

Таким образом, если слой покоится ($Re=0$), условие сохранения момента количества движения приводит к такому соотношению напряжений (1), когда на структуру течения основное влияние оказывает внутренняя граница, в меридиональной плоскости реализуется одновихревое движение отрицательного направления. Это соответствует более быстрому вращению внутренней границы в соответствующей задаче с условиями прилипания. С началом вращения всего слоя в сторону действия $\tau_{r\varphi}(R_2)$ влияние внутренней границы уменьшается (суммарная угловая скорость внутренней границы уменьшается), а внешней увеличивается. В некотором интервале значений Re влияние границ выравнивается, возникает двухвихревая циркуляция. С дальнейшим ростом Re на структуру течения большее влияние оказывает внешняя граница (один положительный вихрь). При больших Re ($\sim 5 \cdot 10^2$) возникает сдвиговой цилиндрический слой, вне которого имеется почти твердотельное вращение, а внутри – циркуляция, обусловленная влиянием внешней границы.

Сопоставление значений величин ω_1 и ω_2 , полученных из численных расчетов, со значениями, полученными аналитически, свидетельствует о хорошем совпадении (расхождение менее 2%) при $\varepsilon < 80$. При достаточно больших значениях напряжений ε сопоставления становятся неверными, появляются течения, обусловленные одновременным влиянием обеих границ, и даже при малых Re возникает двухвихревая циркуляция типа II.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Oxford: Clarendon Press. 1961. 652 p.
2. Джозеф Д. Устойчивость движений жидкости. М.: Мир, 1981. 638 с.
3. Келлер Б. С., Яворская И. М. Моделирование гидродинамических процессов в атмосферах больших планет // Аэромеханика и газовая динамика. М.: Наука, 1976. С. 256–259.
4. Stewartson K. On almost rigid rotations. Pt 2. // J. Fluid Mech. 1966. V. 26. Pt 1. P. 131–144.
5. Беляев Ю. Н., Яворская И. М. Течения вязкой жидкости во вращающихся сферических слоях и их устойчивость // Итоги науки и техники ВИНТИ. Механика жидкости и газа. 1980. Т. 15. С. 3–80.
6. Яворская И. М. Влияние широтного градиента температуры на сферическое течение Куэтта // Изв. АН СССР. МЖГ. 1975. № 2. С. 15–23.

Москва

Поступила в редакцию
28.XII.1987

УДК 532.526

© 1990 г.

АЛЬТШУЛЬ А. Д., СЕРЕБРО В. В.

О ТАК НАЗЫВАЕМЫХ КОНСТАНТАХ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ШЕРОХОВАТЫХ ТРУБАХ

Проведенная непосредственная обработка опытов Никурадзе по течению в шероховатых трубах показала, что величина второй константы турбулентности в квадратичной области сопротивления зависит от относительной шероховатости трубы. Установлено, что универсальная логарифмическая формула для профиля скорости в трубе в квадратичной области сопротивления является аппроксимацией полученной авторами более точной зависимости, учитывающей влияние относительной шероховатости трубы. Предложенное соотношение для коэффициента гидравлического трения в случае значительной шероховатости превосходит по точности известную формулу Прандтля – Никурадзе.

1. Известно [1, 2], что в трубах с однородной песочной шероховатостью типа Никурадзе в режиме автомодельности по числу Рейнольдса профиль скорости и закон сопротивления удается представить в замкнутом виде с привлечением двух эмпирических постоянных – констант Кармана κ и $\beta = u_k/u_\tau$ (u_k – скорость потока на уровне вершин выступов высотой k , u_τ – динамическая скорость на стенке)

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k} \beta \quad (1.1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\beta - \frac{1,5}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{R}{k} \right) \quad (1.2)$$

Здесь y – поперечная координата, R – радиус трубы, λ – коэффициент гидравлического трения. Из опытов Никурадзе [3] определены значения $\kappa=0,4$; $\beta=8,48$ [2], подстановка которых в (1.2) приводит к формуле

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,03 \lg \frac{R}{k} + 1,67 \quad (1.3)$$

Однако зависимость (1.3) недостаточно точно описывает результаты экспериментов, поэтому коэффициенты в ней были несколько изменены. В настоящее время формула для закона сопротивления в трубе при квадратичном режиме сопротивления (формула Прандтля – Никурадзе) используется в виде

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \lg \frac{R}{k} + 1,74 \quad (1.4)$$

Замена одних значений коэффициентов другими и связанное с ней изменение постоянных κ и β (так называемая «игра констант»), по-видимому, отражают тот факт, что одна (или обе) эмпирические постоянные полуэмпирической теории приственной турбулентности на самом деле являются параметрами, зависящими от характеристик течения.

