

УДК 532.546

© 1990 г.

А. Ф. ЗАЗОВСКИЙ, Г. Т. ТОДУА

**О СТАЦИОНАРНОМ ПРИТОКЕ ЖИДКОСТИ К СКВАЖИНЕ
С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРЕЩИНОЙ ГИДРОРАЗРЫВА
БОЛЬШОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ**

Рассматривается плоская стационарная задача о фильтрации жидкости в пласте с вертикальной симметричной относительно скважины трещиной гидроразрыва, длина которой намного больше толщины пласта. Трещина заполнена песком, проницаемость которого отличается от проницаемости пласта. Площадь поперечного сечения трещины переменна по ее длине. Фильтрация в трещине и в пласте следует закону Дарси. Притоком жидкости к стенкам скважины пренебрегается по сравнению с притоком к поверхностям трещины. Задача сводится к сингулярному интегральному уравнению относительно распределения плотности фильтрационного потока через поверхности трещины. Его решение используется для оценки отношения коэффициентов продуктивности скважины до и после гидроразрыва.

Другие способы оценки изменения продуктивности скважины в результате гидроразрыва содержатся в [1–5]. В [1, 4] рассматривались плоские стационарные задачи, в которых трещина моделировалась областью эллиптической формы в пласте, имеющей проницаемость, отличную от проницаемости пласта. В [1] установлено существование предельной длины трещины, после превышения которой коэффициент продуктивности скважины больше не увеличивается. Этот результат затем был повторен в [4]. Нестационарные эффекты притока жидкости к скважине с трещиной гидроразрыва конечной гидравлической проводимости исследовались в [2–5]. В частности, в [5] изучалось влияние длины и формы трещины, определяемой характером распределения в ней песка, на накопленную добычу жидкости из скважины. Некоторые задачи о возмущении плоского фильтрационного потока трещинами рассматривались в [6–8].

В данной работе в отличие от [1, 4] не накладывается ограничений на форму трещины и исследуется влияние последней на изменение коэффициента продуктивности скважины вследствие гидроразрыва и распределение фильтрационного потока через поверхности трещины по ее длине.

1. Постановка задачи. Пусть горизонтальный пласт толщиной $2h$ вскрыт одиночной скважиной с вертикальной симметричной трещиной гидроразрыва высотой $2H > 2h$ (фиг. 1). Трещина заполнена песком, проницаемость которого k_f отличается от проницаемости пласта k . Раскрытие трещины $2w(x, z)$ известно. Кровля и подошва пласта непроницаемы. Жидкость несжимаема, ее вязкость μ постоянна. Давление жидкости в трещине $p(x)$ переменна по ее длине, но постоянно в каждом вертикальном сечении трещины $x = \text{const}$.

Стационарный приток жидкости из пласта к скважине через поверхности трещины описывается следующей системой уравнений:

$$v(x) = -\frac{k_f}{\mu} \frac{dp(x)}{dx} \tag{1.1}$$

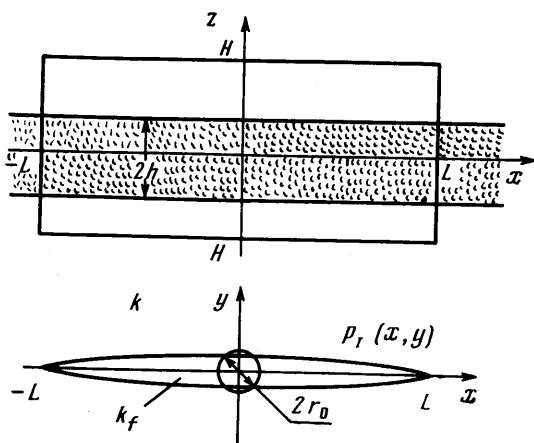
$$\mathbf{u}(x, y) = -\frac{k}{\mu} \nabla p_I(x, y) \tag{1.2}$$

$$\frac{d}{dx}(Sv) + 4hq_L = 0, \quad S(x) = 2 \int_{-H}^H w(x, z) dz \tag{1.3}$$

$$\text{div } \mathbf{u} = 0 \tag{1.4}$$

Здесь v и u — скорости фильтрации в трещине и в пласте, p_1 — давление в пласте, $S(x)$ — площадь поперечного сечения трещины $x = \text{const}$, $q_L(x)$ — плотность фильтрационного потока через поверхности трещины в продуктивном пласте.

