

УДК 533.6.011.8

© 1990 г.

С. В. ЖЛУКТОВ, Г. А. ТИРСКИЙ

**ВЛИЯНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНО-ДИССОЦИАЦИОННОГО
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ТЕПЛОПЕРЕДАЧУ И СОПРОТИВЛЕНИЕ
ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ**

Работа посвящена теоретическому исследованию двумерной задачи гиперзвукового обтекания тел вязким теплопроводным химически и термодинамически неравновесным газом. Рассматривается стационарное обтекание гладких осесимметричных затупленных тел воздухом при скоростях полета $V_\infty \leq 10$ км/с в широком интервале высот над поверхностью Земли, где справедлива еще модель сплошной среды и существенны неравновесные физико-химические процессы ($50 \leq H \leq 100$ км). Основное внимание уделено выяснению влияния колебательно-диссоциационного взаимодействия на течение и теплопередачу в ударном слое. При высоких температурах торможения становится невозможным разделение области течения на отдельные зоны возбуждения колебаний, диссоциации и ионизации, так как эти процессы начинают протекать одновременно, взаимно влияя друг на друга [1]. В предположении наличия равновесного (больцмановского) распределения молекул i -го сорта по колебательным уровням при некоторой колебательной температуре $T_i^{(V)}$ влияние неравновесного возбуждения колебаний на диссоциацию будет проявляться в основном через константы скоростей диссоциации K_{Di} , которые при $T_i^{(V)} \neq T$ становятся функциями двух температур: $K_{Di}(T_i^{(V)}, T) \neq K_{Di}(T, T)$. Здесь T — температура активных (поступательных и быстро релаксирующих с ними вращательных) степеней свободы молекул. При больших степенях диссоциации газа за ударной волной в уравнения колебательной релаксации (уравнения для $T_i^{(V)}$) должны входить члены, учитывающие потерю и приобретение энергии колебательными модами молекул при диссоциации и рекомбинации. Такой учет колебательно-диссоциационного взаимодействия впервые был осуществлен в рамках модели $CVDV$ [2] и рассматривался сначала на примере одномерного стационарного течения вязкого газа за ударной волной [1–3]. В задачах сверхзвукового обтекания тел вязким газом взаимодействие колебательной релаксации и диссоциации рассматривалось ранее на примере течения многокомпонентной смеси в пограничном слое на пластине [4], а также — в рамках модели тонкого вязкого ударного слоя — на линии торможения для чистых газов [5]. В настоящей работе численное исследование проводится в рамках модели многокомпонентного полного вязкого ударного слоя [6, 7], согласно которой при $Re_\infty \approx 400$ течение около тела можно разделить на область ударной волны и вязкий ударный слой. На внутренней границе ударной волны выставляются обобщенные соотношения Рэнкина — Гюгонно, а в ударном слое решается полная система уравнений вязкого ударного слоя с учетом колебательной релаксации, неравновесных реакций диссоциации и ионизации.

1. Постановка задачи. Уравнения полного вязкого ударного слоя в данной работе решаются в переменных $z(x)$ (расстояние вдоль оси симметрии тела) и η [6, 7]:

$$\eta(x, y) = \frac{1}{\Delta} \int_0^y \rho r^v dy; \quad \Delta = \int_0^{y/s} \rho r^v dy; \quad r = 1 + \frac{\cos \alpha}{r_w} y \quad (1.1)$$

Здесь y — расстояние от данной точки в потоке до поверхности тела, x — длина дуги, отсчитываемая от передней критической точки вдоль образующей тела вращения; ρ — безразмерная плотность, отнесенная к плотности набегающего потока ρ_∞ (см. (1.2)); α — угол между касательной к поверхности тела и осью симметрии; r_w — расстояние от данной точки

на поверхности тела до оси симметрии; y_s — отход ударной волны (индексом «S» в дальнейшем будем отмечать значения соответствующих величин на внутренней (условной) границе ударной волны (см. п. 3)); $\nu=0$ для плоских и $\nu=1$ — для осесимметричных течений.

В рассматриваемой постановке в систему вязкого ударного слоя наряду с обычными уравнениями многокомпонентной частично диссоциированной и ионизованной квазинейтральной смеси газов [6] войдут уравнения энергии для внутренних (колебательных) степеней свободы молекул [8]. В безразмерных переменных (1.1) с введением соответствующих безразмерных величин $u, v, \rho, P, H, \tau_{zn}, Y_i, Y, f$:

$$v_x = V_\infty \cos \alpha u, \quad v_y = -V_\infty v, \quad \rho' = \rho_\infty \rho, \quad P' = \rho_\infty V_\infty^2 P$$

$$H' = V_\infty^2 H, \quad \tau_{xy} = \mu V_\infty \cos \alpha \frac{\partial \eta}{\partial y} \tau_{zn} \quad (1.2)$$

$$J_{i,y} = -\mu \frac{\partial \eta}{\partial y} Y_i, \quad J_{H,y} = -\mu \frac{\partial \eta}{\partial y} V_\infty^2 Y$$

$$\psi(x, y) = \rho_\infty V_\infty \cos \alpha r_w \Delta f(z, \eta)$$

Здесь V_∞ — скорость набегающего потока, μ — динамический коэффициент вязкости. Система уравнений вязкого ударного слоя будет иметь вид:

$$u = \frac{\partial f}{\partial \eta} \quad (1.3)$$

$$v = \frac{\Delta}{\rho H_1 r^\nu} \left(\beta_0 f + \frac{\partial f}{\partial z} \cos^2 \alpha \right) - u \frac{\cos^2 \alpha}{H_1} \frac{\partial y}{\partial z} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\tau_{zn}}{\text{Re}} \right) = & u^2 \frac{\sin \alpha}{R} + u \cos^2 \alpha \frac{\partial u}{\partial z} - \left(\beta_0 f + \frac{\partial f}{\partial z} \cos^2 \alpha \right) \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\Delta}{\rho R H_1 r^\nu} u \right) + \\ & + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial y}{\partial z} \frac{1}{H_1} \left[\frac{\partial v}{\partial \eta} \left(\beta_0 f + \frac{\partial f}{\partial z} \cos^2 \alpha \right) - u \cos^2 \alpha \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad (1.5) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial P}{\partial \eta} = \frac{\Delta \cos^2 \alpha}{R H_1 r^\nu} u^2 - \frac{\Delta}{H_1 r^\nu} \left[\frac{\partial v}{\partial \eta} \left(\beta_0 f + \frac{\partial f}{\partial z} \cos^2 \alpha \right) - u \cos^2 \alpha \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{Y}{\text{Re}} \right) = - \left(\beta_0 f + \cos^2 \alpha \frac{\partial f}{\partial z} \right) \frac{\partial H}{\partial \eta} + u \cos^2 \alpha \frac{\partial H}{\partial z} \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{Y_i}{\text{Re}} \right) = - \left(\beta_0 f + \cos^2 \alpha \frac{\partial f}{\partial z} \right) \frac{\partial c_i}{\partial \eta} + u \cos^2 \alpha \frac{\partial c_i}{\partial z} - \frac{H_1}{V_\infty} \frac{W_i}{\rho_\infty \rho} \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{\text{Re}} \left(e_i Y_i + \frac{c_i}{S_i} \frac{\partial e_i}{\partial \eta} \right) \right] = & - \left(\beta_0 f + \cos^2 \alpha \frac{\partial f}{\partial z} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} (c_i e_i) + \\ & + u \cos^2 \alpha \frac{\partial}{\partial z} (c_i e_i) + \frac{H_1}{V_\infty} c_i \frac{e_i(T_i^{(\nabla)}) - e_i(T)}{\tau_i} + \frac{H_1}{\rho_\infty \rho V_\infty} W_{D_i} + \frac{H_1}{\rho_\infty \rho V_\infty} V_i^* \quad (1.9) \end{aligned}$$

где для безразмерных «потоков» переноса импульса τ_{zn} , энергии Y и массы компонентов Y_i используются следующие выражения (выражения для потоков переноса внутренней энергии компонентов [8] уже подставлены в уравнения (1.9)):

$$\tau_{zn} = \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{\Delta}{\rho R H_1 r^\nu} u \quad (1.10)$$

$$Y = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial H}{\partial \eta} - u \cos^2 \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} (1 - Pr) + Pr \frac{\Delta}{\rho R H_1 r^v} u \right) - \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^N h_k \left(\frac{\partial c_k}{\partial \eta} - Pr Y_k \right) - \sum_{i=M} \frac{de_i}{dT^{(v)}} \frac{\partial T_i^{(v)}}{\partial \eta} \frac{c_i}{V_\infty^2} \left(1 - \frac{Pr}{S_i} \right) \right] \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial \eta} = S_i Y_i + c_i \sum_{j=1}^N Y_j \left\{ -\frac{m}{m_j} S_{ij} + \sum_{k=1}^N S_{jk} c_k \left(\frac{m}{m_j} - \frac{m}{m_k} \right) - \right. \\ \left. - \left(\gamma_i - \sum_{k=1}^N c_k \gamma_k \right) \frac{1}{m_j} \left[e_j^* S_j - m \sum_{k=1}^N S_{jk} e_k^* \frac{c_k}{m_k} \right] \right\} \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{\Delta}{\rho r^v} \quad (1.13)$$

$$P = \rho \frac{R_A T}{m V_\infty^2} \quad (1.14)$$

$$T = \frac{1}{c_P} \left[H - \frac{1}{2} (u^2 \cos^2 \alpha + v^2) - \sum_{i=1}^N c_i (h_i(0) + e_i(T_i^{(v)})) \right] \quad (1.15)$$

$$\beta_0 = \sin \alpha \left(\frac{1}{R} + \frac{\cos \alpha}{r_w} \right) + \frac{\cos^2 \alpha}{\Delta} \frac{d\Delta}{dz}; \quad Re^{-1} = \frac{\mu \rho H_1 r^{2v}}{\rho_\infty V_\infty \Delta^2}$$

$$\frac{1}{m} = \sum_{k=1}^N \frac{c_k}{m_k}; \quad \gamma_i = e_i^* \left[\sum_{k=1}^N \frac{c_k (e_k^*)^2}{m_k} \right]^{-1}$$

Уравнения (1.3), (1.4) получаются из уравнения неразрывности в результате введения приведенной функции тока f (см. (1.2)). Здесь u и v — безразмерные (v_x, v_y — размерные) физические составляющие вектора скорости соответственно вдоль осей x, y ; ψ — функция тока, поделенная на $(2\pi)^v$; $H_1 = 1 + y/R$ — коэффициент Ламэ, где R — радиус кривизны поверхности тела, (1.5) и (1.6) — проекции уравнения количества движения соответственно на касательную и нормаль к телу. В этих уравнениях P — безразмерное давление. Уравнение (1.7) записано через полную безразмерную энтальпию H . В этом уравнении h_i — удельная энтальпия i -го компонента, отнесенная к V_∞^2 ; m_i (г/моль), $x_i, c_i = x_i m_i / m$ — соответственно молярная масса, молярная и массовая концентрации i -компонента, m — средняя молярная масса.

