

УДК 532.529:533.6.011.3

© 1990 г.

ДЕРИГЛАЗОВА Ф. Г., МАСЛОВ Б. Н., ШРАЙБЕР А. А.

**РАСЧЕТ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ
СОПЛЕ ЛАВАЛЯ С УЧЕТОМ ОТРАЖЕНИЯ ЧАСТИЦ
ОТ СТЕНКИ**

Приводится метод и результаты расчета параметров двухфазного моно- и полидисперсного течения в сопле Лавалья. Используется общая модель взаимодействия частиц со стенкой, основанная на результатах экспериментальных исследований. Показано, что учет реальных особенностей взаимодействия конденсата со стенкой позволяет существенно уточнить ряд важных параметров течения.

Известен ряд работ, посвященных численному исследованию особенностей неравновесного двумерного течения газа с частицами в соплах Лавалья ([1-4] и библиография в них). Общим недостатком этих работ является использование гипотезы о «полном прилипании» частиц к стенке сопла, т. е. стенка предполагается как бы прозрачной для конденсата, и вещество частиц, выпавших на стенку, в дальнейших расчетах не учитывается. Как показали выполненные в последнее время экспериментальные исследования [5, 6], взаимодействие быстро движущихся капель со стенкой обычно сопровождается образованием значительного количества вторичных (отраженных) частиц различного размера, движущихся с начальной скоростью, отличной от скорости исходной частицы. Ниже приводится обобщение результатов [1-3] на случай реальной модели взаимодействия частиц со стенкой.

1. Пусть исходный конденсат состоит из конечного числа n монодисперсных фракций, которые нумеруются в порядке возрастания размера частиц δ_i . Если использовать гипотезу полного прилипания частиц к стенке, течение двухфазной смеси может быть описано моделью $(n+1)$ -скоростной и $(n+1)$ -температурной среды. При анализе взаимодействия частиц применим непрерывный подход и метод Эйлера [1]. Тогда осесимметричное движение полидисперсного конденсата описывается уравнениями [1, 2]

$$\frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{v_i}{u_i}; \quad \frac{\partial y^2}{\partial \psi_i} = \frac{2}{u_i \rho_i'} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial u_i^2}{\partial \xi} = 2 \left[A_i (u_g - u_i) + \frac{D u_i}{D \tau} - \frac{\partial u_i}{\partial \delta_i} \frac{d \delta_i}{d \tau} \right] \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial \xi} = \frac{1}{u_i} \left[A_i (v_g - v_i) + \frac{D v_i}{D \tau} - \frac{\partial v_i}{\partial \delta_i} \frac{d \delta_i}{d \tau} \right] \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial e_i}{\partial \xi} = \frac{1}{u_i} \left\{ A_i [u_i (u_g - u_i) + v_i (v_g - v_i)] + B_i (t_g - t_i) + \frac{D e_i}{D \tau} - \frac{\partial e_i}{\partial \delta_i} \frac{d \delta_i}{d \tau} \right\} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} u_i \frac{\partial \rho_i''}{\partial \xi} + \rho_i'' \frac{\partial u_i}{\partial \xi} + \rho_i'' \frac{v_i}{y} + \rho_i' \rho_i'' y \left(u_i \frac{\partial v_i}{\partial \psi_i} - v_i \frac{\partial u_i}{\partial \psi_i} \right) = \\ = \frac{D \rho_i}{D \tau} - \frac{\partial \rho_i}{\partial \delta_i} \frac{d \delta_i}{d \tau} - \rho_i \frac{d}{d \delta_i} \left(\frac{d \delta_i}{d \tau} \right), \quad \rho_i = \rho_i' + \rho_i'' \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$A_i = \frac{3 \rho_g C_D}{4 \rho_b \delta_i} |w_g - w_i|, \quad B_i = \frac{6 \eta_g \text{Nu}_i c_{pg}}{\rho_b \delta_i^2 \text{Pr}_g} \quad (1.6)$$

