}{2\rho_0} [\sqrt{\beta^2 + 4\alpha\rho_0} - \beta] \quad (1.5)$$

зависящих от ρ_0 и описывающих равномерное течение газа в канале.

2. Установившиеся периодические решения. Будем искать решение (1.4) в виде установившейся плоской бегущей волны, движущейся против потока газа. Переходя от переменных x, t в (1.4) к переменной $\xi = x - Dt$ ($D < u$) и интегрируя первое уравнение (1.4) по ξ , получим

$$\varepsilon \frac{d^2}{d\xi^2} u = q \frac{d}{d\xi} u + \frac{d}{d\xi} \rho - \alpha + \beta u + \rho u^2 \quad (2.1)$$

Для заданного $D > 0$ и $\rho_0 = 1$ уравнения (2.1) имеют два тривиальных решения: (1.5) и (2.2)

$$\rho = \rho_1 = \frac{D - u_{01}}{D - u_{02}}, \quad u = u_{02} = \frac{D(u_{01} + \beta)}{\beta + q} \quad (2.2)$$

Уравнения (2.1) могут быть преобразованы в систему уравнений первого порядка ($\omega = \beta + q$)

$$u' = uY, \quad \varepsilon Y' = F(u, Y, D) \quad (2.3)$$

$$F(u, Y, D) = q[1 - (u - D)^{-2}]Y - \omega(u - u_{01})(u_{02} - u)(u - D)^{-1}$$

Решения системы уравнений (2.3), даваемые формулами (1.5) и (2.2), представляют собой неподвижные точки $M_1(u_{01}, 0)$ и $M_2(u_{02}, 0)$ на плоскости (u, Y) динамической системы (2.3), если интерпретировать ξ как время.

Одной из важных характеристик динамической системы является скорость изменения фазового объема при движении вдоль траекторий системы [6]

$$\Lambda = \frac{\partial}{\partial u} u' + \frac{\partial}{\partial Y} Y' = \frac{q}{\varepsilon} [1 - (u - D)^{-2}]$$

При $|u - D| < 1$ и $\Lambda < 0$ система уравнений (2.3) является диссипативной. Для $|u - D| > 1$ $\Lambda > 0$ уравнения (2.3), согласно теории динамических систем, не имеют неподвижных точек и предельных циклов [7].

Собственные значения матрицы Якоби системы уравнений (2.3), линеаризованной в окрестности неподвижной точки $M_i(u_{0i}, 0)$ ($i = 1, 2$), определяющие поведение решений (2.3) вблизи данных точек, равны

$$\lambda_{1,2}^{(i)} = \frac{q}{\varepsilon} \left[\kappa_i \pm \sqrt{\kappa_i^2 - 4 \frac{\omega \varepsilon (u_{01} + u_{02} - 2u_{0i})}{q^2 (u_{0i} - D)}} \right] \quad (2.4)$$

$$\kappa_i = 1 - (u_{0i} - D)^{-2}, \quad i = 1, 2$$

Рассмотрим случай $D > 0$. Пусть также $\rho_1 \geq 1$, что всегда можно получить соответствующим выбором постоянной обезразмеривания плотности (ρ^*). При этом из (1.5), (2.1), (2.2) и условия $u > D$ получим

$$0 < D \leq u_{02} \leq u_{01} \quad (2.5)$$

Из (2.4) с учетом (2.5), (2.2) следует, что при $D = D_c = 0,5(\sqrt{1 + 4u_{01} + 4\beta\rho_0^{-1}} - 1)$ оба значения $\lambda_{1,2}^{(2)}$ чисто мнимые, т. е. в точке $M_2(u_{02}, 0)$ происходит бифуркация рождения цикла [7]. Примем в качестве бифуркационного параметра скорость распространения волны D .

Неподвижная точка $M_1(u_{01}, 0)$ при $D=D_c$ является седлом, поскольку $\lambda_2^{(1)} < 0 < \lambda_1^{(1)}$.