В данной работе полагается:

$$h_A = h_A(0) + \frac{5}{2} \frac{R_A}{m_A} T, \quad C_{PA} = \frac{5}{2} R_A$$

$$h_M = h_M(0) + (7/2 R_A T + e_i(T_i^{(v)})) / m_M, \quad C_{PM} = 7/2 R_A$$

где буквами A и M обозначаются атомы и молекулы. Энергия возбужденных электронных квантовых состояний не учитывается. При этом предполагается, что ионизация происходит из основного электронного состояния.

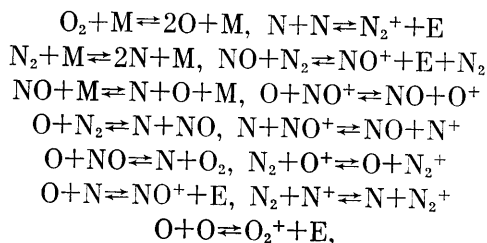
В уравнении конвективной диффузии (1.8) Y_i — безразмерный диффузионный поток i -го компонента (см. (1.2)), W_i — источниковый член за счет химических реакций. Уравнения (1.9) представляют собой балан-

совые соотношения для колебательной энергии молекул ($i=M$) [8, 9], записанные с учетом релаксации колебательных степеней свободы за счет ($V-T$) обмена энергией с поступательными степенями свободы (третий член справа в уравнении (1.9)), за счет появления (исчезновения) колебательной энергии в результате протекания реакций рекомбинации и диссоциации (четвертый член справа в (1.9)) и за счет ($V-V'$) обмена колебательной энергией между различными сортами молекул (последнее слагаемое в правой части уравнения (1.9)).

Выражением (1.10) определяется безразмерное касательное напряжение в приближении модели полного вязкого ударного слоя [6]. В безразмерное уравнение переноса энергии (1.11) входит число Прандтля $Pr = \mu c_p / \lambda$, вычисленное по теплоемкости c_p и теплопроводности λ активных степеней свободы, т. е. в λ поправкой Эйкена учитывается вклад только вращательных степеней свободы молекул. При этом энергия, переносимая колебательными степенями свободы молекул, учитывается дополнительными членами с градиентами колебательных температур. Диффузионный термоэффект ввиду малости не учитывается. Уравнения переноса компонентов (1.12) записаны в предположении квазинейтральности смеси [10] без учета термодиффузии. Здесь $S_{ik} = \mu / \rho \infty \rho D_{ik}$ — бинарные

числа Шмидта, D_{ik} — бинарные коэффициенты диффузии, $S_i = \sum_{k=1}^N x_k S_{ik}$ — среднее число Шмидта для i -го компонента, e_i^* — заряд i -го компонента. Уравнение (1.13) вытекает из преобразования (1.1) и служит для нахождения $y(z, \eta)$, (1.14) — уравнение состояния, (1.15) — выражение для поступательной температуры.

Рассматривается следующая система химических реакций:



Здесь через M обозначены все нейтральные компоненты, выступающие в роли третьих частиц в реакциях диссоциации-рекомбинации (в условиях слабой ионизации вкладом заряженных компонентов в эти реакции, очевидно, можно пренебречь); E — электроны. Для вычисления констант скоростей реакций используются выражения, предложенные Кангом и Даном [11].

2. Колебательная релаксация. Удельная (отнесенная к единице массы i -го компонента) колебательная энергия $e_i(I_i^{(v)})$ (см. уравнение (1.9)) в используемой далее модели гармонического осциллятора, колебательные уровни которого образованы при энергии диссоциации $D_i = kT_{Di}$ (k — постоянная Больцмана), связана с колебательной температурой соотношением [4]

$$e_i(T_i^{(v)}) = \frac{R_A \theta_i}{m_i} \left[\frac{1}{\exp(\theta_i/T_i^{(v)}) - 1} - \frac{N_i}{\exp(N_i \theta_i/T_i^{(v)}) - 1} \right] \quad (2.1)$$

Здесь $\theta_i = h\nu_i/k$ — характеристическая колебательная температура i -го сорта молекул ($h\nu_i$ — квант колебательной энергии); $N_i \approx T_{Di}/\theta_i$ — число эквидистантных уровней в колебательном спектре молекулы; R_A — универсальная газовая постоянная. Для среднего времени колебательной ре-