Уравнения (1.1), (1.2) — закон Дарси для движения жидкости в трещине и в пласте; (1.3), (1.4) — соответствующие уравнения неразрывности потоков.



Фиг. 1

Уравнения (1.1)–(1.4) должны быть дополнены условием симметрии фильтрационного течения в пласте, условием непрерывности потока через поверхность трещины и условием непрерывности давления на поверхности трещины

$$\frac{\partial p_1(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad |x| > L \quad (1.5)$$

$$q_L(x) = u(x, 0), \quad |x| < L \quad (1.6)$$

$$p_1(x, 0) = p(x), \quad |x| < L \quad (1.7)$$

Кроме того, будем считать заданным расход жидкости q_0 , извлекаемой из пласта. Величина q_0 в силу линейности задачи не влияет на значение коэффициента продуктивности скважины в пласте с трещиной и потому может быть выбрана произвольно. Пользуясь симметрией потока относительно оси y , имеем

$$S(+0)v(+0) = -S(-0)v(-0) = -\frac{1}{2}q_0 \quad (1.8)$$

Из (1.2), (1.4) следует, что давление в пласте p_1 удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_1}{\partial y^2} = 0 \quad (1.9)$$

Поэтому на больших расстояниях от скважины с трещиной гидроразрыва ($r = \sqrt{x^2 + y^2} \gg L$) имеем асимптотику

$$p_1 = A \ln r + \text{const}, \quad A = \frac{\mu q_0}{4\pi h k} \quad (1.10)$$

Для оценки изменения коэффициента продуктивности скважины после гидроразрыва можно поступить следующим образом. Заменим бесконечный пласт круговым с фиктивным радиусом контура питания $R \gg L$. Тогда до гидроразрыва расход q_0 связан с перепадом давления $\Delta p = p_{1R} - p_0$, где p_{1R} — давление на контуре питания $r = R$, а p_0 — давление

в скважине, формулой Дюпюи

$$q_0 = \Lambda \Delta p, \quad \Lambda = \frac{4\pi h k}{\mu \ln(R/r_0)} \quad (1.11)$$

где r_0 — радиус скважины, а Λ — коэффициент продуктивности.

После проведения гидроразрыва за Δp можно принять разность $\Delta p_f = p_{1R} - p_0$, где $p_{1R} = p_1(x, y)$ при $r \rightarrow R$, а за коэффициент продуктивности скважины — величину $\Lambda_f = q_0 / \Delta p_f$. Отношение

$$\delta = \frac{\Lambda_f}{\Lambda} = \frac{q_0 \mu \ln(R/r_0)}{4\pi h k \Delta p_f} \quad (1.12)$$

показывает, во сколько раз изменился коэффициент продуктивности скважины после проведения гидроразрыва. Естественно, величина δ зависит от выбранного значения радиуса контура питания пласта R , однако при $R \gg L$ эта зависимость весьма слабая. Величина $\Lambda_f = q_0 / \Delta p_f$ должна при этом находиться из решения задачи (1.1) — (1.8).

2. Вывод интегрального уравнения. Давление в пласте в данном случае определяется с точностью до константы, поэтому в качестве неизвестной функции удобно ввести

$$\psi(x) = \frac{\partial p_1(x, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (2.1)$$

$$\psi > 0 \quad (|x| < L), \quad \psi = 0 \quad (|x| > L)$$

Функция $\psi(x)$ с точностью до постоянного множителя k/μ совпадает с плотностью фильтрационного потока через поверхности трещины.

Возьмем $p_1(x, y)$ через $\psi(x)$. Для этого рассмотрим задачу

$$\Delta \varphi(x, y) = 0, \quad \varphi = \frac{\partial p_1}{\partial y}, \quad \varphi(x, 0) = \psi(x) \quad (2.2)$$

которая получается из (1.9), (1.5) и (1.7). Ее решение имеет вид [9]

$$\varphi(x, y) = \frac{y}{\pi} \int_{-L}^L \frac{\psi(t) dt}{y^2 + (x-t)^2} \quad (2.3)$$

Функция p_1 выражается через φ по формуле

$$p_1(x, y) = \int_0^y \varphi(x, \xi) d\xi + f(x) \quad (2.4)$$

где $f(x)$ — некоторая произвольная функция, выбор которой уточняется ниже.