Найдем решение динамической системы (2.3) вблизи точки бифуркации $D=D_c$, воспользовавшись стандартной техникой [7], основанной на приведении автономной системы (2.3) к нормальной форме Пуанкаре. При $0 < D_c - D < \delta \ll 1$ такое решение имеет вид

$$u = u_{02} + \frac{\delta^2 \vartheta}{2} + \delta \sin \frac{2\pi \xi}{T} + \frac{\delta^2}{6} \left(\frac{4q}{\varepsilon \omega_0} \cos \frac{4\pi \xi}{T} - 2\vartheta \sin \frac{4\pi \xi}{T} \right) \quad (2.6)$$

$$\frac{Y}{\omega_0} = -\delta \cos \frac{2\pi \xi}{T} + \frac{\delta^2}{6} \left(\frac{2q}{\varepsilon \omega_0} \sin \frac{4\pi \xi}{T} + \vartheta \cos \frac{4\pi \xi}{T} \right)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\omega(u_c - 1)}, \quad u_c = u_{01} - D_c, \quad \vartheta = \frac{u_c}{u_c - 1}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} [1 + \tau_2 \delta^2 + O(\delta^4)], \quad \delta^2 = \frac{D - D_c}{\mu_2} + o(D - D_c)$$

$$\tau_2 = \frac{8(u_c - 1)(\omega \varepsilon)^{-1} + 2D_c u_c (u_c + 9) - 3(D_c + 1)(u_{01} + u_c - 1)(u_c - 3)}{48D_c^2 (u_c - 1)^2}$$

$$\mu_2 = -0,125(u_c - 3)(u_c - 1)$$

Поскольку показатель Флоке равен $\beta_1 = \beta_2 \delta^2 + o(\delta^4)$ ($\beta_2 = (u_c - 3) / (4\varepsilon(u_c - 1))$), то по теореме Хопфа [7] периодические решения (2.6) устойчивы, если $\beta_2 < 0$, $u_{01} > D_c + 3$. При выполнении условия $\beta_2 < 0$ динамическая система (2.3) имеет единственное устойчивое периодическое решение (2.6) — цикл с данным D , рождающийся из фокуса.

Качественная картина траекторий динамической системы в фазовой плоскости приведена на фиг. 2.

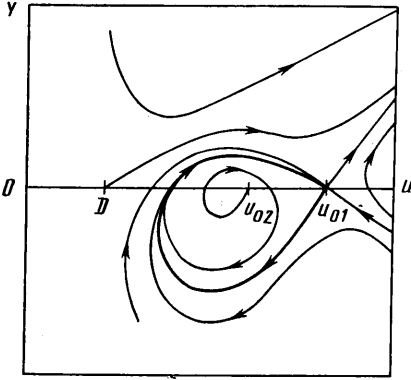
Если $D=D_c$, то неподвижная точка M_2 ($\lambda_{1,2}^{(2)} = \pm i\omega_0$) является центром, а M_1 — седлом ($\lambda_1^{(1)} < 0 < \lambda_2^{(1)}$) (фиг. 2). В этом случае динамическая система (2.3) допускает множество периодических решений, причем большому периоду волны T соответствует большая амплитуда волны. Если $T \rightarrow \infty$, то периодическая волна трансформируется в уединенную волну, которой в фазовом пространстве динамической системы соответствует гомоклиническая траектория — траектория, выходящая из неподвижной точки $M_1(u_{01}, 0)$ и возвращающаяся в нее при $\xi \rightarrow \infty$ (фиг. 2).