лаксации τ_i за счет $V-T$ процессов используется следующее выражение:

$$\tau_i = \left\{ P \sum_{r=H} x_r \exp[18,42 - 1,16 \cdot 10^{-3} \mu_{ir}^{1/2} \theta_i (T^{-1/2} - 0,015 \mu_{ir}^{1/2})] \right\}^{-1} + \{\sigma \langle V_i \rangle n\}^{-1}; \quad (2.2)$$

$$\mu_{ir} = \frac{m_i m_r}{m_i + m_r}$$

Здесь суммирование производится только по тяжелым компонентам, т. е. из рассмотрения исключается энергообмен между колебательными степенями свободы молекул и электронами (P — давление в атмосферах). Это допущение связано с тем, что для тел с характерными линейными размерами порядка метров степень ионизации воздуха за ударной волной при $V_\infty \leq 10$ км/с не превышает нескольких процентов. Первое слагаемое в выражении (2.2) представляет собой среднее время колебательной релаксации τ_{MW} , вычисленное с помощью полуэмпирической формулы Милликена — Уайта [12]. Данная формула была получена в рамках адиабатической теории Ландау — Тэллера, в основе которой лежит предположение о том, что $v_i \tau_c \gg 1$ (τ_c — время столкновения частиц). При $T \sim 10^4$ К период колебания молекул воздуха ($\sim v_i^{-1}$) и τ_c становятся величинами одного порядка [1, 9]. Поэтому при $T \gtrsim 10^4$ К формула Милликена — Уайта дает нереально большие значения для эффективного сечения релаксации (возбуждения) колебаний, что приводит к существенному занижению значений τ_i . В связи с этим в [13] предложено вносить поправку в выражение для τ_i с помощью дополнительного слагаемого $(\sigma \langle V_i \rangle n)^{-1}$, где $\langle V_i \rangle$ — средняя тепловая скорость i -го сорта молекул, n — средняя концентрация частиц смеси, σ — эффективное сечение возбуждения колебаний. В [13] проводятся сравнительные расчеты со значениями $\sigma = 10^{-17}$ см² и $\sigma = 10^{-16}$ см². В [14] рекомендуется использовать значение $\sigma = 10^{-16}$ см². В настоящей работе, как и в [13], рассматриваются значения $\sigma = 10^{-17}$ и $\sigma = 10^{-16}$ см². В общем случае данный параметр должен определяться из сравнения значений τ_i , даваемых выражением (2.2), с надежными экспериментальными данными, либо с результатами строгих квантовомеханических расчетов.

Распишем уравнение (1.9) в виде:

$$\begin{aligned} e_i \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{Y_i}{\text{Re}} \right] + \frac{Y_i}{\text{Re}} \frac{\partial e_i}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{\text{Re}} \frac{c_i}{S_i} \frac{\partial e_i}{\partial \eta} \right] = - \left(\beta_0 f + \cos^2 \alpha \frac{\partial f}{\partial z} \right) c_i \frac{\partial e_i}{\partial \eta} - \\ - \left(\beta_0 f + \cos^2 \alpha \frac{\partial f}{\partial z} \right) e_i \frac{\partial c_i}{\partial \eta} + u \cos^2 \alpha c_i \frac{\partial e_i}{\partial z} + u \cos^2 \alpha e_i \frac{\partial c_i}{\partial z} + \\ + \frac{H_1}{V_\infty} c_i \frac{e_i(T_i^{(V)}) - e_i(T)}{\tau_i} + \frac{H_1}{\rho_\infty \rho V_\infty} W_{D_i} + \frac{H_1}{\rho_\infty \rho V_\infty} V_i^* \end{aligned} \quad (2.3)$$

Умножая уравнение диффузии (1.8) на e_i и вычитая из (2.3), получим уравнение для внутренней энергии i -го молекулярного компонента в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{\text{Re}} \frac{c_i}{S_i} \frac{\partial e_i}{\partial \eta} \right] = - \left[\left(\beta_0 f + \cos^2 \alpha \frac{\partial f}{\partial z} \right) c_i + \frac{Y_i}{\text{Re}} \right] \frac{\partial e_i}{\partial \eta} + \\ + u \cos^2 \alpha c_i \frac{\partial e_i}{\partial z} + \frac{H_1}{V_\infty} c_i \frac{e_i(T_i^{(V)}) - e_i(T)}{\tau_i} + \frac{H_1}{\rho_\infty \rho V_\infty} (W_{D_i} + V_i^* + e_i W_i) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Для различных молекул воздуха характеристические температуры θ_i — величины одного порядка, отличающиеся не более чем в 1,5 раза,

а $V-V'$ — обмен между молекулами разных сортов происходит гораздо быстрее, чем $V-T$ -обмен [1]. Поэтому положим $T_i^{(v)} = T_v$, где T_v — некая средняя колебательная температура. Тогда, просуммировав уравнения (2.4)

по молекулам, с учетом того, что $\delta e_i = c_i^{(v)} \delta T_v$ и при $v_i \approx v_i \sum_{i=M} V_i^* \approx 0$

(см. [9]), получим окончательный вид уравнения для средней колебательной температуры, которое использовалось в расчетах:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{\text{Re}} \sum_{i=M} \frac{c_i}{S_i} c_i^{(v)} \frac{\partial T_v}{\partial \eta} \right] = - \left[\left(\beta_0 f + \cos^2 \alpha \frac{\partial f}{\partial z} \right) \sum_{i=M} c_i c_i^{(v)} + \frac{1}{\text{Re}} \sum_{i=M} Y_i c_i^{(v)} \right] \times \\ \times \frac{\partial T_v}{\partial \eta} + u \cos^2 \alpha \sum_{i=M} c_i c_i^{(v)} \frac{\partial T_v}{\partial z} + \frac{H_1}{V_\infty} \sum_{i=M} \left(c_i \frac{e_i(T_v) - e_i(T)}{\tau_i} + \frac{W_{D_i}}{\rho_\infty \rho} + e_i \frac{W_i}{\rho_\infty \rho} \right) \quad (2.5)$$