Подставляя (2.4) в (2.3), находим

$$\begin{aligned} p_1(x, y) &= \frac{1}{\pi} \int_0^y d\xi \int_{-L}^L \frac{\psi(t) \xi dt}{\xi^2 + (x-t)^2} + f(x) = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-L}^L \psi(t) \ln \frac{y^2 + (x-t)^2}{(x-t)^2} dt + f(x) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Выберем функцию $f(x)$ так, чтобы давление p_1 при $r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$ имело асимптотику (1.10). Полагая

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-L}^L \psi(t) \ln(x-t)^2 dt$$

получаем

$$p_I(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-L}^L \psi(t) \ln[y^2 + (x-t)^2] dt \quad (2.6)$$

Из (1.10) при этом следует условие нормировки

$$\int_{-L}^L \psi(t) dt = \frac{\mu q_0}{4hk} \quad (2.7)$$

Теперь воспользуемся уравнением (1.3). С учетом (1.1), (1.2) и (1.6) после интегрирования получаем

$$S(x) \frac{dp}{dx} = \frac{4hk}{k_f} G(x) \quad (2.8)$$

$$G(x) = \int_x^{\infty} \psi(t) dt \quad (x \geq 0), \quad G(x) = -\int_{-L}^x \psi(t) dt \quad (x \leq 0)$$

Дифференцируя (1.7) и используя (2.6), находим

$$\frac{dp(x)}{dx} = \frac{\partial p_I(x, 0)}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int_{-L}^L \frac{\psi(t) dt}{x-t} \quad (2.9)$$

Подставляя dp/dx из (2.8) в (2.9), приходим к искомому уравнению относительно $\psi(x)$

$$S(x) \int_{-L}^L \frac{\psi(t) dt}{x-t} = \frac{4\pi kh}{k_f} G(x) \quad (2.10)$$

Это уравнение однородно относительно неизвестной функции $\psi(x)$, поэтому для выбора единственного решения надо воспользоваться условием нормировки (2.7). Учитывая четность функции $\psi(x)$, (2.10) преобразуем к виду

$$S(x) \int_{-L}^L \frac{\psi(t) dt}{x-t} + \frac{4\pi kh}{k_f} \int_0^x \psi(t) dt = \operatorname{sgn} x \frac{\pi \mu q_0}{2k_f} \quad (2.11)$$

Выразим отношение коэффициентов продуктивности скважины после и до гидроразрыва δ через решение уравнения (2.11). Для этого надо найти величину $\Delta p_I = p_{IR} - p_0$, где p_{IR} — давление на фиктивном контуре питания $r=R$, а p_0 — давление на скважине $r=r_0$. Если $R \gg L$, то из (2.6), (2.7) находим

$$p_{IR} \approx \frac{\ln R}{\pi} \int_{-L}^L \psi(t) dt = \frac{\mu q_0 \ln R}{4\pi hk}$$

$$p_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-L}^L \psi(t) \ln t^2 dt = \frac{2}{\pi} \int_0^L \psi(t) \ln t dt$$

что после подстановки в (1.12) дает

$$\delta = \ln \frac{R}{r_0} \left[\ln R - \frac{8hk}{\mu q_0} \int_0^L \psi(t) \ln t dt \right]^{-1} \quad (2.12)$$

В (2.11), (2.7) и (2.12) удобно перейти к безразмерным переменным. В результате будем иметь

$$\Sigma(X) \int_{-1}^1 \frac{\Psi(\tau) d\tau}{X-\tau} + C \int_0^X \Psi(\tau) d\tau = \frac{C}{2} \operatorname{sgn} X \quad (2.13)$$

$$\int_{-1}^1 \Psi(X) dX = 1 \quad (2.14)$$

$$\delta = \ln \frac{R}{r_0} \left(\ln \frac{R}{L} - I \right)^{-1}, \quad I = 2 \int_0^1 \Psi(x) \ln X dX \quad (2.15)$$

$$X = \frac{x}{L}, \quad \Psi = \frac{4hkL}{\mu q_0} \psi, \quad \Sigma = \frac{S}{4hw_0}, \quad C = \frac{\pi kL}{k, w_0}$$

где $2w_0$ — максимальное раскрытие трещины.

