МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 2 · 1990

УДК 532.546

КАНН К. Б.

ФИЛЬТРАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ЯЧЕИСТЫХ ПЕНАХ

С использованием зависимостей теории фильтрации получены соотношения для коэффициента фильтрации жидкости через ячеистую пенную структуру. Показано, что при расчетах течения жидкости через пену полиэдрическая модель дает значения расхода, заниженные в несколько раз, причем с ростом полиэдричности пенной структуры (с ростом кратности) эта погрешность полностью не исчезает.

1. В [1] показано, что газожидкостную пену можно рассматривать как своеобразную пористую среду. Были получены соотношения для описания фильтрации жидкости через пену. В [2] рассмотрены два предельных случая этого процесса — вытекание жидкости из пен и капиллярное всасывание. Однако эксперименты, выполненные на реальных пенах, дают результаты, значительно отличающиеся от теоретических. Например, в [3] установлено, что скорость фильтрации раствора ПАВ через пену в 2—5 раз превосходит расчетную. Но с объяснением этого феномена подвижностью поверхностных (адсорбционных) слоев на газожидкостных границах трудно согласиться, ибо в [4] показано, что даже незначительное присутствие ПАВ в пенообразующем растворе может сделать газожидкостную границу практически неподвижной.

До последнего времени для анализа гидродинамических процессов в пенах использовалась полиэдрическая модель пенной структуры. Пена представляется состоящей из газовых пузырьков полиэдрической формы, разделенных тонкими жидкими пленками. На стыке трех пленок образуется канал с поперечным сечением в форме треугольника Плато [1]; четыре канала сходятся в узел. В полиэдрической модели пренебрегается объемом жидкости, содержащейся в узлах пенной структуры, а сечения каналов предполагаются постоянными по всей длине.

Структура реальных пен существенно отличается от полиэдрической модели. В [5] показано, что большинство пен, представляющих практический интерес, имеют ячеистую структуру — газовые пузырьки в пенах напоминают скорее смятые шарики, чем затупленные полиэдры. В частности, сечения пенных каналов нельзя считать постоянными по длине: каналы по краям расширяются и плавно переходят в узлы, а объем жидкости в узлах пен низкой и средней кратности существенно превышает объем жидкости в каналах. Анализ ячеистой модели пенной структуры вносит существенные поправки в соотношения, полученные на основе полиэдрической модели.

Топология ячеистой модели пенной структуры намного сложнее простых геометрических соотношений полиэдрической модели. Строгий гидродинамический расчет течения жидкости в такой пористой среде вряд ли возможен. Нами предпринята попытка оценить фильтрационные свойства ячеистых пен на основе представлений теории фильтрации.

2. Воспользуемся соотношениями Козени — Кармана [6, 7] для зависимости коэффициента фильтрации от пористости среды и ее удельной поверхности ε. В обозначениях, принятых для описания пен, эта зависимость имеет вид

$$k=1/(\mu C K^3 \varepsilon^2) \qquad (2.1)$$

Здесь μ — вязкость фильтрующейся жидкости, K — кратность пены (величина, обратная пористости), а C — константа Козени — Кармана. Эта зависимость, многократно проверенная на сферических засыпках разной кратности, должна быть справедлива и для низкократных (сферических) пен.

В [8] (см. также [9]) был получен коэффициент фильтрации для другого предельного случая — высокократной (полиэдрической) пены

$$k=\frac{0{,}872\cdot 10^{-3}d^2}{\mu K^2} \qquad (2.2)$$

где d — диаметр эквивалентного (сферического) пузырька. Видно, что функциональная зависимость коэффициента фильтрации от кратности в выражениях (2.1) и (2.2) различна.

3. Это противоречие можно устранить путем введения в (2.1) зависимости удельной поверхности образца от кратности. Выражение (2.1) было получено из анализа капиллярной структуры пористого тела. Поэтому удельная поверхность в этом выражении имеет смысл смоченной (омываемой жидкостью) поверхности. Если пористый образец представляет собой засыпку из зернистого материала, то смоченная поверхность может быть выражена через долю этой поверхности α во всей удельной поверхности среды ε_0

$$\varepsilon=\alpha\varepsilon_0 \qquad (3.1)$$

Подстановка этого выражения в (2.1) дает зависимость

$$k=\frac{1}{\mu C K^3 \varepsilon_0^2 \alpha^2} \qquad (3.2)$$

которая должна быть справедлива во всем диапазоне изменения кратности, если правильно выбрана функция α.

