

УДК 532.526.4:537.84

© 1990 г.

А. В. ГУБАРЕВ, В. П. ПАНЧЕНКО, М. М. РИКЕНГЛАЗ,
Е. К. ХОЛЩЕВНИКОВА

РАЗВИТИЕ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ В СВЕРХЗВУКОВЫХ МГД-ГЕНЕРАТОРАХ

Развита численная модель турбулентных пограничных слоев в газодинамическом тракте сверхзвукового МГД-генератора, которая описывает их развитие и структуру в сопле, на электродной и изоляционной стенках канала в двумерном приближении. Проведено численное исследование характеристик пограничных слоев на различных режимах работы МГД-генератора. Рассчитаны интегральные толщины пограничных слоев в канале МГД-генератора, характеризующие неоднородности газодинамических и электродинамических величин. Для типичных условий работы МГД-генератора определены границы применимости интегрального метода расчета.

В импульсных МГД-генераторах [1] сверхзвуковая часть сопла имеет прямоугольное сечение и удлиненную по сравнению с ракетными соплами форму, а течение на участке взаимодействия потока с электромагнитным полем характеризуется заметным его торможением. Поэтому, несмотря на небольшое число калибров активного участка канала (менее 10), влияние турбулентного пограничного слоя на работу МГД-генератора оказывается существенным [1, 2].

В ряде работ [2, 3] исследование пограничного слоя в канале МГД-генератора выполнялось интегральными методами. Это объяснялось тем, что вид интегрального уравнения импульсов для пограничного слоя на электродной стенке (а именно его влияние на работу МГД-генератора оказывается наиболее существенным) не отличается от случая газодинамического течения. Это дает, казалось, возможность использовать методы решения, развитые в гидродинамике. Однако применимость интегральных методов даже для пограничного слоя на электродной стенке не вполне очевидна, так как в правой части интегрального уравнения энергии появляется член, обусловленный неоднородностью джоулевых потерь по толщине слоя.

Перечисленные обстоятельства указывают на необходимость разработки более совершенных методов расчета турбулентного пограничного слоя в МГД-генераторах.

По-видимому, на многие принципиальные вопросы развития турбулентного пограничного слоя в газодинамическом тракте можно ответить при использовании двумерного (плоского) приближения, как это и практикуется в гидродинамике [4, 5]. Однако применение такого метода к магнитогидродинамическим течениям требует разработки соответствующих моделей турбулентности. Эта задача до настоящего времени не решена. Поэтому на первом этапе разумно ограничиться рекомендациями работы [4], разработанными применительно к гидродинамике, без учета взаимодействия потока газа с электромагнитным полем. Обоснованием для этого может служить то обстоятельство, что в МГД-генераторах параметр $\kappa = \text{Ha}/\text{Re}$ обычно много меньше критического значения $4 \cdot 10^{-3}$, когда начинает проявляться влияние магнитного поля на турбулентные характеристики течения [6].

Целью данного исследования являлось создание метода расчета плоского турбулентного пограничного слоя при наличии магнитогидродинамического взаимодействия и численное исследование некоторых особенностей структуры слоя и его развития в сверхзвуковых МГД-генераторах. Надо отметить, что аналогичная задача применительно к дозвуковым течениям решалась в [7].

1. Система уравнений для стационарного турбулентного пограничного слоя при движении электропроводного газа может быть получена из нестационарных уравнений Навье — Стокса и имеет следующий вид [1, 7]:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial n} (\rho v_n) = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x^2) + \frac{\partial}{\partial n} (\rho v_x v_n) = \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial n} + F_x \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x H) + \frac{\partial}{\partial n}(\rho v_n H) = \frac{\partial}{\partial n} \left\{ \rho \left(\frac{v}{Pr} + \frac{\varepsilon}{Pr_T} \right) \frac{\partial H}{\partial n} + \right. \\ \left. + \rho \left[\left(1 - \frac{1}{Pr} \right) v + \left(1 - \frac{1}{Pr_T} \right) \varepsilon \right] \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{v_x^2}{2} \right) \right\} + N_v \quad (1.3)$$