Здесь $w=ui+vj$ — вектор скорости; i, j — орты осей цилиндрических координат x, y, ξ, ψ — переменные Мизеса ($\xi=x, \psi$ — функция тока фракции i); $e_i=c_v t_i+0,5w_i^2$ — энергия частиц; t — температура; c — удельная теплоемкость; ρ — плотность; η — динамическая вязкость; τ — время; C_D — коэффициент аэродинамического сопротивления; Nu, Pr — числа Нуссельта и Прандтля; величины с индексом b относятся к веществу частиц, i — к фракции i, g — к газу (c_{pg} — теплоемкость газа при постоянном давлении); ρ_i — распределенная плотность фракции i (ρ_i' относится к «старым» частицам i , существовавшим во входном сечении, ρ_i'' — к «новым», образовавшимся вследствие коагуляции и дробления). В (1.2)–(1.5) символ $D/D\tau$ означает составляющую изменения величин, обусловленную взаимодействием фракций

$$\frac{D\rho_i}{D\tau} = \frac{3\rho_i}{\delta_i} \frac{d\delta_i}{d\tau} + \frac{3}{2\rho_b} \sum_{k=i+1}^n \left(\sum_{j=1}^{k-1} \Omega_{jki} - \frac{\rho_i \rho_k}{\delta_k^3} K_{ik} \right) \quad (1.7)$$

$$\frac{D\varphi_i}{D\tau} = \frac{3}{2\rho_b} \left[\frac{1}{\delta_i^3} \sum_{j=1}^{i-1} K_{ji} \Phi_{ji} \rho_j (\varphi_{ji} - \varphi_i) + \frac{1}{\rho_i} \sum_{k=i+1}^n \sum_{j=1}^{k-1} \Omega_{jki} (\varphi_{jki} - \varphi_i) \right] \quad (\varphi=u, v, e) \quad (1.8)$$

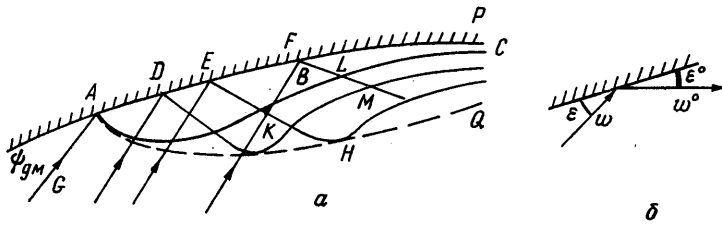
$$\frac{d\delta_i}{d\tau} = \frac{1}{2\rho_b \delta_i^2} \sum_{j=1}^{i-1} K_{ji} \Phi_{ji} \rho_j \quad (1.9)$$

$$\Omega_{jki} = \rho_k \rho_j \delta_k^{-3} K_{jk} (1 - \Phi_{jk}) \alpha_{jki}; \quad K_{ji} = k_{ji} (\delta_i + \delta_j)^2 |w_j - w_i| \quad (1.10)$$

где K_{ji} — константа взаимодействия; k_{ji} — коэффициент осаждения; Φ_{ji} — параметр коагуляции и дробления (математическое ожидание отношения изменения массы частицы i (мишени) к массе столкнувшихся с ней частиц j (снарядов), $j < i$); $\alpha_{jki}, \varphi_{jki}$ — массовая доля и начальные параметры осколков i , образующихся при взаимодействии $j-k$ ($j < k$); φ_{ji} — начальные параметры той части массы частицы i , которая переходит в нее из фракции j ($j < i$, см. [1]). Соотношение (1.8) записано на базе гипотезы о равномерном распределении избытка импульса и энергии новых частиц внутри данной фракции.

2. В соответствии с опытными данными [5, 6] будем полагать, что выпавшая на стенку частица вначале прилипает к ней, а затем образуется некоторое количество (в общем случае полидисперсных) осколков, начальная скорость и температура которых могут отличаться от соответствующих параметров исходной частицы. Та часть массы выпадающих частиц, которая не переходит в осколки, остается на стенке (аккумулируется) и движется по ней в виде пленки. Такая модель является наиболее общей, поскольку модели полного или частичного прилипания, зеркального отражения или отражения по каким-либо иным законам следуют из нее как частные случаи.

Вектор скорости отраженных частиц всегда направлен от стенки под некоторым углом к ней (фиг. 1, а). Поэтому за определенное время от момента рождения отраженные частицы могут отойти достаточно далеко от стенки. Правда, рано или поздно сила аэродинамического сопротивления и столкновения с основными частицами изменят направление движения этих отраженных частиц (линия ABC на фиг. 1). Однако в дальнейшем (точки D, E, F) вновь рождаются отраженные частицы и их траектории (на начальном участке) также удаляются от стенки. Таким образом, начиная от точки A пересечения верхней предельной траектории GA лидирующей фракции основных частиц со стенкой, образуется область отраженных частиц ($APQHA$ на фиг. 1). Расчет течения в этой области требует использования модели $(2n+1)$ -скоростной и $(2n+1)$ -температурной среды.