2. Начнем с рассмотрения параметра β . Его значение удобней всего связать с коэффициентом сопротивления выступов шероховатости c_{k0} с помощью формулы [4]

$$\tau_w = \frac{1}{2} \alpha c_{k0} \rho u_k^2 \quad (2.1)$$

где τ_w – касательное напряжение на стенке, α – коэффициент, учитывающий плотность расположения выступов, их геометрическую формулу и взаимное влияние, ρ – плотность жидкости. Представим (2.1) в виде

$$\left(\frac{u_\tau}{u_k} \right)^2 = \frac{c_k}{2}, \quad c_k = \alpha c_{k0} \quad (2.2)$$

Как обычно, можно допустить, что $c_{k0} = \varphi_1(Re_k)$, где $Re_k = u_k k / \nu$. Кроме того, вследствие влияния ограничивающих поток стенок коэффициент α является функцией числа Рейнольдса $Re_\tau = u_\tau R / \nu$ и относительной шероховатости k/R .

Таким образом, из (2.2) следует, что

$$\frac{u_k}{u_\tau} = \varphi_2 \left(Re_k, Re_\tau, \frac{k}{R} \right)$$

или с учетом очевидного равенства $Re_k = (u_k k / u_\tau R) Re_\tau$

$$\frac{u_k}{u_\tau} = \varphi_3 \left(\frac{u_\tau k}{\nu}, \frac{k}{R} \right)$$

В автомодельной (квадратичной) области сопротивления для фиксированного типа шероховатости справедлива зависимость

$$\frac{u_k}{u_\tau} = \varphi_4 \left(\frac{k}{R} \right) \quad (2.3)$$

Игнорирование влияния близости стенки (кривизны поверхности) приводит к соотношению $u_k / u_\tau = \text{const}$ [2].

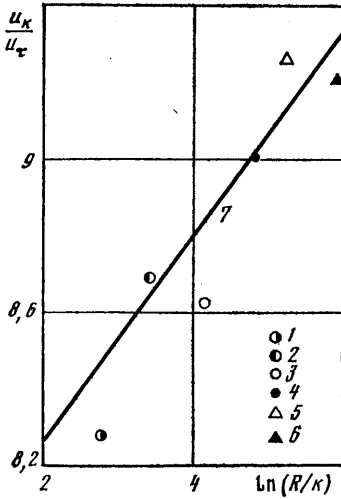
3. Рассмотрим конкретный вид зависимости (2.3) для однородной песочной шероховатости по данным известных опытов Никурадзе [3]. На фиг. 1 приведен график, построенный авторами по результатам непосредственной обработки этих опытов. Для каждого значения R/k (1 – 15; 2 – 30; 3 – 60; 4 – 126; 5 – 252; 6 – 507) величины κ и β определялись путем численной аппроксимации соответствующих опытных данных формулой (1.1) (по методу наименьших квадратов). Как следует из графика, экспериментальные точки удовлетворительно описываются зависимостью

$$\beta = 0,26 \ln(R/k) + 7,77 \quad (3.1)$$

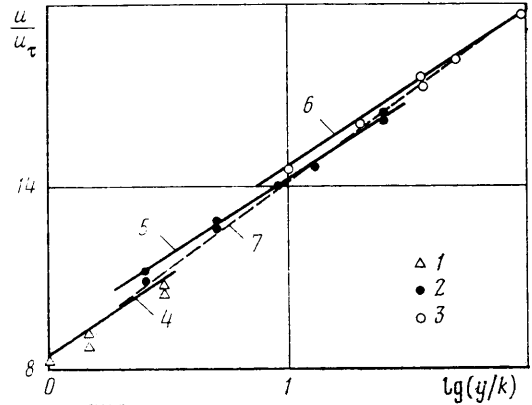
Для $R/k=30,6; 60; 126$ и 252 полученные значения κ группируются вблизи величины $0,44$. При $R/k=507$ и 15 : $\kappa=0,42$ и $0,49$.