Здесь x — продольная координата; n — нормаль к стенке (в случае электродной стенки n соответствует координате y , а в случае изоляционной стенки — координате z); v_n — нормальная к стенке составляющая скорости; $\tau = \rho(v + \varepsilon) \partial v_x / \partial n$ — напряжение трения; v, ε — кинематические молекулярная и турбулентная вязкости соответственно; $Pr = \rho C_p v / \lambda$; $Pr_T = \rho C_p \varepsilon / \lambda_T$ — ламинарное и турбулентное числа Прандтля; $H = h + 0,5 v_x^2$; h — энтальпия газа; F_x — продольная составляющая силы Лоренца $\mathbf{F} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}$; $N_v = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$ — объемный источник (сток) энергии.

Выписанная система уравнений получена в предположении малого значения параметра Холла, когда можно пренебречь поперечной составляющей силы Лоренца и рядом других нелинейных эффектов, влияющих на структуру турбулентности.

Для замыкания системы уравнений (1.1)–(1.3) необходимо дополнить ее уравнением состояния (приведенные ниже результаты получены в предположении идеальности газа), а также определить коэффициенты переноса. Коэффициент турбулентной вязкости определялся из решения дифференциального уравнения [4, 5]:

$$\rho v_x \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v_n \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} \left[\rho (\kappa \varepsilon + \nu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} \right] + \rho \varepsilon \alpha \left| \frac{\partial v_x}{\partial n} \right| - \frac{\rho \varepsilon \gamma (\beta \varepsilon + \nu)}{S^2} + \xi \varepsilon v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (1.4)$$

$$\kappa = 2, \quad \gamma = 12, \quad \beta = 0,34, \quad \xi = 0,7, \quad \alpha = 0,28 \quad (\varepsilon / \nu > 7)$$

$$\alpha = 0,28 (\varepsilon / 7\nu)^{0,71} (\langle v \rangle / \nu_\infty)^{0,9} \quad (\varepsilon / \nu \leq 7)$$

$$S^2 = n^2 + 0,4n k_s + 0,004 k_s^2$$

Здесь k_s — эквивалентный размер песочной шероховатости; $\langle v \rangle$ — среднеарифметическое по сечению значение v .

Для вычисления источников членов $F_x = (\mathbf{j} \times \mathbf{B})_x$ и $N_v = \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}$ в (1.2), (1.3) необходимо определить электродинамические величины, распределение которых в пограничных слоях зависит от параметров потока и режима нагрузки генератора. Для фарадеевского МГД-генератора со сплошными электродами в пограничном слое на электродной и изоляционной стенках соответственно имеем

$$E_y(x, y) = v_x(x, y) B + j_{y\infty}(x) / \sigma_1(x, y); \quad j_y(x) = j_{y\infty}(x) \\ F_x(x) = j_{y\infty}(x) B; \quad N_v(x, y) = j_{y\infty}(x) E_y(x, y) \quad (1.5)$$

или

$$j_y(x, z) = \sigma_1(x, z) [E_{y\infty}(x) - v_x(x, z) B]; \quad E_y(x) = E_{y\infty}(x) \quad (1.6)$$

Здесь $\sigma_1 = \sigma / (1 + \beta^2)$, а электропроводность $\sigma(p, T)$ и параметр Холла $\beta = \mu_e(p, T) B$ зависят от параметров потока (μ_e — подвижность электронов).

Для решения системы уравнений (1.1)–(1.6) необходимо задать начальные (при $x=0$) и граничные условия. Обычно [4, 5] в начальном сечении задаются гладкие профили скорости, энтальпии и турбулентной вязкости, удовлетворяющие естественным граничным условиям. В качестве граничных условий на внешней границе пограничного слоя принимались параметры в ядре потока, а на стенке ($n=0$): $v_x=0$; $v_n=0$ (при вдуве $v_n=v_w(x)$ или $\rho_w v_w / \rho_\infty v_{x\infty} = C_w(x)$); $h=h_w(x)$ (или $T=T_w(x)$); $\varepsilon=0$ в случае гидравлически гладкой стенки и $\partial \varepsilon / \partial n = 0$ в случае шероховатой стенки. Вместо энтальпии (температуры) на стенке можно задавать также тепловой поток $q_w(x)$.