Учет влияния неравновесного возбуждения колебательных квантовых состояний молекул на скорости реакций диссоциации осуществляется с помощью введения в источники членов уравнений диффузии (1.8) множителей $V_i(T, T_v)$ перед равновесными константами скоростей диссоциации $K_{D_i}(T_v = T)$ [3]. При $T_v \neq T$

$$K_{D_i}(T, T_v) = K_{D_i}(T, T) V_i(T, T_v) \quad (2.6)$$

$$V_i(T, T_v) = \frac{Z_i(T) Z_i(T_{Fi})}{Z_i(T_v) Z_i(-U_i)} \quad (2.7)$$

$$Z_i(T_v) = \frac{1 - \exp(-N_i \theta_i / T_v)}{1 - \exp(-\theta_i / T_v)}, \quad T_{Fi}^{-1} = T_v^{-1} - T^{-1} - U_i^{-1}$$

Здесь Z_i — статсумма i -го обрезанного гармонического осциллятора; $U_i(K)$ — дополнительный параметр в модели диссоциации, который появляется в результате задания вероятности перехода i -й молекулы в непрерывный спектр с α -го колебательного уровня в экспоненциальном виде [3]:

$$P_{i\alpha} \sim \exp[-(D_i - E_{i\alpha}) / kU_i], \quad E_{i\alpha} = k\theta_i \alpha \quad (2.8)$$

и должен находиться из эксперимента. Варьируя этот параметр, можно в большей или меньшей степени выделять верхние колебательные уровни как наиболее вероятные для диссоциации. При $U_i = \infty$ получаем модель равновероятной диссоциации с разных колебательных уровней.

Полагается, что неравновесное возбуждение колебательных степеней свободы молекул влияет только на скорости реакций диссоциации. Реакции рекомбинации, обменные реакции и реакции с участием заряженных компонентов полагаются протекающими при поступательной температуре T .

Учет обратного влияния химических реакций на колебательную релаксацию осуществляется в рамках модели $CVDV$ [2] с помощью введения в уравнение колебательной релаксации (1.9) дополнительного источников члена W_{D_i} , который учитывает потерю энергии колебательными степенями свободы при диссоциации молекулы данного сорта и приобретение — при рекомбинации (в единице объема за единицу времени). В рассматриваемой постановке

$$\frac{W_{D_i}}{\rho_\infty \rho} = m_i \rho_\infty \rho k_{r_i} \left[K_{C_i} V_i \frac{c_i}{m_i} e_i(T_{Fi}) - \rho_\infty \rho \frac{c_{A_1}}{m_{A_1}} \frac{c_{A_2}}{m_{A_2}} e_i(-U_i) \right] \quad (2.9)$$

Здесь k_{r_i} и K_{C_i} — константы скоростей обратных реакций и константы равновесия; A_1 и A_2 — атомы, составляющие молекулу i -го сорта; $e_i(T_{Fi})$ —

среднее значение колебательной энергии, теряемой молекулами в результате одного акта диссоциации, $e_i(-\bar{U}_i)$ — среднее значение колебательной энергии, приобретаемой молекулой i -го сорта в результате одного акта рекомбинации [3]. Отметим, что полученное таким образом уравнение (2.5) справедливо только в условиях слабой ионизации. При больших степенях ионизации в выражениях для W_{Di} необходимо учитывать энергообмен между колебательными модами молекул и свободными электронами [15].

3. Граничные условия. Выставляемые на внутренней границе ударной волны граничные условия в виде обобщенных соотношений Рэнкина — Гюгонио в постановке многокомпонентного неравновесного вязкого ударного слоя имеют следующий вид [6]:

$$u_s = 1 - \left(1 - \frac{1}{\rho_s}\right) \frac{\text{tg } \beta_s \sin \alpha + \text{tg } \beta_s \cos \alpha}{\cos \alpha} - \frac{(1 - \text{tg}^2 \beta_s) \mu_s \rho_s r_s^\nu}{(\sin \alpha + \text{tg } \beta_s \cos \alpha) \rho_\infty V_\infty \Delta} \tau_{\eta} |_s \quad (3.1)$$

$$P_s = \frac{1}{\gamma_\infty M_\infty^2} + \left(1 - \frac{1}{\rho_s}\right) \frac{(\sin \alpha + \text{tg } \beta_s \cos \alpha)^2}{1 + \text{tg}^2 \beta_s} \quad (3.2)$$

$$H_\infty = H_s - \frac{1}{\sin \alpha + \text{tg } \beta_s \cos \alpha} \frac{\mu_s \rho_s r_s^\nu}{\rho_\infty V_\infty \Delta} Y_s \quad (3.3)$$

$$c_{i\infty} = c_{is} - \frac{1}{\sin \alpha + \text{tg } \beta_s \cos \alpha} \frac{\mu_s \rho_s r_s^\nu}{\rho_\infty V_\infty \Delta} Y_{is} \quad (3.4)$$

$$\sum_{i=M} c_{i\infty} e_{i\infty} = \sum_{i=M} c_{is} e_{is} + \frac{1}{\sin \alpha + \text{tg } \beta_s \cos \alpha} \frac{\mu_s \rho_s r_s^\nu}{\rho_\infty V_\infty \Delta} \sum_{i=M} \left(e_i Y_i + \frac{c_i}{S_i} \frac{\partial e_i}{\partial \eta} \right) \quad (3.5)$$

$$\text{tg } \beta_s = \frac{\cos \alpha}{H_{1s}} \frac{dy_s}{dz}, \quad \beta_s = \beta - \alpha \quad (3.6)$$

Здесь β — угол между касательной к ударной волне и осью симметрии. Соответствующее граничное условие для средней колебательной температуры получается линеаризацией по Ньютону соотношения (3.5) относительно T_v .