Таким образом, решение уравнения (2.13) при условии (2.14) зависит лишь от одной эмпирической функции $\Sigma(X)$, описывающей форму трещины, и единственного безразмерного параметра C , впервые введенного, по-видимому, в [1]. Параметр $C = \pi kL/k, w_0$ может изменяться в широких пределах, так как отношение проницаемостей k/k_f обычно мало, а отношение длины трещины к ее максимальному раскрытию L/w_0 велико.

Для численного решения уравнения (2.13) при условии (2.14) применялся метод Белоцерковского — Лифанова [10]. Функция $\Psi(X)$ четная, поэтому (2.13) и (2.14) преобразуются к виду

$$\Sigma(X) \int_0^1 \Psi(\tau) \left(\frac{1}{X-\tau} + \frac{1}{X+\tau} \right) d\tau + C \int_0^X \Psi(\tau) d\tau = \frac{C}{2} \quad (2.16)$$

$$\int_0^1 \Psi(X) dX = \frac{1}{2} \quad (2.17)$$

На отрезке $0 \leq X \leq 1$ выбираются два множества точек $\{X_i\}$ и $\{X_{0i}\}$ таких, что $X_i = (i-1/2)\Delta X$, $X_{0i} = i\Delta X$, где $i=1, 2, \dots, n$; $\Delta X = 1/(n+1/2)$; n — число узлов на отрезке $0 \leq X \leq 1$, в которых вычисляется искомая функция.

Далее уравнение (2.16) записывается для точек $X = X_{0i}$ при $i=1, \dots, n-1$, а в качестве последнего уравнения используется условие нормировки (2.17). Интегралы при этом заменяются конечными суммами, вычисленными по значениям подынтегральных выражений в точках $\tau = X_k$. В результате получается следующая система уравнений относительно неизвестных $\Psi_k = \Psi(X_k)$:

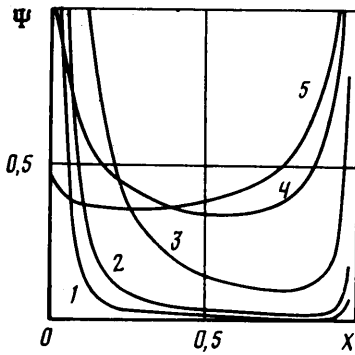
$$\Sigma(X_{0i}) \sum_{k=1}^n \Psi_k \left(\frac{1}{X_{0i}-X_k} + \frac{1}{X_{0i}+X_k} \right) \Delta X + C \sum_{k=1}^i \Psi_k \Delta X = \frac{C}{2} \quad (i=1, \dots, n-1) \quad (2.18)$$

$$\sum_{k=1}^n \Psi_k \Delta X = \frac{1}{2}$$

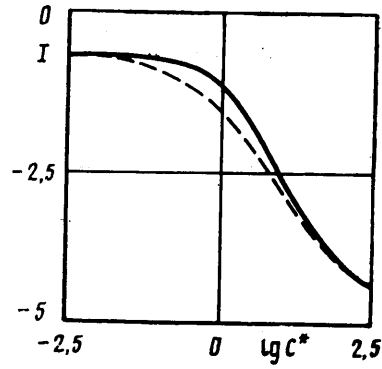
которая решалась методом Гаусса с выбором главного элемента в строке. Число узлов n выбиралось равным 50. Этого было достаточно для достижения высокой точности вычисления интеграла I , входящего в формулу (2.15) для δ .

3. Результаты расчетов. Расчеты проводились для трещин гидроразрыва Перкинса — Керна, полуоткрытые которых задавалось в виде

$$w = w_0 \sqrt{1 - (z/H)^2} F(x/L) \quad (3.1)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Здесь функция $F(X)$ определяет равномерность раскрытия трещины по ее длине; она удовлетворяет условию $0 \leq F(X) \leq 1$ при $0 \leq X \leq 1$; $2w_0$ — максимальное раскрытие трещины.

Рассматривались четыре типа форм трещины: $F(X) = 1$ — трещина постоянного раскрытия; $F(X) = 1 - X^2$ — параболическое выпуклое раскрытие; $F(X) = 1 - |X|$ — линейное раскрытие и $F(X) = (1 - |X|)^2$ — параболическое вогнутое раскрытие.