Фиг. 1

Взаимодействие фракций будем описывать таким же образом, как и в [1, 2]. Если сталкиваются две основные либо две отраженные частицы, все получающиеся в результате этого частицы (мишень и осколки) будем считать принадлежащими к тому же «сорту», что и исходные. Если же взаимодействуют частицы различного сорта, осколки целесообразно относить к тому же сорту, что и мишень. Это обусловлено тем, что начальная скорость осколков, по опытным данным, незначительно отличается от скорости мишени [1, 7], а начальная температура осколков ввиду отсутствия какой-либо информации обычно принимается в расчетах равной температуре мишени [1, 4].

Из сказанного следует, что в уравнения движения основных частиц i (1.2)–(1.5) следует включить дополнительные слагаемые, учитывающие: взаимодействие i – J ($J < i$, $\Delta_J < \delta_i$; все величины, относящиеся к отрезанным частицам, будем обозначать прописными буквами U, V, W, T, E, P, Ψ); рождение осколков i при столкновениях J – k ($k > i$, $J < k$); взаимодействие i – I , т. е. основных частиц i с отраженными частицами той же фракции (заметим, что в модели (1.1)–(1.10) столкновения одинаковых частиц не рассматриваются).

Легко убедиться, что вид первых двух слагаемых в принципе не отличается от соответствующих членов уравнений (1.7)–(1.9). Что касается взаимодействия одинаковых частиц, то здесь использование предположений непрерывного подхода, который предусматривает различное описание столкновений фракции i с меньшими и большими частицами [1], вряд ли возможно. Как показывает анализ данных [4], в рассматриваемых условиях нецентральное столкновение одинаковых частиц должно, вероятнее всего, приводить к их объединению, вращению образовавшегося агрегата и в дальнейшем – к его разделению на две примерно равные частицы. (Конечно, картина не всегда будет такой; кроме того, при разделении возможно образование мелких осколков.) Учитывая, что взаимодействие одинаковых частиц обычно не вносит большого вклада в суммарный эффект коагуляции, в первом приближении используем здесь модель столкновения абсолютно неупругих частиц, т. е. не будем учитывать массоперенос и примем во внимание только изменение скорости и температуры. Приведем в качестве примера выражение для $D\varphi_i/D\tau$ (см. (1.8))

$$\begin{aligned}
 \frac{D\varphi_i}{D\tau} = & \frac{3}{2\rho_i} \left\{ \frac{1}{\delta_i^3} \sum_{j=1}^{i-1} [K_{ji}\Phi_j\rho_j(\varphi_{ji} - \varphi_i) + K_{ji}\Phi_{ji}\rho_j(\varphi_{ji} - \varphi_i)] + \right. \\
 & + \frac{1}{\rho_i} \sum_{k=i+1}^n \sum_{j=1}^{k-1} [\Omega_{jki}(\varphi_{jki} - \varphi_i) + \Omega_{jki}(\varphi_{jki} - \varphi_i)] + \\
 & \left. + 2k_{ij}\delta_i^{-1} |w_i - W_i| \rho_i(\varphi_i - \varphi_i) \right\} \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

Уравнения для параметров отраженных частиц (U, V, E, P', P'') записываются аналогично и для краткости здесь не приводятся. В соответствии с [1, 2] при полидисперсном составе конденсата для каждой фракции основных частиц рассматриваются две верхние предельные траектории (GA

на фиг. 1). Подобным образом для потока отраженных частиц следовало бы учитывать две нижние предельные траектории каждой фракции (штриховая линия AHQ на фиг. 1). Однако поскольку в реальных условиях расстояние между ними невелико, для упрощения рассматривается одна такая траектория.

Для потока основных частиц интегрирование уравнений (1.1)–(1.10), как и в [1, 2], производится на сетке, образованной сечениями $\xi_i = \text{const}$ и линиями тока $\psi_{gm} = \text{const}$ ($m=1, 2, \dots, M$) [1, 2]. Однако области отраженных частиц, как показали предварительные расчеты, принадлежат лишь один-два узла этой сетки в каждом сечении; поэтому для достаточно точного определения параметров отраженных частиц необходимо использовать также дополнительную сетку. Эта сетка образована теми же сечениями ξ_i и линиями, которые делят расстояние между траекторией AHQ и стенкой в заданной пропорции. Оптимальное количество узлов дополнительной сетки в каждом сечении оказалось равным 10–20.