3. Установившиеся волны при $\varepsilon \ll 1$. Увеличение числа Рейнольдса ($\varepsilon \rightarrow 0$) приводит к увеличению частоты колебаний ω_0 . Кроме того, из (2.4) с учетом $\beta_2 < 0$ можно получить, что скорость распространения волны D , при которой существует неустойчивый фокус, а следовательно, и цикл, ограничена не только справа, но и слева

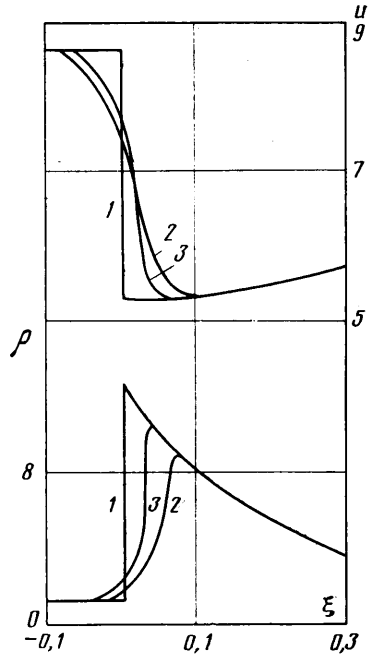
$$D_c - \frac{\sqrt{(\beta + u_{01} - D_c)(u_{01} - D_c - 1)}}{u_{01} - D_c} \sqrt{\varepsilon} < D < D_c$$

Таким образом, при $\varepsilon \rightarrow 0$ интервал значений D , при которых периодические волны вида (2.6) устойчивы к малым возмущениям, стремится к нулю. При этом амплитуда волны $\delta \sim \sqrt{D_c - D}$ также стремится к нулю. Поэтому при $\varepsilon = 0$ существуют только волны с $D = D_c$. Как следует из анализа периодических решений системы уравнений (2.3) при $\varepsilon = 0$ [8], они представляют собой систему волн, движущихся против потока газа, причем передний фронт каждой волны является скачком торможения [1]. При $\varepsilon = 0$ имеет место единственная волна со скачкообразным передним фронтом, за которым происходит релаксация газа к исходному состоянию.

Ниже будем рассматривать лишь решения уравнений (2.3) типа уединенных волн.



Фиг. 2



Фиг. 3

Система уравнений (2.3) при $\varepsilon \ll 1$ с граничным условием

$$\lim_{\xi \rightarrow \pm \infty} u(\xi) = u_{01} \quad (3.1)$$

представляет собой сингулярно возмущенную задачу Коши с внутренним ударным слоем в потоке газа ($\xi = \xi_0$).

Будем искать решение задачи (2.3), (3.1) в виде разложения по ε ($\varepsilon \ll 1$) [9]

$$\begin{aligned} u(\xi) &= u_0(\xi, \zeta) + \varepsilon u_1(\xi, \zeta) + o(\varepsilon) \\ \zeta &= \exp\{-\theta/\varepsilon\}, \quad \theta(\varepsilon=0) = 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

где $\theta \geq 0$ — «погранслоевая» переменная, а функции $u_j(\xi, \zeta)$ ($j=0, 1, \dots$) удовлетворяют условиям регулярности при $\zeta \rightarrow 0$ [9]

$$u_j(\xi, \zeta) = w_j(\xi) + \zeta W_j(\xi) + o(\zeta) \quad (3.3)$$

Здесь w_j — «внешнее» решение.

Подставляя (3.2), (3.3) в (2.3) и оставляя слагаемые с ε^{-1} , получим уравнение для $u_0(\xi, \zeta)$, решение которого с учетом (3.3) может быть представлено в неявном виде

$$u_0(\xi, \zeta) = w_0(\xi) + \left[\frac{(u_0 - D)(w_0 - D) - 1}{(w_0 - D)^2 - 1} \right]^r \zeta W_0(\xi), \quad \xi \geq \xi_0 \quad (3.4)$$

$$u_0(\xi, \zeta) = w_0(\xi) - \left[\frac{q(u_0 - D) - 1}{q^2 - 1} \right]^s \zeta W_0(\xi), \quad \xi < \xi_0$$

$$r = \frac{1}{(w_0 - D)^2}, \quad s = q^{-2}$$

При этом производные $d\theta/d\xi$ и $d \ln W_0/d\xi$ имеют вид

$$\frac{d\theta}{d\xi} = q[(w_0(\xi) - D)^{-2} - 1] \quad (3.5)$$

$$\frac{d \ln W_0}{d\xi} = \frac{2q w_1}{(w_0 - D)^3} + \frac{\omega}{q} \frac{q - (w_0 - D)^2}{1 - (w_0 - D)^2} \quad (3.6)$$