На фиг. 2 приведены результаты расчетов безразмерной плотности фильтрационного потока через поверхности трещины для трещины постоянного раскрытия. В этом случае $S = 2\pi w_0 H$ и $\Sigma = \Sigma_0 = S / (4hw_0) = \pi/2 (H/h) = \text{const}$. Поэтому решение системы (2.18) зависит от единственного безразмерного параметра

$$C^* = \frac{h}{H} C = \pi \frac{h}{H} \frac{k}{k_f} \frac{L}{w_0} \quad (3.2)$$

Кривые 1–5 на фиг. 2 отвечают значениям $\lg C^* = 2,5; 2; 1; 0$ и -1 . При больших C^* ($\lg C^* > 1$) гидравлическая проводимость трещины мала, поэтому приток жидкости к ней происходит в основном через ее поверхности вблизи скважины. При малых C^* ($\lg C^* \leq 0$) гидравлическая проводимость трещины велика и $\Psi(X)$ стремится к точному решению задачи о притоке жидкости к идеальной трещине, в которой давление постоянно: $\Psi_0(X) = \pi^{-1} (1 - X^2)^{-1/2}$.

На фиг. 3 для трещины постоянного раскрытия приведена зависимость интеграла I от $\lg C^*$ (сплошная кривая). Штриховой линией показана зависимость $I(\lg C^*)$ для трещины вогнутой параболической формы. Кривые $I(\lg C^*)$ для трещин двух других форм находятся между ними. Из этих графиков видно, что максимальные различия величин I , отвечающих трещинам разной формы при фиксированном параметре C^* , наблюдается в области промежуточных значений C^* : $-1 < \lg C^* < 1$. Однако величина I , будучи интегральной характеристикой потока жидкости в трещину, весьма слабо чувствительна к форме трещины. Отсюда следует, что и различия отношений коэффициентов продуктивности δ для трещин разной формы при $C^* = \text{const}$ должны быть невелики. Результаты соответствующих расчетов по формуле (2.15), выполненных с использованием зависимостей $I(\lg C^*)$ для $L = 100$ м, $r_0 = 0,1$ м и $R = 1000$ м (т. е. $R/r_0 = 10^4$ и $R/L = 10$), приведены в табл. 1. Здесь r_0^* — приведенный радиус скважины с трещиной гидроразрыва.

В случае идеальной трещины ($C^* \rightarrow 0$) имеем

$$I = 2 \int_0^1 \frac{\ln X dX}{\pi \sqrt{1 - X^2}} = -\ln 2 \quad (3.3)$$

C^*	I	δ	r_0^*	I	δ	r_0^*
$F(X)=1$				$F(X)=1-X^2$		
0,1	-0,76	3,01	46,9	-0,77	2,99	46,1
1	-1,16	2,66	31,5	-1,24	2,60	29,0
10	-2,57	1,89	7,64	-2,62	1,87	7,24
50	-3,68	1,540	2,53	-3,69	1,536	2,49
$F(X)=1- X $				$F(X)=(1- X)^2$		
0,1	-0,80	2,97	44,9	-0,91	2,86	40,1
1	-1,35	2,52	26,0	-1,54	2,40	21,4
10	-2,72	1,84	6,62	-2,82	1,80	5,99
50	-3,73	1,527	2,40	-3,77	1,517	2,30

и потому

$$\delta = \delta^\circ = \frac{\ln(R/r_0)}{\ln(2R/L)} \quad (3.4)$$

Формула (3.4) выражает известный результат [4] о том, что идеальная трещина в пласте может рассматриваться как скважина, радиус которой r_0^* равен $1/4$ длины трещины, т. е. $L/2$. Результаты расчетов I и δ (см. фиг. 3 и табл. 1) хорошо согласуются при $C^* \rightarrow 0$ с формулами (3.3) и (3.4): кривые $I(\lg C^*)$ при $C^* \rightarrow 0$ выходят на горизонтальную асимптоту $I = -\ln 2$.

Вопрос, однако, можно поставить и по-иному. Пусть теперь величина I фиксирована. Насколько при этом будут различаться значения C^* , отвечающие трещинам разной формы? Из графиков на фиг. 3 следует, что различия C^* максимальны в диапазоне $-2,5 < I < -\ln 2$, где реальные трещины по своей гидравлической проводимости близки к идеальной трещине. Отношения параметров C^* для трещин разной формы здесь могут достигать 10. Это означает, что во столько же раз будут отличаться размеры реальных трещин, имеющих одинаковые отношения коэффициентов продуктивности δ .