На фиг. 1, a видно, что траектории отраженных частиц, стартующих из разных точек на стенке, могут пересекаться (точки K, L, M и др). Детальный учет этого эффекта весьма сложен. Поскольку обычно пересечение траекторий происходит под очень малыми углами, эффект учитывается приближенно, путем осреднения параметров отраженных частиц.

Изменение расхода отраженных частиц I определяется по очевидной формуле

$$\frac{d\Psi_i}{d\xi} = \sum_{j=1}^n (1 - \Pi_j) \alpha_{ji}' \frac{d\psi_j}{d\xi} \quad (2.2)$$

где $d\psi_j/d\xi$ – скорость выпадения фракции j основных частиц на сетку, Π_j – параметр взаимодействия (доля массы выпадающих частиц, аккумулируемая стенкой), α_{ji}' – массовая доля вторичных частиц i . Начальная скорость отраженных частиц равна (см. фиг. 1, б)

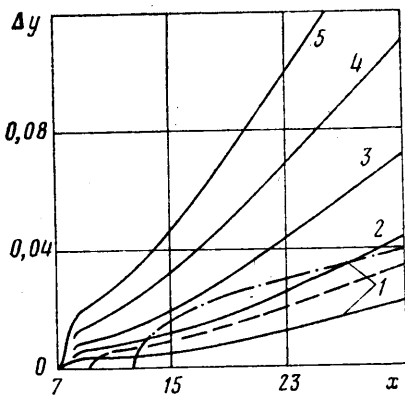
$$w^\circ = \beta w; \quad \varepsilon^\circ = \gamma \varepsilon \quad (2.3)$$

3. Расчеты по описанной методике проводились применительно к контуру, состоящему из пяти участков: 1) дуги окружности радиусом $R_1=0,38$ ($-2 \leq x \leq -1,75$; $y_{w0} = -2,12$); 2) конуса с полууглом $\theta_1=41^\circ$ ($-1,75 \leq x \leq -1$); 3) дуги окружности радиусом $R_2=1,5$ ($-1 \leq x \leq 0$; $x=0$ – минимальное сечение); 4) конуса с полууглом $\theta_2=35^\circ$ ($0 \leq x \leq 3$); 5) профилированной сверхзвуковой части, очерченной по дуге кубической параболы ($x_a=35$; $y_{wa}=11,8$). Здесь и ниже все величины, если не оговорено обратное, отнесены к соответствующим параметрам равновесного течения смеси в минимальном сечении сопла, линейные размеры – к его радиусу r_* ; величины с индексами 0, a относятся к входному и выходному сечениям, с индексом w – к стенке. Исходные данные принимались следующими: давление и температура газа во входном сечении $p_0=3$ МН/м²; $T_0=3300$ К; газовая постоянная и показатель изэнтропии для двухфазной смеси – $R=300$ Дж/кг·К, $\kappa=1,14$; содержание конденсата $z=0,3$; $r_*=0,1$ м. Физические свойства газа и вещества частиц аппроксимировались степенными функциями температуры. Значения C_D и Nu определялись по рекомендациям [1], параметры взаимодействия частиц (Φ_{ji} , α_{ji} , ϕ_{ji}) – по опытным данным [7], параметры столкновений частиц со стенкой (Π_j , α_{ji}' , β , γ , см. (2.2), (2.3)) – по результатам [5, 6]

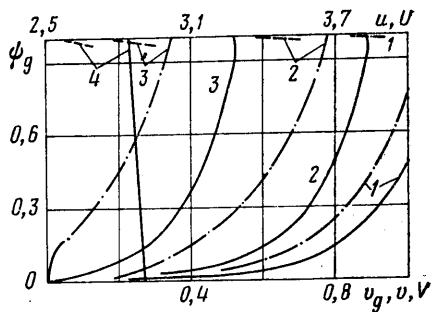
(при этом значения β и γ , которые измерены в [5] лишь ориентировочно, варьировались). В связи с тем что решение задачи в полной постановке требует больших затрат машинного времени, значительная часть расчетов проводилась применительно к монодисперсному течению ($\delta=1-5$ мкм). При этом предполагалось, что отраженные частицы имеют тот же размер, что и основные. Поскольку в дозвуковой части сопла на стенку выпадает весьма незначительное количество конденсата, здесь для упрощения использовалась модель полного прилипания.