Система уравнений (1.2)–(1.6) решалась численно конечно-разностным методом: использовалась монотонная неявная схема второго порядка точности по поперечной и первого – по продольной координате с автоматическим выбором шага вдоль стенки. Поперек пограничного слоя использовалась существенно неравномерная и следящая за развитием пограничного слоя расчетная сетка.

Описанная методика была реализована в виде программы для ЭВМ. Распределения параметров потока вдоль внешней границы пограничного слоя рассчитывались с помощью квазидномерной методики [1]. Это не исключает возможности использования более сложных методов расчета течения в ядре потока. Начальные распределения параметров потока в пограничном слое на входе в дозвуковую часть сопла задавались в виде [5]: $\omega = v_x/v_{x\infty} = 1,5\eta - 0,5\eta^3$ ($\eta = \eta/\delta$); $\theta = (T_0 - T_w)/(T_{0\infty} - T_w) = \omega$; $\varepsilon = \varepsilon_\infty \omega^4$. Уровень турбулентности в ядре потока ε_∞ определялся из общих представлений о его структуре в рассматриваемом газодинамическом тракте, а турбулентное число Прандтля полагалось постоянным и равным 0,87. В расчетах принималось, что отрыв пограничного слоя происходит при достижении динамической скоростью заданного малого значения, отличающегося от значения на входе в канал более чем на порядок.

Для анализа развития и структуры пограничных слоев использовались интегральные характеристики: толщина вытеснения δ^* и толщина потери импульса δ^{**} , а также интегральные толщины, характеризующие электродинамические процессы в пограничном слое [1, 7]:

$$\delta_N^* = \int_0^{\infty(\delta)} \left(1 - \frac{jE}{j_\infty E_\infty}\right) dn, \quad \delta_p^* = \int_0^{\infty(\delta)} \left(1 - \frac{\sigma_\infty}{\sigma}\right) dn$$

$$\delta_\varepsilon^* = \int_0^{\infty(\delta)} \left(1 - \frac{v_x}{v_{x\infty}}\right) dn$$

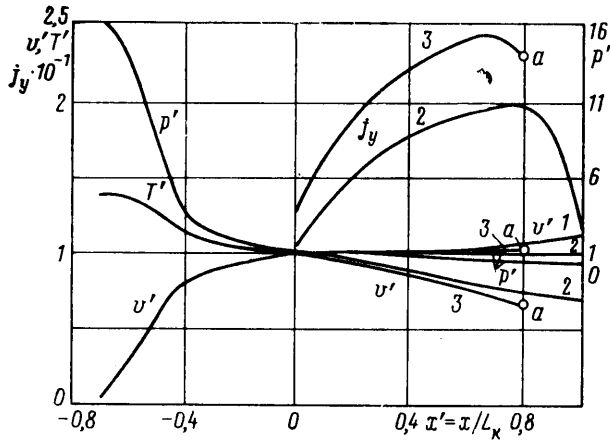
Здесь δ_N^* , δ_p^* и δ_ε^* – толщины потери мощности, омического сопротивления и индуцированного напряжения соответственно.