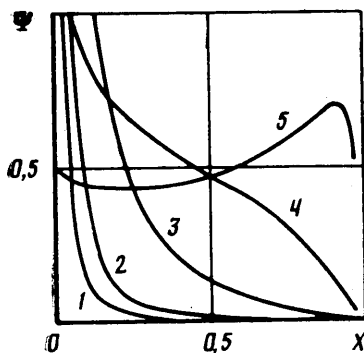
Введем параметр δ^* , равный отношению коэффициентов продуктивности реальной и идеальной трещин. Используя (2.15) и (3.4), получаем

$$\delta^* = \frac{\delta}{\delta^\circ} = \frac{\ln(R/L) + \ln 2}{\ln(R/L) - I(C^*)} \quad (3.5)$$

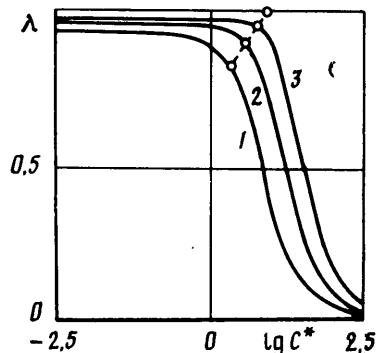
Для идеальной трещины $\delta^* = 1$; для реальных трещин $\delta^* < 1$, поэтому параметр δ^* можно считать показателем «идеальности» трещины.

Если зафиксировать отношение размера трещины к радиусу фиктивного контура питания L/R , то показатель идеальности трещины становится однозначной функцией параметра C^* . При больших значениях C^* кривые $I(C^*)$ для трещин разной формы сливаются (см. фиг. 3) и, следовательно, значения δ^* выравниваются.

Отмеченные закономерности обусловлены характером перераспределения потока через поверхности трещины с изменением параметра C^* для трещин разной формы. На фиг. 4 приведены функции $\Psi(X)$ для случая $F(X) = (1-|X|)^2$ при тех же самых значениях $\lg C^*$, что и для трещины постоянного раскрытия на фиг. 2. Заметим, что наибольшие расхождения между соответствующими одним и тем же C^* кривыми $\Psi(X)$ наблюдаются при промежуточных значениях C^* . В самом деле, при $C^* \rightarrow 0$ (случай идеальной трещины) распределение давления в трещине перестает зависеть от раскрытия, а при больших C^* приток к трещине локализуется в окрестности скважины, где раскрытия различаются тем меньше, чем меньше расстояние до скважины.



Фиг. 4



Фиг. 5

4. Определение эффективной длины трещины. Из результатов расчетов на фиг. 2 и 4 следует, что создавать очень длинные трещины гидро разрыва не всегда целесообразно, так как фильтрационный поток в трещину при ее большом гидравлическом сопротивлении локализуется вблизи скважины. При этом удаленная от скважины часть трещины уже слабо влияет на структуру фильтрационного потока в пласте и, следовательно, не изменяет коэффициента продуктивности скважины. Это обстоятельство впервые было отмечено в [1].

Рассмотрим в связи с этим задачу о притоке жидкости к бесконечной трещине постоянного раскрытия. Ей отвечает интегральное уравнение

$$\frac{\pi}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Psi^{\circ}(\tau) d\tau}{X-\tau} + C^{\circ} \int_0^X \Psi^{\circ}(\tau) d\tau = \frac{C^{\circ}}{2} \operatorname{sgn} X, \quad C^{\circ} = \pi \frac{h}{H} \frac{k}{k_f} \frac{L^{\circ}}{w_0} \quad (4.1)$$

которое получается из (2.13) при $\Sigma(X) = \Sigma_0 = \pi/2(H/h)$ и $L \rightarrow \infty$. Величина L° , входящая в безразмерный комплекс C° , играет роль масштаба длины вдоль оси X .

Решение уравнения (4.1) находится с помощью преобразования Фурье и имеет вид

$$\Psi^{\circ}(X) = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos X\tau d\tau}{\omega + \tau} = -\frac{\omega}{\pi} (\operatorname{si} \omega X \sin \omega X + \operatorname{ci} \omega X \cos \omega X), \quad \omega = \frac{2C^{\circ}}{\pi^2} \quad (4.2)$$

где $\operatorname{si} y$ и $\operatorname{ci} y$ — интегральные синус и косинус.