Уравнение для внешнего решения w_0 также можно получить из (2.3), подставив в него (3.2), (3.3) и оставив слагаемые при ε^0 . После интегрирования этого уравнения с учетом граничных условий (3.1) получим [8]

$$\omega(\xi - \xi_0) = \ln[q(w_0^+(\xi) - D)] - (q+1) \ln \left[\left(q - \frac{1}{q} \right) (u_{01} - w_0(\xi)) \right], \quad \xi \geq \xi_0;$$

$$w_0^-(\xi) = u_{01}, \quad \xi < \xi_0 \quad (3.7)$$

Решение (3.7) соответствует решению вырожденной задачи $\varepsilon=0$ (2.3), (3.1) типа уединенной волны со скачкообразным передним фронтом. Индексы плюс и минус соответствуют решению за ($\xi \geq \xi_0$) и перед фронтом ($\xi < \xi_0$). Эта ударная волна формируется в результате действия на поток сил сопротивления как электрической, так и гидродинамической природы, поэтому ее называют ударной волной торможения. Волна торможения движется против потока газа со скоростью $\bar{D} = D_c$.

На фиг. 3 сплошными линиями приведены профили $w_0^\pm(\xi)$, $\rho_0^\pm(\xi)$ при $\alpha=100$, $\beta=3$ (кривые I).

После подстановки (3.7) в (3.4) получим решение невырожденной задачи Коши ($0 < \varepsilon \ll 1$) (2.3), (3.1) за фронтом $u_0^+(\xi, \zeta)$ и перед фронтом $u_0^-(\xi, \zeta)$, которые ниже будут сшиты на фронте из условий непрерывности получаемо решения и его производной.

Интегрируя уравнение (3.5) с начальным условием $\theta(\xi=0)=0$, получим

$$\theta^- = \left(\frac{1}{q} - q \right) (\xi - \xi_0), \quad \xi < \xi_0$$

$$\theta^+ = -\frac{1}{\omega} \left\{ (q+1) \left(\frac{1}{q} - q \right) \ln \left| \frac{w_0 - u_{01}}{q^2 - 1} \right| + \left(q - \frac{1}{q} - 1 \right) \ln |w_0 - D| - \right.$$

$$\left. - q^2 \ln q - (q+1) [q - (w_0 - D)^{-1}] - \frac{1}{2} q [q^2 - (w_0 - D)^{-2}] \right\}, \quad \xi \geq \xi_0 \quad (3.8)$$

Для решения уравнения (3.7) необходимо найти первую поправку к внешнему решению $w_1(\xi)$. Уравнение для w_1 можно получить, подставив (3.2) в (2.3) и собрав слагаемые с ε^1 . Интегрируя (3.6) с учетом (3.7), (3.8), получим

$$w_1^+(\xi) = B_1 (1+z)^g (q-z)^f (1-z)^\varphi \exp \left\{ \frac{1-2A-z}{2z^2} \right\}, \quad \xi \geq \xi_0$$

$$w_1^-(\xi) = B_2 \exp \left\{ \frac{\omega(\xi - \xi_0)}{1+q} \right\}, \quad \xi < \xi_0 \quad (3.9)$$

$$g = 1 - \frac{\kappa_1(z^2 - 1)}{(2z)^2}, \quad f = \frac{q^2(1-z^2)}{z^2(q^2 - 1)}, \quad \varphi = \frac{\kappa_2(z^2 - 1)}{(2z)^2} - 1$$

$$z = w_0(\xi) - D, \quad \kappa_1 = \frac{q-1}{q+1}, \quad \kappa_2 = \frac{q-3}{q-1}$$

Выражения (3.4), (3.7)–(3.9) описывают поведение скорости потока газа вблизи ударной волны торможения. С увеличением ξ ($\xi_0 < \xi$) u_0^+ стремится к w_0^+ , и при $w_0^+ = D+1$ $u_0^+ = w_0^+$. Для больших значений ξ разложение (3.2) перестает быть справедливым, поскольку при $w_0^+ \rightarrow D+1$ слагаемые $u_j(\xi, \zeta)$ ($j \geq 1$) стремятся к бесконечности. Поэтому если бы потребовалось получить равномерно-пригодное с точностью до ε^2 и выше решение системы уравнений (2.3), то было бы необходимо использовать другое разложение со своей «погранслошной» переменной в окрестности точки $w_0^+ = D+1$. Затем это новое разложение следовало бы срастить с разложением (3.2) в соответствии со стандартной процедурой сращивания [9].