В пенах смоченной (действующей) поверхностью следует считать поверхность узлов и каналов, так как по пленкам жидкость практически не течет. Для шаровой пены, когда пленки отсутствуют, $\alpha=1$ и (3.2) переходит в (2.1). Но при $K\to\infty$ вся межфазная поверхность стремится к поверхности пленок, $\alpha\to 0$ и выражение (3.2) становится неопределенным.

В полиэдрической модели пенной структуры, исключая поверхность пленок, удельную поверхность ε можно определить как отношение боковой поверхности $S_c=10\pi r a$ десяти каналов, принадлежащих одной додекаэдрической ячейке, к объему $V_d=7{,}663a^3$ этой ячейки

$$\varepsilon=\frac{S_c}{V_d}=\frac{10\pi r a}{7{,}663a^3}=4{,}1\frac{r}{a^2} \qquad (3.3)$$

где r — радиус кривизны боковой поверхности канала, а a — длина ребра додекаэдра. Пользуясь связью $r=0{,}891dK^{-1/2}$, установленной в [10], и геометрической зависимостью $a=0{,}409d$, находим действующую удельную поверхность в полиэдрической модели

$$\varepsilon=\frac{21{,}866}{dK^{1/2}} \qquad (3.4)$$

Полная удельная поверхность в этой модели $\varepsilon_0=6/d$. Подставив эти значения в (3.1), найдем

$$\alpha=3{,}644K^{-1/2}. \qquad (3.5)$$

С уменьшением кратности полиэдрическая пена становится ячеистой и стремится к шаровой структуре, кратность которой определяет минимально возможную кратность K_m для пены с данной степенью полидисперсности. При этом доля действующей поверхности $\alpha \to 1$, а $K \to K_m$. Чтобы удовлетворить этим условиям, необходимо, очевидно, чтобы числитель в выражении (3.5) равнялся $K_m^{1/2}$. Таким образом приходим к зависимости

$$\alpha = (K_m/K)^{1/2} \qquad (3.6)$$

Можно показать, что числитель в выражении (3.5) также является квадратным корнем из минимальной кратности полиэдрической модели, т. е. той кратности, которую эта модель дает при отсутствии капиллярного разрежения.

Подстановка (3.6) в (3.2) дает для коэффициента фильтрации пен выражение

$$k = \frac{1}{\mu C K^2 \varepsilon_0 K_m} \qquad (3.7)$$

Таким образом устраняется противоречие, отмеченное в разд. 2.

4. Особого комментария заслуживает коэффициент C в формуле Козени – Кармана (2.1). Физический смысл этого коэффициента не совсем понятен, а экспериментальные значения имеют существенный разброс. Как отмечается в [11], наибольший разброс наблюдается для неплотных засыпок из монодисперсных шариков.

На основе электрогидродинамической аналогии для пен [8] была получена функциональная связь для регулярных сферических засыпок с кратностью, близкой единице

$$C = \frac{5{,}25B}{K-1} \qquad (4.1)$$

где B – структурный коэффициент электропроводности [12]. Для плотной упаковки одинаковых сферических пузырьков $B \approx 1{,}5$, а $K \approx 4$. Если подставить эти значения в (4.1) (т. е. экстраполировать эту зависимость в область сферических пен, что вряд ли допустимо!), получим $C = 2{,}63$.

Чтобы определить значение C в полиэдрической области, подставим выражение для удельной поверхности (3.4) в формулу (2.1). Будем иметь

$$k = \frac{2{,}092 \cdot 10^{-3} d^2}{\mu C K^2} \qquad (4.2)$$

Сравнивая (4.2) с (2.2), находим $C = 2{,}4$.

Учитывая бесконечно большой диапазон по кратности, можно предположить, что близость значений коэффициентов Козени – Кармана для шаровой пены (2,63) и для полиэдрической (2,4) свидетельствует о постоянстве этого коэффициента для пенных структур. Однако далее будем использовать значение $C = 2{,}4$, которое кажется более достоверным.

Может показаться странным, что коэффициент C, зависящий от кратности в интервале $K = 1–4$, остается постоянным при изменении кратности от 4 до ∞. Это, по-видимому, объясняется тем, что константа Козени – Кармана характеризует не столько форму включений, сколько их взаимное расположение (вспомним существенный разброс в значениях C для нерегулярных сферических засыпок!) и перестает меняться, когда достигается плотная упаковка газовых пузырьков в пене.