На теле (индекс « W ») имеем граничные условия:

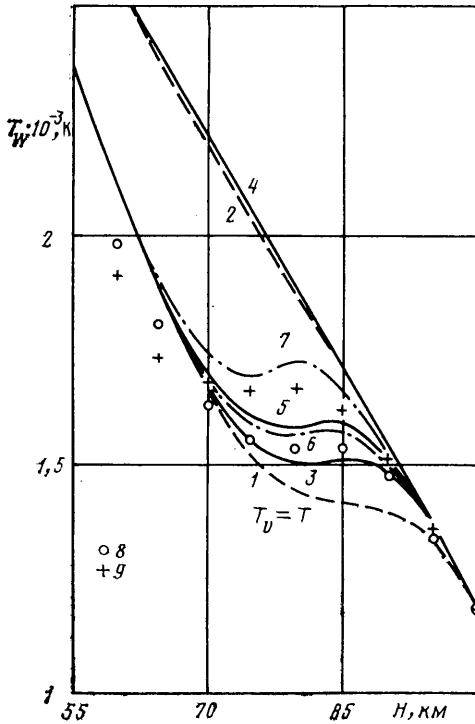
$$u_w = 0; \quad f_w = 0; \quad y_w = 0 \quad (3.7)$$

$$Y_w = \frac{\Delta}{\mu_w \rho_w} \frac{\sigma^* \epsilon T_w^4}{V_\infty^2} \quad (3.8)$$

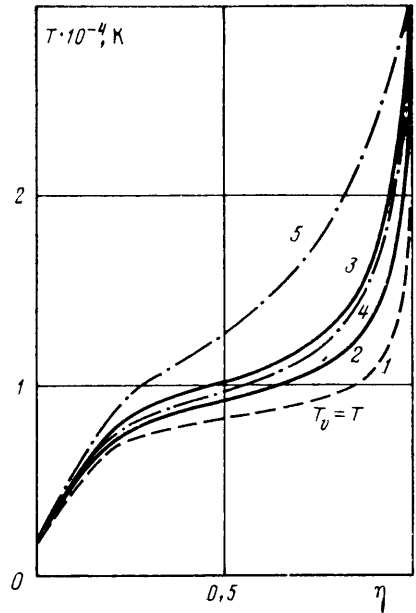
Здесь $\sigma^* = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К⁴ — постоянная Планка, ϵ — степень черноты (в данной работе $\epsilon = 0,8$). Для заряженных компонентов поверхность полагается идеально-каталитической. Для остальных компонентов — продуктов реакций — рассматриваются предельные случаи идеально-каталитической и некаталитической поверхности соответственно: $c_{iw} = 0$ и $Y_{iw} = 0$. При решении уравнения (2.3) были рассмотрены два варианта граничных условий для T_v :

$$T_v |_w = T_w \quad \text{и} \quad \left. \frac{\partial T_v}{\partial \eta} \right|_w = 0 \quad (3.9)$$

4. Численный метод решения задачи. Система уравнений вязкого ударного слоя в настоящей работе решается методом глобальных итераций. В рамках данного ме-



Фиг. 1



Фиг. 2

тогда решение исходной системы сводится к ряду маршевых расчетов вдоль тела, на каждом из которых фиксируется форма ударной волны и часть продольной составляющей градиента давления. По завершении очередного маршевого расчета форма ударной волны и фиксируемая часть градиента давления пересчитываются [7].

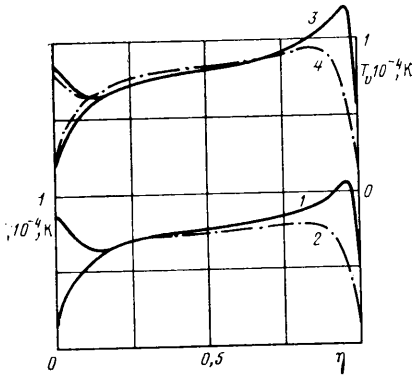
Интегрирование уравнений вдоль тела на каждой глобальной итерации производится по неявной двухшаговой схеме «2-1» [16], которая обеспечивает второй порядок аппроксимации и обладает хорошими стабилизирующими свойствами. На каждом шаге по координате z система уравнений (1.3)–(1.8), (2.5), (1.10)–(1.15) решается методом Ньютона с помощью разностной схемы 4-го порядка аппроксимации по координате η . При этом уравнения (1.5), (2.5) решаются скалярной прогонкой [17]. Гиперболическая подсистема « P, v, Y » (т. е. уравнения (1.4), (1.6), (1.13)) решаются совместно векторной прогонкой [7]. Уравнения диффузии (1.8), соотношения Стефана – Максвелла (1.12) и уравнение энергии (1.7) с соответствующим выражением для Y (1.11) решаются совместно векторной прогонкой, предложенной в [18], что позволяет производить расчеты в широком диапазоне условий в набегающем потоке вплоть до околоравновесного режима протекания химических реакций.