Константы B_1 и B_2 , входящие в формулы (3.9), находятся из условий непрерывности $u_0(\xi, \zeta(\xi))$ и $du_0(\xi, \zeta(\xi))/d\xi$ в точке $\xi=\xi_0$

$$B_1=C(1+q)^{s_1}(q-1)^{s_2}q^{s_3}\exp\{[(A-0,5)q+0,5]q\}$$

$$B_2=\gamma(q^2-1)(1-\gamma)^{-1/q^2}\frac{1}{q}, \quad C=(q^2-1)(1-\gamma)\gamma^{-1/q^2}\frac{1}{q}$$

$$2q^2(q^2-1)\ln\gamma=(q^2+1)(q^2+q+1)+\gamma^{-1}q^4-(1-\gamma)^{-1}$$

$$s_1=-1/4(5q^2-2q+5), \quad s_2=-1/4(3q-1)(q+1), \quad s_3=1+q^2$$

На фиг. 3 сплошными линиями представлены профили $u_0^\pm(\xi)$ и $\rho_0^\pm(\xi)$ при $\alpha=100$, $\beta=3$, $\varepsilon=0,1$ (кривые 2) и $\varepsilon=0,07$ (кривые 3).

Увеличение числа Re (уменьшение ε) приводит к тому, что профиль волнового фронта становится круче и амплитуда волны возрастает, стремясь к максимальному значению.

Таким образом, исследовано плоское течение проводящего газа в однородных поперечных магнитном и электрическом полях при малых магнитных числах Рейнольдса. Изучена бифуркация стационарного однородного решения уравнения, описывающего такие течения, вблизи критической скорости распространения бегущих волн. Получены выражения для скорости газа в устойчивой периодической волне малой амплитуды. Получено асимптотическое разложение для профиля уединенной волны вблизи ударного фронта при больших числах Рейнольдса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зайцев С. Г., Фаворская И. К. Расчет распространения ударной волны в магнитогазодинамическом канале // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 3. С. 180–184.
2. Гордеев Ю. Н., Кудряшов Н. А., Мурзенко В. В. Ударные волны в изотермическом газе при наличии сил сопротивления // ПММ. 1985. Т. 49. Вып. 1. С. 171–175.
3. Васильева Р. В., Ерофеев А. В., Зуев А. Д. и др. Разрывные течения в расширяющемся МГД-канале // Журн. техн. физики. 1987. Т. 57. Вып. 2. С. 251–263.
4. Вагажин А. Б., Любимов Г. А., Регирер С. А. Магнитогидродинамические течения в каналах. М.: Наука, 1970. 672 с.
5. Глухих В. А., Тананаев А. В., Кириллов И. Р. Магнитная гидродинамика в ядерной энергетике. М.: Энергоатомиздат, 1987. 264 с.
6. Марсден Дж., Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. М.: Мир, 1980. 368 с.
7. Хэссард Б., Казаринов Н., Вэн И. Теория и приложения бифуркации рождения цикла. М.: Мир, 1985. 280 с.
8. Гордеев Ю. Н., Кудряшов Н. А., Мурзенко В. В. Автоволновые течения слабопроводящего газа в шероховатых каналах при действии сильных электромагнитных полей // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 1. С. 152–158.
9. Богаевский В. Н., Повзнер А. Я. Алгебраические методы в нелинейной теории возмущений. М.: Наука, 1987. 255 с.

Москва

Поступила в редакцию
25.V.1989