Из (4.2) следуют асимптотические представления

$$\begin{aligned} \Psi^{\circ}(X) &\sim (\pi\omega)^{-1} X^{-2} & (|X| \rightarrow \infty) \\ \Psi^{\circ}(X) &\sim -(\omega/\pi) (\ln \omega X + E) & (|X| \rightarrow 0) \end{aligned} \quad (4.3)$$

где $E=0,5772\dots$ — постоянная Эйлера.

Таким образом, плотность фильтрационного потока через поверхности бесконечной трещины постоянного раскрытия вблизи скважины имеет логарифмическую особенность (см. кривые $\Psi(X)$ на фиг. 2 и 4 при больших C^*), а при удалении от скважины убывает как X^{-2} . Это означает, что реальный вклад в изменение продуктивности скважины вносит не вся трещина, а лишь некоторая ее часть, примыкающая к скважине. Размер этой части трещины будем называть ее эффективной длиной.

Пусть эффективная длина трещины равна $2L^{\circ}$. Для того чтобы грубо оценить L° , поступим следующим образом. Поставим в соответствие бесконечной трещине идеальную трещину конечного размера, обеспечивающую то же самое значение коэффициента продуктивности скважины. При этом будем пренебрегать потоком через удаленные поверхности бесконеч-

ной трещины ($|X| > L^\circ$) по сравнению с потоком через поверхности $|X| < L^\circ$. Тогда, используя (2.15) и (3.3), получим следующее уравнение для параметра C° :

$$I^\circ(C^\circ) = I(C^*)|_{C^*=0} = -\ln 2 \quad (4.4)$$

$$I^\circ(C^\circ) = 2 \int_0^1 \Psi^\circ(X) \ln X dX, \quad C^\circ = \pi \frac{h}{H} \frac{k}{k_f} \frac{L^\circ}{w_0}$$

Его решение C° , найденное путем численного интегрирования, равно 2,43. Эффективный размер трещины выражается через C° по формуле

$$L^\circ = \frac{C^\circ}{\pi} \frac{H k_f}{h k} w_0$$

Вернемся теперь к задаче о притоке жидкости к трещине конечного размера. Для нее также можно ввести эффективную длину L^* из условия равенства коэффициентов продуктивности реальной и идеальной трещин. Из уравнения $\delta(L, C^*) = \delta^\circ(L^*)$, используя соотношения (2.15) и (3.3), получаем $L^*/L = 2e^{I(C^*)}$.

Таким образом, отношение L^*/L является еще одной (наряду с $\delta^* = \delta/\delta^\circ$) характеристикой «идеальности» трещины. При $L^*/L = 1$ имеем идеальную трещину; значения $L^*/L < 1$ отвечают реальным трещинам. Примечательно, однако, что в отличие от δ^* новый показатель идеальности трещины L^*/L уже не зависит от величины радиуса фиктивного контура питания R , а однозначно определяется параметром C^* .

Эффективный размер трещины L^* , определенный выше, при больших значениях C^* дает довольно грубую (сильно заниженную) оценку той части трещины, через которую происходит основной приток жидкости из пласта. В самом деле, для $\lg C^* \approx 1$ имеем $I \approx -2,5$ и $L^*/L \approx 0,17$. Однако по соответствующей этому значению C^* кривой 3 на фиг. 2 на глаз видно, что через поверхность трещины $0,17 \leq X \leq 1$ отфильтровывается значительная часть суммарного расхода. Для кривых 1 и 2 на фиг. 2, напротив, существует часть поверхности трещины, через которую поток практически отсутствует. В связи с этим можно попытаться найти пороговое значение параметра C^* , разделяющее случаи равномерной и неравномерной в указанном выше смысле фильтрации жидкости через поверхности трещины. Для этого зададим малый параметр $\epsilon \ll 1$ и определим величину λ из условия

$$\int_{-\lambda}^{\lambda} \Psi(X) dX = 1 - \epsilon$$

т. е. найдем относительный размер той части трещины, через которую профильтровывается большая часть жидкости, поступающей в скважину. Зависимости $\lambda(C^*, \epsilon)$ для трещины постоянного раскрытия показаны на фиг. 5, где кривым 1–3 отвечают значения $\epsilon = 0,2; 0,1$ и $0,05$. Теперь найдем такое значение $C^* = C'$, при котором приращение длины (поверхности) трещины вблизи ее концов сопровождается пропорциональным приращением расхода, т. е. $\lambda(C^*, \epsilon) = 1 - \epsilon \rightarrow 1$ при $\epsilon \rightarrow 0$. При таком предельном переходе параметр C' соответствует однородному распределению плотности фильтрационного потока через поверхности трещины и потому разделяет случаи локализации притока вблизи концов трещины (при $C^* \rightarrow 0$) и вблизи скважины (при $C^* \rightarrow \infty$). Для трещины постоянного раскрытия имеем $\lg C' \approx 1$ (см. фиг. 5).