Физический смысл интегральных толщин следует из их определения. При этом внутреннее сопротивление участка канала на единицу длины и ширины и приэлектродное падение потенциала, обусловленное наличием пограничного слоя, определяются соответственно

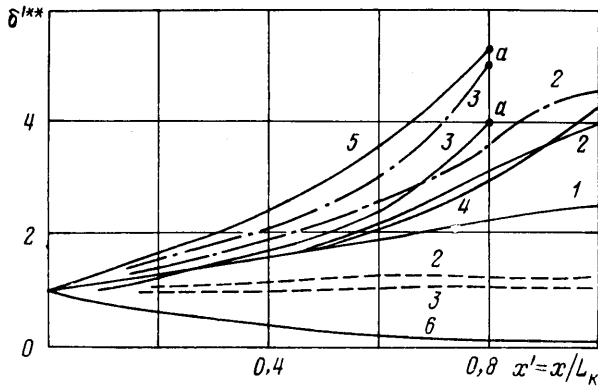
$$\Delta R = (h - 2\delta_p^*)/\sigma_\infty, \quad \Delta U = \delta_\varepsilon^* v_{x\infty} B - \delta_p^* |j_{y\infty}|/\sigma_\infty$$

2. Численное исследование пограничного слоя было выполнено на примере МГД-установки «Памир-1», профиль газодинамического тракта которой приведен в работах [1, 8]. На фиг. 1 показано изменение параметров потока в ядре по длине газодинамического тракта для трех характерных режимов работы МГД-генератора (сечение $x=0$ соответствует входу в электродную зону канала): течение без магнитного поля (1); номинальный режим при $B=3T$, напряжении на электродах 416 В, токе канала 27 кА (2) и критический режим (3), когда на выходном участке электродной зоны канала происходит отрыв пограничного слоя (точки отрыва на фиг. 1 и фиг. 2 отмечены буквой «а»). В качестве масштабов давления p , температуры T и скорости потока v_x на фиг. 1 приняты их значения на выходе из сопла, а плотность тока приведена в А/см².

В расчетах принимались давление и температура в камере сгорания $6,05 \cdot 10^8$ Н/м² и 4280 К соответственно, показатель адиабаты $\gamma=1,14$, газовая постоянная $R=234$ Дж/кгК, коэффициент динамической вязкости $\eta=11,2 \cdot 10^{-5}$ Н·с/м², а ее зависимость от температуры выбиралась в виде $\eta \sim T^{0,7}$, число Прандтля $Pr \approx 0,5$. Использовалось реальное распределение магнитного поля по длине канала (максимальное значение индукции магнитного поля $3T$) и экспериментальные значения (на выходе из соплового



Фиг. 1



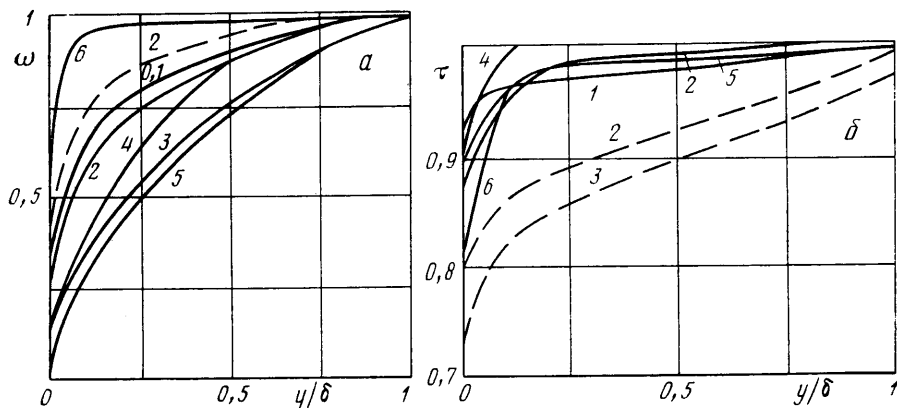
Фиг. 2

участка) $\sigma_1 \approx 50$ Сим/м и $\mu_{e1} \approx 0,17 T^{-1}$. Для основного варианта было принято: $T_w = 2300$ К, $k_s = 0$, $C_w = 0$ и $\epsilon_\infty / \nu_\infty = 5$.