Метод глобальных итераций для решения полных уравнений вязкого ударного слоя с неравновесными реакциями диссоциации и ионизации был развит в [19]. Учет неравновесных физико-химических процессов приводит к резкому увеличению времени численного решения задачи на ЭВМ. В связи с этим в [19] было предложено проводить часть промежуточных глобальных итераций в рамках модели квазисовершенного газа с эффективным показателем адиабаты

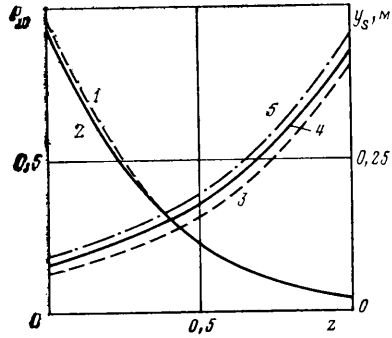
$$\gamma(z, \eta) = \left\{ 1 - \frac{R_A T}{m V_\infty^2 [H^{-1/2} (u^2 \cos^2 \alpha + v^2)]} \right\}^{-1} \quad (4.1)$$

без расчета неравновесного химического состава, что позволило в 2–3 раза сократить затраты машинного времени по сравнению с первоначальным вариантом реализации метода ГИ, когда все физико-химические параметры рассчитывались на каждой глобальной итерации.

5. Результаты и выводы. На фиг. 1 показаны значения равновесной температуры поверхности сферы (см. граничное условие (3.8)) радиуса 1 м в критической точке в зависимости от высоты (H) над поверхностью Земли при фиксированном значении $V_\infty = 8$ км/с. Здесь цифрами 1 и 2



Фиг. 3



Фиг. 4

обозначены результаты термодинамически равновесных ($T_v=T$) расчетов для некаталитической и идеально-каталитической поверхности. Максимальное различие в значениях T_w , достигающее ~ 400 К, реализуется примерно на высоте 80 км. Кривые 3 и 4 — результаты расчетов в рамках модели *CVDV* с граничным условием $T_v|_w=T_w$ ($U_i=T_{Di}/2$, $\sigma=10^{-16}$ см²) для некаталитической и идеально-каталитической поверхности.

Кривая 5 представляет температуру некаталитической поверхности сферы при $U_i=T_{Di}/6$, $\sigma=10^{-16}$ см² ($T_v|_w=T_w$). Кривые 6 и 7 соответствуют значениям $U_i=T_{Di}/2$ и $U_i=T_{Di}/6$ при $\sigma=10^{-17}$ см² (некаталитическая поверхность, $T_v|_w=T_w$), 8 и 9 — результаты термодинамически неравновесных расчетов (*CVDV*) с граничным условием $\partial T_v/\partial \eta|_w=0$ для некаталитической поверхности при значениях $U_i=T_{Di}/2$ и $U_i=T_{Di}/6$ соответственно ($\sigma=10^{-17}$ см²).

Расчеты показали, что в случае обтекания тела с идеально-каталитической поверхностью отличие в значениях равновесной температуры поверхности T_w между термодинамически равновесным и неравновесным расчетами оказывается небольшим. В то же время в случае некаталитической поверхности на определенных высотах отличия в значениях T_w могут быть весьма велики, причем температура поверхности будет существенно зависеть от сечения возбуждения колебаний σ и модели диссоциации молекул с возбужденных колебательных уровней, которая в данном случае определяется параметром U_i (см. (2.10)).

Расчеты с граничным условием $\partial T_v/\partial \eta|_w=0$ (кривые 8, 9) позволили оценить диапазон зависимости значений T_w от вида граничных условий для T_v на теле. Отметим, что для больших высот ($H \geq 70$ км) данный диапазон оказывается достаточно узким.

На фиг. 2 показаны профили T на линии торможения около сферы $R=1$ м в случае некаталитической поверхности ($H=70$ км, $V_\infty=8$ км/с). Здесь кривая 1 — профиль T , полученный в предположении термодинамического равновесия ($T_v=T$); 2 — профиль T (*CVDV*) при $U_i=T_{Di}/2$, $\sigma=10^{-16}$ см²; 3 — T при $U_i=T_{Di}/6$, $\sigma=10^{-16}$ см²; 4 — T при $U_i=T_{Di}/2$, $\sigma=10^{-17}$ см²; 5 — T при $U_i=T_{Di}/6$, $\sigma=10^{-17}$ см². Уменьшение значений U_i в 3 раза при фиксированном σ приводит к весьма значительным изменениям T (ср. профили 2 и 3, 4 и 5). Очевидно, что чем меньше U_i , тем более затруднена диссоциация молекул и тем выше температура в ударном слое.

На фиг. 3 приведены соответствующие профили T_v . Уменьшение σ (при фиксированном U_i) означает менее интенсивный энергообмен между поступательными и колебательными модами частиц, что приводит к увеличению T и уменьшению T_v . На фиг. 3 профили 1 и 2 соответствуют значениям $\sigma=10^{-16}$ см² и $\sigma=10^{-17}$ см² при $U_i=T_{Di}/2$ (некаталитическая поверхность); 3 и 4 — то же при $U_i=T_{Di}/6$. В пристеночной области

($\eta \rightarrow 0$) нижние ветви кривых соответствуют граничному условию $T_v|_w = T_w$, верхние — граничному условию $\partial T_v / \partial \eta|_w = 0$. Увеличение T_v при $\eta \rightarrow 0$ в случае граничного условия $\partial T_v / \partial \eta|_w = 0$ объясняется приобретением колебательными степенями свободы молекул дополнительной энергии при рекомбинации атомов в относительно холодной пристеночной области.

