

ЦИРКУЛЯЦИОННОЕ ТЕЧЕНИЕ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРЕ С НЕПОДВИЖНЫМ ВЕРХНИМ ТОРЦОМ

Циркуляционное течение сжимаемого вязкого газа во вращающемся цилиндре с несимметричными граничными условиями в различных постановках исследовалось численными и аналитическими методами в ряде работ (см., например, [1, 3]). При больших скоростях вращения течение имеет характерную особенность — область разрежения вблизи оси цилиндра, обусловленную экспоненциальным распределением плотности газа по радиусу. В этой области уравнения механики сплошных сред не применимы, что может приводить к возникновению осцилляций численных решений [4]. С целью анализа интенсивности циркуляционного течения в зоне разрежения вблизи оси быстровращающегося цилиндра в настоящей работе решена задача о течении газа в цилиндре с неподвижным верхним торцом для промежуточных чисел Кнудсена методом прямого статистического моделирования. Исследовано влияние на интенсивность вторичного течения разрежения газа. Проанализирован вклад самовозбуждающейся термической циркуляции газа в общее циркуляционное течение.

1. Постановка задачи и метод расчета. Рассмотрим течение разреженного газа во вращающемся цилиндре, установившееся после мгновенной остановки верхнего торца. В начальный момент времени газ вращается как квазитвердое тело с угловой скоростью ω , соответствующей числу Маха на боковой поверхности цилиндра $M = \omega a / \sqrt{RT_0} = 2$, где a — радиус цилиндра, R — газовая постоянная, T_0 — температура газа и цилиндра. Отношение высоты цилиндра к радиусу равно единице. Плотность газа распределена по закону

$$\rho(r) = \rho_a \exp\left(-\frac{M^2}{2} x\right), \quad x = 1 - (r/a)^2$$

Здесь ρ_a — плотность на боковой поверхности цилиндра, x — радиальная координата. Число Кнудсена, введенное как $\text{Kn} = \lambda/a$, $\lambda = (\sqrt{2}\rho_a\sigma)^{-1/2}$, варьировалось в пределах от $2,5 \cdot 10^{-2}$ до 1. Газ моделировался частицами, которые взаимодействуют по закону столкновений твердых сфер с сечением σ . Принято, что с поверхностью цилиндра модельные частицы имеют полностью диффузное рассеяние.

Критерием завершения переходного процесса выбрано равенство с заданной точностью функций тока, определенных по радиальной $\partial\psi_1/\partial z = -\rho r v_r$ и осевой $\partial\psi_2/\partial r = \rho r v_z$ составляющим скорости течения газа [3].

Расчет осуществлялся с использованием 8000 модельных частиц по схеме Берда, [5], обладающей наибольшим быстродействием среди известных методов прямого статистического моделирования. После выхода на стационарное состояние расчет продолжался до тех пор, пока объем всей выборки не достигал $\sim 5 \cdot 10^5$ частиц, что позволяло снизить статистическую ошибку в определении характеристик течения до 1–2% у боковой поверхности цилиндра и до 5–7% вблизи оси.

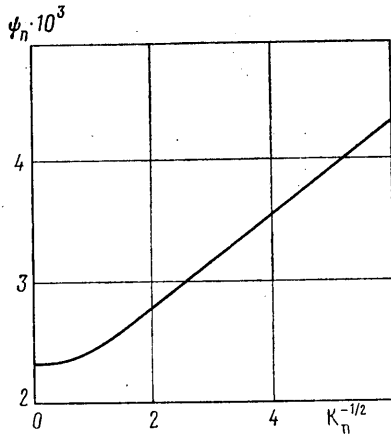
Разбиение поля течения на ячейки по радиусу осуществлялось по экспоненциальному закону, обеспечивающему примерно равное количество частиц N в каждой ячейке

$$N = c \int_{x_i}^{x_{i+1}} \exp\left\{-\frac{M^2}{2} x\right\} dx$$

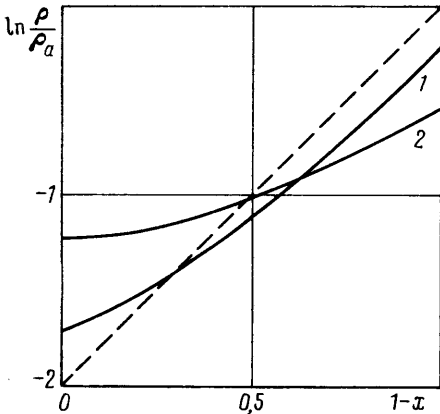
где c — константа, выбранная из соображений нормировки, x_i и x_{i+1} — радиальные координаты границ i -й ячейки. Разбиение по высоте цилиндра бралось равномерным. Поскольку схема [5] дает устойчивые результаты при числе частиц в ячейке $N \geq 20$ –25 [6], в расчетах использовалось 5–6 ячеек по высоте и 30 ячеек по радиусу.

При числах Кнудсена $\text{Kn} = 2,5 \cdot 10^{-2}$ и 1 были проведены расчеты по схеме прямого статистического моделирования О. М. Белоцерковского и В. Е. Яницкого [6] с разбиением 50×50 и 30×30 ячеек соответственно. Сравнение результатов, полученных по обеим схемам, показало их хорошее соответствие. Время счета по схеме [5] изменялось от 15–20 мин для $\text{Kn} = 1$ до 50–60 мин для $\text{Kn} = 2,5 \cdot 10^{-2}$, а по схеме [6] практически не зависело от степени разреженного газа и составляло 50–60 мин на ЭВМ ЕС 1045.