Отметим, что полученные для соплового участка зависимости в целом соответствуют известным результатам. Так, например, увеличение шероховатости стенок приводит к заметному росту характерных толщин пограничного слоя. При $k_s = 3 \cdot 10^{-4}$ м толщина пограничного слоя δ и тепловой поток на выходе из сопла возрастают по сравнению с гладкой стенкой приблизительно в 2 раза, а δ^{**} — в 2,7 раза. При этом заметно нарушается аналогия Рейнольдса. Установлено также, что при уменьшении температуры стенки характерные толщины пограничного слоя δ , δ^{**} и δ_T^{**} возрастают, а δ^* и формпараметр $H = \delta^* / \delta^{**}$ существенно уменьшаются и при $T_w < 800$ К становятся отрицательными. В последнем случае точность расчета характеристик пограничного слоя интегральными методами заметно снижается.

На фиг. 2 показано изменение толщины потери импульса $\delta^{**} = \delta^{**} / \delta_1^{**}$ по длине электродной части канала для трех режимов (для гладкой стенки $\delta_1^{**} = 1,1$ мм) работы МГД-генератора. Отсюда видно, что на холостом режиме (кривая 1) δ^{**} возрастает к выходу из электродной зоны в $\sim 2,5$ раза. Включение нагрузки (кривые 2 и 3 относятся соответственно к номинальному режиму и режиму с отрывом пограничного слоя) приводит к заметному увеличению темпа роста δ^{**} по длине канала на электродной стенке (сплошные кривые), в то время как на изоляционной стенке (штриховые кривые) происходит слабый рост δ^{**} .

При больших нагрузках величина δ^{**} на изоляционной стенке может даже уменьшаться. Отметим здесь, что интегральный метод расчета погра-



Фиг. 3

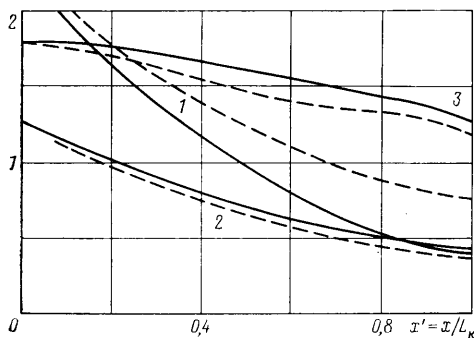
ничного слоя дает на электроде несколько завышенное значение δ^{**} (штрихпунктирные кривые) [1, 2].

В случае шероховатой стенки интенсивность нарастания δ^{**} на электродной (кривая 4) и на изоляционной стенках оказывается практически такой же, как и в случае гладкой стенки. Но при этом абсолютное значение δ^{**} оказывается значительно выше, так как $\delta_{1,1}^{**} \approx 3$ мм. Надо также отметить, что в случае шероховатой стенки наблюдается заметное снижение коэффициента трения и увеличение формпараметра H , а профиль скорости приближается к отрывному. Коэффициент теплоотдачи (и тепловой поток на электроде) при этом по всей длине возрастает по сравнению с гладкой стенкой (приблизительно в 1,7 раза при $k_s = 3 \cdot 10^{-4}$ м).

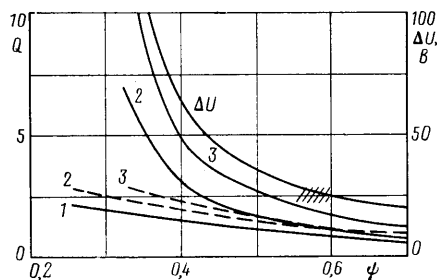
На фиг. 2 показано также развитие пограничного слоя в случае вдува и отсоса газа через пористую стенку (предполагалось, что вдуваемый газ по своим термодинамическим свойствам не отличается от газа в пограничном слое). Так, например, при $C_w = 3 \cdot 10^{-3}$ на номинальном режиме толщина потери импульса нарастает (кривая 5) даже быстрее, чем на режиме с отрывом пограничного слоя (кривая 3) при $C_w = 0$. При этом профили скорости и температуры становятся менее наполненными и отрыв пограничного слоя реализуется при меньших нагрузках МГД-генератора. Как и ожидалось, вдув газа заметно снижает тепловые потоки, а отсос приводит к их увеличению. Толщина потери импульса при отсосе может даже уменьшаться (см. фиг. 2, кривая 6, $C_w = -5 \cdot 10^{-3}$).