На фиг. 2 приведены значения ширины области отраженных частиц в различных сечениях монодисперсного потока (кривым 1–5 соответствуют $\gamma=0,3$; 0,45; 0,6; 0,8; 1; сплошные линии – $\delta=2$ мкм, штриховая – $\delta=3$ мкм, штрихпунктирная – $\delta=5$ мкм). Из этих данных видно, что даже при максимальном угле отражения величина Δy составляет не более 1–1,5% радиуса сечения. Ширина области увеличивается с ростом γ и (в меньшей мере) диаметра частиц.

Фигура 3 иллюстрирует распределение поперечных скоростей основных и отраженных частиц, а также газа (соответственно сплошные, штрихо-



Фиг. 2



Фиг. 3

вые и штрихпунктирные линии) при монодисперсном течении ($\delta=2$ мкм; $\beta=0,9$; $\gamma=0,8$; $1-x=8$, $2-x=15$, $3-x=35$; значения ψ_g нормированы на единицу). В целом характер зависимостей $v(\psi_g)$, $v_g(\psi_g)$ такой же, как и при расчете на базе гипотезы полного прилипания. Вместе с тем обращает на себя внимание наличие максимума на сплошных кривых 2 и 3 — здесь сказывается влияние отраженных частиц на основные в периферийной зоне (так называемый экранирующий эффект). Это влияние увеличивается с ростом x и, следовательно, с увеличением расхода отраженных частиц (на кривой 1, которая соответствует сечению вблизи точки начала выпадения, $x_d=7,3$, максимума нет). Поперечная скорость V отраженных частиц на стенке ($\psi_g=1$) определяется по формулам (2.3) и оказывается существенно (в 1,3—3 раза) меньше скорости основного потока. По мере удаления от стенки значение V быстро возрастает как за счет влияния аэродинамической силы, так и вследствие взаимодействия потоков частиц (последний член (2.1)).

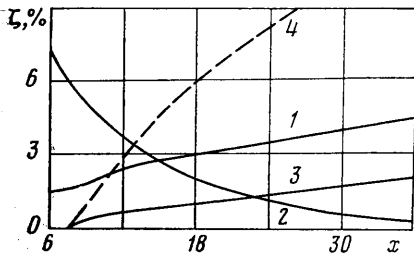
Характер распределения продольных (аксиальных) скоростей частиц иллюстрируется кривыми 4 для сечения $x=35$ (обозначения те же). В продольном направлении различие скоростей основных и отраженных частиц существенно меньше, поэтому изменение скоростей основных частиц за счет влияния отраженных практически незаметно. Таким образом, экранирующий эффект приводит к тому, что траектории выпадающих частиц становятся более пологими, что должно уменьшать выпадение. Однако в исследованном диапазоне для монодисперсных течений этот эффект оказывается очень мал (в пределах 1—2%).

Приведем данные о динамике выпадения частиц на стенку и образования отраженных частиц для того же варианта расчета:

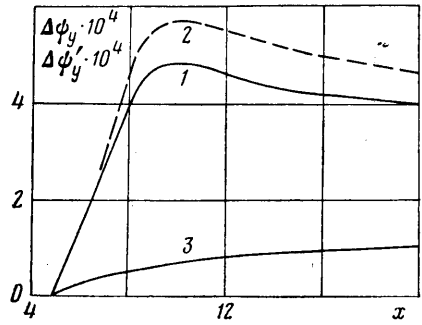
x	-2	7,3	8,5	10	15	22	30	35
$\psi \cdot 10^3$	150	148,2	145	138,6	120,4	103,7	86,8	77,8
$\Delta\psi \cdot 10^3$	0	1,8	5	11,4	29,6	46,3	63,2	72,2
$\Psi \cdot 10^3$	0	0	2,5	7,9	23,4	37,2	50,8	58,1
$\Delta\Psi' \cdot 10^3$	0	1,8	2,5	3,5	6,2	9,1	12,4	14,1

(здесь ψ , Ψ — расход основных и отраженных частиц, $\Delta\psi$ — выпавших на стенку на участке x_0-x , $\Delta\Psi'$ — аккумулируемых стенкой, т. е. прилипших к ней). Из этих данных видно, что на стенку сверхзвуковой части сопла выпадает около 47% всего конденсата. Вместе с тем прилипает к стенке лишь менее 20% от расхода выпадающих частиц, в то время как остальные возвращаются в поток и, следовательно, участвуют в создании тяги.