На фиг. 4 показаны значения давления на теле (P_w) и отхода ударной волны (y_s) по обводу для сферы $R=1$ м от 0° ($z=0$) до 90° ($z=1$) ($V_\infty=8$ км/с, $U_i=T_{Di}/3$, $H=80$ км). Кривые 1 и 3 соответствуют значениям P_w и y_s , полученным при условии термодинамического равновесия; 2 и 5 — результаты расчетов, проведенных в рамках модели *CVDV* ($\sigma=10^{-17}$ см²); 4 — значения y_s при $\sigma=10^{-16}$ см². Весьма существенным оказывается влияние неравновесного возбуждения колебаний на отход ударной волны. На давление термодинамическая неравновесность влияет слабо.

Таким образом, в настоящей работе в рамках полной системы уравнений многокомпонентного химически неравновесного вязкого ударного слоя поставлена и численно решена задача учета влияния неравновесного возбуждения колебательных степеней свободы молекул на скорости реакций диссоциации и обратного влияния химических реакций на колебательную релаксацию. Реализованная модель содержит эффективные параметры U_i , σ , которые требуют уточнения. В настоящее время отсутствуют надежные данные по этим параметрам, связанным соответственно с механизмом диссоциации возбужденных молекул и с интенсивностью энергообмена между поступательными и колебательными степенями свободы при высоких температурах ($T \geq 10\,000$ К). Значения параметров U_i , σ необходимы для получения количественных результатов по теплопередаче при гиперзвуковом обтекании тел химически и термодинамически неравновесным газом. На сопротивление неопределенность этих параметров практически не влияет.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ступоченко Е. В., Лосев С. А., Осипов А. И. Релаксационные процессы в ударных волнах. М.: Наука, 1965. 484 с.
2. Treanor C. E., Marrone P. V. Effect of dissociation on the rate of vibrational relaxation // Phys. Fluids. 1962. V. 5. No. 9. P. 1022–1026.
3. Marrone P. V., Treanor C. E. Chemical relaxation with preferential dissociation from excited vibrational levels // Phys. Fluids. 1963. V. 6. No. 9. P. 1215–1224.
4. Лунькин Ю. П., Колешико С. Б. Колебательно-диссоциационная релаксация в многокомпонентной смеси вязких теплопроводящих газов // Тр. Ленингр. политехн. ин-та, 1967. № 280. С. 44–69.
5. Ладнова Л. А. Неравновесный вязкий ударный слой на теле с произвольной каталитической активностью поверхности // Вест. ЛГУ. 1969. № 13. С. 105–112.
6. Тирский Г. А. К теории гиперзвукового обтекания плоских и осесимметричных затупленных тел вязким химически реагирующим многокомпонентным потоком газа при наличии вдува // Науч. тр. Ин-та мех. МГУ. 1975. № 39. С. 5–38.
7. Васильевский С. А., Тирский Г. А., Угюжников С. В. Численный метод решения уравнений вязкого ударного слоя // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1987. Т. 27. № 5. С. 741–750.
8. Тирский Г. А. Полуфеноменологический вывод уравнений гидродинамики смесей многоатомных газов с возбужденными внутренними степенями свободы // Механика: Современные проблемы. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 79–86.
9. Тирский А. Г., Щербак В. Г. Обтекание тел химически и термодинамически неравновесным воздухом при малых и умеренных числах Рейнольдса // Отчет Ин-та мех. МГУ. 1988. № 3643. 240 с.
10. Колесников А. Ф., Тирский Г. А. Уравнения гидродинамики для частично ионизованных многокомпонентных смесей газов с коэффициентами переноса в высших приближениях // Молекул. газодинамика. 5-я Всесоюз. конф. по динамике разреженных газов и молекулярной газодинамике. Дек. 1978. М.: Наука, 1982. С. 20–44.
11. Kang S. W., Jones W. L., Dunn M. G. Theoretical and measured electron-density distributions at high altitudes // AIAA J. 1973. V. 11. No. 2. P. 141–149.
12. Milikan R. C., White D. R. Systematics of vibrational relaxation // J. Chem. Phys. 1963. V. 39. No. 12. P. 3209–3213.

13. *Park C.* Problem of rate chemistry in the flight regimes of arroassisted orbital transfer vehicles // AIAA Pap. 1984. No. 1730. 11 p.
14. *Парк Ч.* Оценка возможностей двухтемпературной кинетической модели для расчета диссоциации и слабой ионизации азота // Аэрокосмическая техника. 1988. № 10. С. 141–152.
15. *Lee J.-H.* Electron – impact vibrational excitation rates in the flow field of aeroassisted orbital transfer vehicles // AIAA Pap. 1985. No. 1035. 17 p.
16. *Чудов Л. А.* Разностный метод для расчета течений в пограничном слое, обладающий свойством сильной стабилизации высокочастотных возмущений // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. Вып. 1. Течения в пограничном слое. М.: Изд-во МГУ, 1971. С. 196–210.
17. *Петухов И. В.* Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964. С. 304–325.
18. *Ковалев В. Л., Суслов О. Н.* Разностный метод с повышенной точностью аппроксимации для интегрирования уравнений химически неравновесного многокомпонентного вязкого ударного слоя // Гиперзвуковые пространственные течения при наличии физико-химических превращений. М.: Изд-во МГУ, 1981. С. 113–137.
19. *Жлуктов С. В., Тирский Г. А.* Метод глобальных итераций решения полных уравнений вязкого ударного слоя с неравновесными реакциями // Отчет Ин-та мех. МГУ. 1987. № 3461. 41 с.

Москва

Поступила в редакцию
11.XI.1988