Наиболее существенным преимуществом дифференциального описания плоского пограничного слоя является возможность исследования его структуры. В качестве примера на фиг. 3 приведены профили скоростей $\omega = v/v_\infty$ (фиг. 3, а) и температур $\tau = T/T_\infty$ (фиг. 3, б) на выходе из электродной части канала. Здесь приняты те же обозначения кривых, что и на фиг. 2. Профили на входе в электродный участок канала обозначены цифрой «0».

Анализ результатов численного исследования показал, что влияние шероховатости, вдува и отсоса пограничного слоя, а также степени турбулентности внешнего потока качественно проявляется также, как и при отсутствии магнитогидродинамического взаимодействия. Вместе с тем установлено, что профили скорости на изоляционной стенке и температуры на электродной стенке в результате воздействия электромагнитных сил становятся более наполненными; профили скорости на электродной стенке и температуры на изоляционной стенке в номинальном режиме оказываются менее наполненными, а в отрывном режиме профиль скорости на электродной стенке (сплошная кривая 3 на фиг. 3, а) приближается к степенному с показателем, равным $\sim 0,5$; вычисленные в окрестности точки отрыва значения формпараметров $f = \delta^{**} d \ln v_\infty / dx \approx -6,4 \cdot 10^{-3}$ и



Фиг. 4



Фиг. 5

$H = \delta^*/\delta^{**} \approx 1,9$ в случае «горячих» электродных стенок близки к значениям, полученным интегральным методом (соответственно $7 \cdot 10^{-3}$ и 1,7); на изоляционной стенке отрыв пограничного слоя возможен только при наличии вдува ($C_w > 0$), а на электродной стенке с уменьшением ее температуры область отрыва смещается, как и без магнитогидродинамического взаимодействия, вниз по потоку; коэффициент турбулентной вязкости в пограничном слое на электродной стенке обычно в несколько раз выше по сравнению с пограничным слоем на изоляционной стенке. Последнее связано, по-видимому, с «гартманизацией» и существенно меньшей толщиной пограничного слоя на изоляционной стенке.

На фиг. 4 приведено изменение интегральных характеристик пограничного слоя по длине электродной части канала МГД-генератора на номинальном режиме его работы (кривые 1 — коэффициент трения $C_f \cdot 10^3$; кривые 2 — критерий Стантона $St \cdot 10^3$; кривые 3 — тепловые потоки в стенку $q_w \cdot 10^{-4} = q_w / (\rho_1 v_1 H_1)$). Отсюда видно, что тепловой поток, коэффициент трения и число St снижаются по длине канала. Отметим здесь, что для изоляционной стенки (пунктирные кривые) аналогия Рейнольдса ($St = 0,5 C_f$) практически выполняется на всей длине канала, в то время как для электродной стенки наблюдается существенное отклонение от этой закономерности, причем на выходе из канала $St \approx C_f$.

На фиг. 5 показано изменение теплового потока на выходе из электродного участка канала МГД-генератора в зависимости от температуры стенки $\psi = T_w / T_{01}$ для трех режимов работы (см. фиг. 1). Здесь в качестве масштаба принят тепловой поток $q_w^0 = 2,75 \cdot 10^8$ Вт/м², при $\psi = T_w^0 / T_{01} = 0,58$. Отсюда видно, что при снижении температуры стенки тепловой поток на холодном режиме (кривая 1) возрастает практически линейно, т. е. пропорционально температурному напору. При нагружении канала аналогичный результат наблюдается только для изоляционной стенки (пунктирные кривые), но в этом случае тепловой поток приблизительно на 30% выше. В случае же электродных стенок при $\psi < 0,5$ наблюдается существенное нарастание теплового потока (сплошные кривые), что связано в первую очередь с ростом джоулевых потерь (объемного тепловыделения) в непосредственной близости от «холодной» стенки.