На фиг. 4 представлены значения потерь пустотного удельного импульса из-за запаздывания частиц (1), рассеяния (2) и выпадения конденсата на стенку (3, 4; кривая 3 соответствует предлагаемой модели, 4 — модели полного прилипания). Учет реальных особенностей процесса взаи-



Фиг. 4



Фиг. 5

модействия частиц со стенкой приводит к уменьшению потерь из-за выпадения почти в 6 раз. Предлагаемая модель несколько уменьшает потери из-за рассеяния (поскольку траектории отраженных частиц в среднем меньше наклонены к оси потока, чем траектории основных), но увеличивает потери из-за запаздывания (так как аксиальные скорости отраженных частиц несколько меньше, см. фиг. 3). Правда, этот эффект невелик.

В расчетах, результаты которых представлены выше, величина параметра Π взаимодействия со стенкой (см. (2.2)) определялась по наиболее надежной эмпирической формуле [6], которая применима в широком диапазоне значений вязкости жидкости. Если же Π рассчитывается по формуле [5] (для умеренных и высоких значений вязкости), то расход прилипающих к стенке частиц и потери из-за выпадения оказываются несколько заниженными: $\Delta\phi' = 0,0121$, $\zeta_a = 1,77\%$ (ср. приведенные данные и фиг. 4). С увеличением β и γ значения $\Delta\phi'$ и ζ_a несколько увеличиваются, но, по-видимому, в пределах точности расчета.

В работе [8] на основании сопоставления результатов расчетного и опытного определения суммарных потерь удельного импульса в соплах рекомендуется среднее значение $\Pi = 0,3$. Ниже приведены некоторые данные для трех значений Π в сравнении с расчетом по формуле [6]:

Π	0,1	0,3	0,5	Данные [6]
$\Delta\phi' \cdot 10^3$	8,8	22,9	36,9	14,1
$\zeta_a, \%$	1,24	3,03	5,98	2,09

Таким образом, рекомендация [8] приводит к заметной погрешности.

На фиг. 5 представлены значения удельного расхода частиц, выпадающих на стенку (1, 2; 1 — модель полного прилипания, 2 — предлагаемая модель) и аккумулируемых ею (3), для полидисперсного течения (фракционный состав исходного конденсата предполагался нормально-логарифмическим со среднемассовым размером частиц $\langle \delta \rangle = 3$ мкм). В данном случае учтено отражения частиц от стенки увеличивает расход выпадающего конденсата (ср. кривые 1 и 2). Этот неожиданный на первый взгляд результат объясняется тем, что при столкновениях между двумя потоками частиц образуется значительное количество мелких осколков (см. [1, 7]), для которых более выражена тенденция к выпадению на стенку.

Таким образом, приведенные результаты показывают, что в расчетах двухфазного течения необходимо детально учитывать особенности взаимодействия частиц со стенкой сопла. Использование грубых гипотез или малообоснованных рекомендаций приводит к существенной ошибке в определении потерь из-за выпадения частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стернин Л. Е., Маслов Б. Н., Шрайбер А. А., Подвысоцкий А. М. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980. 176 с.
2. Маслов Б. Н., Стернин Л. Е., Шрайбер А. А. Численное исследование особенностей двухфазного течения с коагуляцией и дроблением частиц в осесимметричных соплах Лавалья // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 3. С. 145-153.
3. Рычков А. Д., Шрайбер А. А. Осесимметричное полидисперсное двухфазное течение с коагуляцией и дроблением частиц при произвольном распределении осколков по массам и скоростям // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 3. С. 73-79.
4. Васенин И. М., Архипов В. А., Бугов В. Г. и др. Газовая динамика двухфазных течений в соплах. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1986. 262 с.
5. Хелемский С. Л., Подвысоцкий А. М., Шрайбер А. А. Обобщение опытных данных по переносу массы при взаимодействии капель с плоской стенкой // Теплоперенос в одно- и двухфазных средах. Киев: Наук. думка, 1983. С. 74-77.
6. Шрайбер А. А., Подвысоцкий А. М., Хелемский С. Л. Влияние вязкости на интенсивность массопереноса при взаимодействии капель со смоченной твердой поверхностью // Пром. теплотехника. 1990. Т. 12. № 2. С. 19-22.
7. Podvysotsky A. M., Shraiber A. A. Coalescence and break-up of drops in two-phase flows // Int. J. Multiphase Flow. 1984. V. 10. № 2. P. 195-209.
8. Daines W. L., Boordmann T. A., Lund R. K. et al. Effect of aluminium oxide impingement on specific impulse of solid proppellant rocket motors // AIAA Pap. 1975. № 75-1277. 11 p.

Киев

Поступила в редакцию
20.1.1989