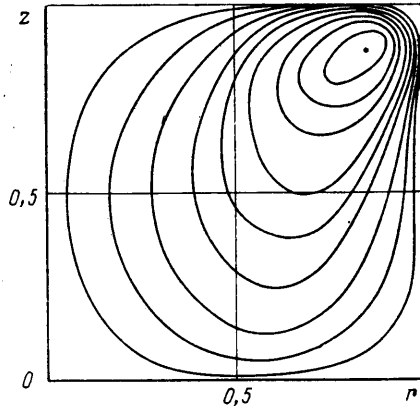
2. Результаты расчетов. В качестве количественной характеристики циркуляционного течения газа выбрана максимальная величина функции тока ψ_m . Поскольку ψ_m зависит от плотности газа, изменяющейся при варьировании числа Кнудсена, в расчетах использовалась нормированная функция тока $\psi_n = \psi_m / (\rho_a \omega a^3)$, кото-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

рая в случае сплошной среды является функцией числа Экмана $E = \eta / (\rho_a \omega a^2)$. Так как динамическая вязкость газа $\eta \sim \lambda \rho_a$, то для $\text{Kn} \ll 1$

$$\psi_n \sim \left(\frac{\eta}{\rho_a \omega a^2} \right)^{1/2} \sim \text{Kn}^{-1/2}$$

Для сильно разреженного газа ($\text{Kn} \gg 1$) длина свободного пробега λ заменяется характерным размером течения, независящим от плотности газа. Вследствие чего максимальная величина функции тока не зависит от числа Kn .

На фиг. 1 представлена зависимость функции тока ψ_n от степени разрежения газа. Для $\text{Kn} < 1$ ψ_n линейно изменяется с $\text{Kn}^{-1/2}$, а при числах $\text{Kn} \gg 1$ не зависит от степени разрежения газа, что подтверждают расчеты в диапазоне чисел Кнудсена от 1 до 100.

Уменьшение интенсивности вторичного течения приводит к тому, что с ростом разрежения параметры течения приближаются к характеристикам квазитвердого вращения газа. Это подтверждает зависимость $\ln(\rho/\rho_a)$ от $1-x$, приведенная на фиг. 2 при $z=0,9$ (кривая 1 соответствует числу $\text{Kn}=1$, кривая 2 — $\text{Kn}=2,5 \cdot 10^{-2}$, штриховая — квазитвердому вращению).

Результаты расчетов показали, что при постоянной температуре боковой и торцевых поверхностей цилиндра в угловой области у кромки неподвижного диска образуется зона разогретого газа с температурой $T_m = 1,25 T_0$ для $\text{Kn}=1$ и $T_m = 1,20 T_0$ для $\text{Kn}=2,5 \cdot 10^{-2}$. На фиг. 3 представлена картина изотерм для $\text{Kn}=1$ с шагом $\Delta T = 0,1 (T_m - T_0)$.

Увеличение интенсивности разогрева газа с ростом разрежения связано с большим отклонением скоростей частиц от средней величины, что обусловлено возрастанием вероятности бесстолкновительного пролета частиц с произвольными скоростями в рассматриваемую область. Интенсивный локальный разогрев газа приводит к тому, что наряду с механической циркуляцией в объеме возникает течение, вызванное тепловой конвекцией. На наличие подобной самовозбуждающейся термической циркуляции в случае сплошной среды указано в [3]. С целью выяснения ее вклада в общее циркуляционное течение в [3] решена изотермическая задача без рассмотрения уравнения энергии. В этом случае вклад термической циркуляции незначителен.

лен и составляет 3–5%. В настоящей работе для достижения равенства температуры по всему объему вводились температурные градиенты на поверхностях цилиндра. В результате такой компенсации температуры интенсивность циркуляционного течения уменьшилась на 14–16% для $Kn=2,5 \cdot 10^{-2}$ и на 16–18% для $Kn=1$. Следовательно, влияние температурных эффектов на интенсивность вторичного течения во вращающемся цилиндре заметно больше для разреженного газа, чем в случае сплошной среды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hashimoto K., Matsuda T. Meridional flow of compressible fluid in a rapidly rotating short cylinder // J. Phys. Soc. Jap. 1980. V. 49. № 2. P. 779–786.
2. Ungarish M., Israeli M. Axisymmetric compressible flow in a rotating cylinder with axial convection // J. Fluid Mech. 1985. V. 154. P. 121–144.
3. Toren M., Solan A. Laminar compressible flow over a stationary disk in a rotating cylinder // Trans. ASME. J. Fluids Eng. 1979. V. 101. № 2. P. 173–180.
4. Борисевич В. Д., Наумочкин В. В., Смаков Б. М. Механическое и тепловое возбуждение течения вязкого газа во вращающемся цилиндре // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 4. С. 24–28.
5. Берд Г. Молекулярная газовая динамика/Под ред. Белоцерковского О. М., Когана М. Н. М.: Мир, 1984. 319 с.
6. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984. С. 341–387.

Москва

Поступила в редакцию
10.V.1988