На фиг. 5 показана также зависимость расчетного значения приэлектродного падения напряжения ΔU в пограничном слое в средней части канала в номинальном режиме работы от температуры электрода. Заштрихованная область изображает диапазон изменения типичных значений ΔU , полученных при обработке результатов эксперимента и отнесенных к одному электроду.

Численные исследования показали, что изменение по длине канала интегральных электродинамических толщин, отнесенных к текущему значению $\delta^{**}(x)$, существенным образом зависит от режима нагрузки, температуры и состояния поверхности стенки. При этом, как и следовало ожидать (сравните соответствующие формулы), δ_e^* мало (приблизительно

на 30%) отличается от δ^{**} на всей длине канала, причем с уменьшением температуры стенки это различие снижается. Незначительно изменяется по длине канала величина $\delta_N^{*'} = \delta_N^* / \delta^{**}$, что обусловлено относительно слабым изменением δ^{**} , профилей температуры и скорости на изоляционной стенке (при этом $\delta_N^* \approx 5\delta^{**}$). Однако ее значение сильно зависит от температуры стенки и режима нагрузки, причем пределы изменения величин δ_N^* ограничены толщиной пограничного слоя (при низкой температуре стенки) и толщиной вытеснения (в случае режима короткого замыкания для неохлаждаемого канала при $M_\infty \ll 1$).

Сильно изменяется по длине канала δ_p^* , что связано в первую очередь с сильной (экспоненциальной) зависимостью электропроводности газа от температуры. Так на входе в канал $\delta_p^* \approx -5\delta^{**}$, а на выходе для электродной стенки $\delta_p^* \approx -\delta^{**}$. Необходимо отметить, что величина δ_p^* сильно зависит от температуры стенки и может принимать даже положительное значение (в случае адиабатической стенки, особенно при $M_\infty > 1$).

Авторы выражают благодарность А. Б. Ватажину, В. А. Битюрину, В. А. Желнину за обсуждение постановки задачи, А. А. Якушеву — за участие в обсуждении результатов исследования, Ю. В. Раксеевой и Л. В. Яшиной за оформление статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бреев В. В., Губарев А. В., Панченко В. П. Сверхзвуковые МГД-генераторы. М.: Энергоатомиздат, 1988. 238 с.
2. Бреев В. В., Панченко В. П. Квазидномерный метод расчета МГД-генератора в приближении пограничного слоя // Изв. АН СССР. МЖГ. 1974. № 4. С. 139–145.
3. Тино Дж., Ли К., Бродан Т. Р. Пограничные слои в МГД-генераторах. // Магнито-гидродинамический метод получения электроэнергии. Вып. 2. М.: Энергия, 1971. С. 138–155.
4. Абрамович Г. Н., Крашенинников С. Ю., Секундов А. Н. Турбулентные течения при воздействии объемных сил и неавтомоделности. М.: Машиностроение, 1975. 94 с.
5. Холщевникова Е. К. Исследование развитого течения несжимаемой проводящей жидкости в круглой трубе с помощью уравнения для турбулентной вязкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 5. С. 60–69.
6. Брановер Г. Г., Слюсарев Н. М., Щербинин Э. В. Некоторые результаты измерения турбулентных пульсаций скорости в потоке ртути в присутствии поперечного магнитного поля // Магнитная гидродинамика. 1965. № 1. С. 33–36.
7. Битюрин В. А., Желнин В. А., Любимов Г. А. и др. Численное моделирование неоднородных течений в канале МГД-генератора и его применение при обработке экспериментальных данных // Тр. 8-й Междунар. конф. по МГД-преобразованию энергии. Москва, 1983. Т. 1. М., 1983. С. 166–174.
8. Головин А. П., Догадаев Р. В., Панченко В. П., Якушев А. А. Устойчивость сверхзвукового течения в каналах при сильном МГД-торможении и отсосе пограничного слоя // Proc. 9th Internat. Conf. on MHD Electrical Power Generation. Tsukuba, Japan, 1986. V. 1. P. 206–216.

Москва

Поступила в редакцию
24.XI.1988