5. Полная удельная поверхность в пенах выражается зависимостью [13]

$$\varepsilon_0 = \frac{6}{d} \frac{K-1}{K}$$

После подстановки ее в (3.7) получаем окончательное выражение для коэффициента фильтрации пены

$$k = \frac{1{,}16 \cdot 10^{-2} d^2}{\mu (K-1)^2 K_m} \qquad (5.1)$$

в зависимости от ее структурных параметров – кратности K, дисперсности (среднего диаметра пузырька d) и степени полидисперсности K_m.

Для монодисперсных пен $K_m \approx 4$ и

$$k=\frac{2{,}89\cdot 10^{-3}d^2}{\mu(K-1)^2} \tag{5.2}$$

Сравнивая (5.2) с формулой (2.2), полученной из анализа полиэдрической модели, видим, что для шаровых пен эта модель дает коэффициент фильтрации, заниженный почти в 6 раз. С ростом кратности погрешность убывает, но даже при $K\to\infty$ формула (2.2) дает значение k, заниженное в 3,3 раза. Это связано с принципиальным отличием полиэдрической модели от ячеистой, которое, в частности, выражается в различных значениях минимальной кратности в этих моделях. Таким образом, существенные расхождения экспериментальных результатов с расчетными в [3], о которых говорилось выше, можно объяснить неадекватностью использованной авторами полиэдрической модели пенной структуры структуре реальных пен. С другой стороны, эти результаты весьма близки к оценкам по формуле (5.1).

В заключение отметим, что полученные зависимости (5.1) и (5.2) пригодны лишь для пен, в которых адсорбционные слои на межфазных границах существенно «заторможены» молекулами ПАВ. Если подвижностью поверхностных слоев в пене пренебрегать нельзя, то эти зависимости могут быть использованы для оценки степени подвижности поверхностных слоев на межфазных границах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Канн К. Б.* Стационарная фильтрация жидкости через пену // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 3. С. 98–103.
2. *Гольдфарб И. И., Канн К. Б., Шрейбер И. Р.* Течение жидкости в пене // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 2. С. 103–108.
3. *Кузнецова Л. Л., Кругляков П. М.* Исследование закономерностей течения растворов ПАВ по каналам Плато – Гиббса пены // Докл. АН СССР. 1981. Т. 260. № 4. С. 928–932.
4. *Lin C.-Y., Slattery J. C.* Thinning of a liquid film as a small drop of bubble approaches a solid plane // AIChE Journal. 1982. V. 28. № 1. P. 147–156.
5. *Канн К. Б., Васильев С. А.* Распределение жидкости в неполиэдрических пенах // Коллоид. журн. 1985. Т. 47. № 6. С. 1054–1060.
6. *Kozeny J.* Über kapillare Leitung des Wassers im Boden // Acad. Wiss. Wien. Sitzungsberichte Abt. 2a. 1927. B. 136. H. 5–6. S. 271–306.
7. *Carman P. C.* Fluid flow through granular beds // Trans. Inst. Chem. Eng. 1937. V. 15. P. 150–166.
8. *Канн К. Б.* К определению расхода жидкости, протекающей через пену // Коллоид. журн. 1984. Т. 46. № 3. С. 570–573.
9. *Кротов В. В.* Теория синерезиса пен и концентрированных эмульсий. 2. Локальная гидропроводность полиэдрических дисперсных систем // Коллоид. журн. 1980. Т. 42. № 6. С. 1092–1101.
10. *Leonard R. A., Lemlich R.* A study of interstitial liquid flow in foam. Pt 1. Theoretical model and application to foam fractionation // AIChE Journal. 1965. V. 11. № 1. P. 18–25.
11. *Аэров М. Э., Тодес О. М.* Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. Л.: Химия. 1968. 72 с.
12. *Канн К. Б., Феклистов В. Н.* Электропроводность и структура пен // Коллоид. журн. 1986. Т. 48. № 1. С. 33–38.
13. *Канн К. Б.* Зависимость кратности и дисперсности пен от капиллярного разрежения // Коллоид. журн. 1985. Т. 47. № 5. С. 865–871.

Тюмень

Поступила в редакцию 30.I.1989