Значения C' , как выяснилось, сильно зависят от формы трещины: $\lg C' \approx 0,3; 0$ и $-1,2$ соответственно при $F(X) = 1 - X^2; 1 - |X|$ и $(1 - |X|)^2$.

Пусть все параметры, входящие в определение C^* , за исключением размера трещины L , фиксированы. Назовем предельной длиной трещины $2L'$ ту, при которой $C^* = C'$. При $L > L'$ ($C^* > C'$) всегда существует уда-

Таблица 2

L	R=500	750	1000	500	750	1000
	$F(X)=1$			$F(X)=1-X^2$		
50	1,953	1,872	1,822	2,331	2,198	2,119
100	2,322	2,190	2,112	2,877	2,651	2,521
150	2,610	2,432	2,328	3,333	3,014	2,835
200	2,863	2,639	2,511	3,756	3,338	3,111
250	3,095	2,826	2,673	4,166	3,642	3,364
	$F(X)=1- X $			$F(X)=(1- X)^2$		
50	2,416	2,270	2,183	2,701	2,508	2,395
100	3,007	2,756	2,612	3,463	3,114	2,921
150	3,509	3,150	2,952	4,146	3,628	3,352
200	3,981	3,506	3,252	4,821	4,108	3,745
250	4,445	3,843	3,530	5,519	4,578	4,118

Таблица 3

L	R=500	750	1000	L	R=500	750	1000
50	2,843	2,623	2,497	200	5,292	4,428	4,000
100	3,699	3,295	3,074	250	6,144	4,980	4,429
150	4,490	3,875	3,556				

ленная от скважины часть трещины, через поверхности которой практически отсутствует фильтрационное течение. Таким образом, создавать трещины гидроразрыва размером $L > L'$ нецелесообразно.

В табл. 2 приведены рассчитанные зависимости от формы трещины отношения коэффициентов продуктивности скважины после и до гидроразрыва δ для трещины предельной длины ($C^*=C'$) при различных значениях R и L ($r_0=0,1$ м). Для сравнения в табл. 3 приведены соответствующие значения δ , отвечающие идеальной трещине. Различия значений δ для идеальной трещины и трещины предельной длины весьма существенны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Prats M. Effect of vertical fractures on reservoir behavior — incompressible fluid case // Soc. Petrol. Eng. Journal. 1961. V. 1. № 2. P. 105—118.
2. Conco — L. H., Samaniego — V. F., Dominguez — A. N. Transient pressure behavior for a well with a finite-conductivity vertical fracture // Soc. Petrol. Eng. Journal. 1978. V. 18. № 4. P. 253—264.
3. Agarwal R. G., Carter R. D., Pollock C. B. Evaluation and performance prediction of low-permeability gas wells stimulated by massive hydraulic fracturing // J. Petrol. Technol. 1979. V. 31. № 3. P. 362—372.
4. Кадет В. В., Селяков В. И. Фильтрация флюида в среде, содержащей эллиптическую трещину гидроразрыва // Изв. вузов. Нефть и газ. 1988. № 5. С. 54—60.
5. Elbel J. L. Consideration for optimum fracture geometry design // SPE Prod. Eng. 1988. V. 3. № 3. P. 323—327.
6. Пилатовский В. П. Основы гидромеханики тонкого пласта. М.: Недра, 1966. 317 с.
7. Абдурагманов И. М. О возмущении фильтрационного потока одиночной трещиной // ПММ. 1969. Т. 33. Вып. 5. С. 874—875.
8. Абдурагманов И. М., Алишаев М. Г. Плоская стационарная фильтрация в пласте, разделенном прямолинейной трещиной // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 4. С. 173—177.
9. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958. 678 с.
10. Белоцерковский С. М., Лифанов И. К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. М.: Наука, 1985. 253 с.

Москва

Поступила в редакцию
21.III.1989