С использованием (3.1) соотношение (2.2) приобретает вид

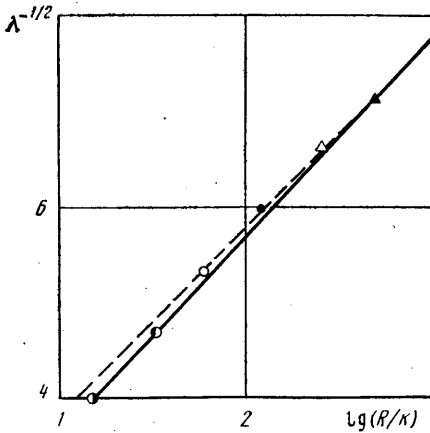
$$\frac{1}{\sqrt{c_k}} = 0,18 \ln \frac{R}{k} + 5,49$$



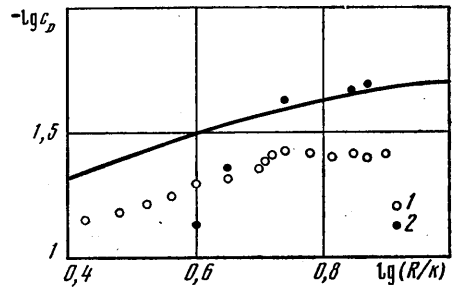
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Таким образом, на параметр β и коэффициент сопротивления выступов шероховатости влияет кривизна ограничивающих поток стенок и это влияние проявляется через величину относительной шероховатости.

Подстановка зависимости (3.1) и значения $\kappa=0,44$ в (1.1) и (1.2) приводит к формулам

$$\frac{u}{u_\tau} = 5,23 \lg \frac{y}{k} + 0,6 \lg \frac{R}{k} + 7,77 \quad (3.2)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,06 \lg \frac{R}{k} + 1,54 \quad (3.3)$$

На фиг. 2 сравниваются расчетные прямые, построенные по формулам (3.2) (линии 4–6 соответствуют $R/k=15, 126$ и 507) и (1.1) (линия 7) при $\kappa=0,4, \beta=8,48$, с соответствующими экспериментальными данными Никурадзе [3]: 1–3 – $R/k=15, 126$ и 507 . Из графика четко видно, что известная прямая [2]

$$\frac{u}{u_\tau} = 5,75 \lg \frac{y}{k} + 8,48$$

по существу аппроксимирует более точное семейство прямых (3.2).

На фиг. 3 приводятся результаты расчетов по (3.3) (сплошная линия) и (1.4) (штриховая линия) и соответствующие экспериментальные данные (обозначения – на фиг. 1). Из графика следует, что формула (3.3) точнее описывает поведение λ в области малых R/k , чем (1.4).

В технических приложениях коэффициент сопротивления выступов шероховатости принято определять по среднерасходной скорости потока

$$\tau_w = 1/2 c_D \rho v^2$$

где коэффициент c_D определяется по скорости u_k .

С учетом (3.3) зависимость для c_D принимает вид

$$\frac{1}{\sqrt{c_D}} = 4,12 \lg \frac{R}{k} + 3,08 \quad (3.4)$$

Результаты расчета по формуле (3.4) приводятся на фиг. 4 на фоне экспериментальных данных [5], относящихся к течению в каналах с искусственной шероховатостью (точки 1 и 2 соответствуют шагам шероховатости 5,2 и 10,1).

Таким образом, влияние относительной шероховатости на коэффициент сопротивления выступов качественно носит аналогичный характер в каналах как с равномерно-зернистой, так и с искусственной шероховатостями. Вместе с тем расхождение двух множеств опытных точек на фиг. 4 свидетельствует о количественной зависимости величин α и β от геометрических характеристик поверхностей с искусственной шероховатостью. Имеющихся в [5] данных, к сожалению, недостаточно для определения конкретного вида этой зависимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кадер Б. А., Ялом А. М. Влияние шероховатости и продольного градиента давления на турбулентные пограничные слои // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Мех. жидкости и газа. 1984. Т. 18. С. 3–111.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
3. Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauhen Röhren // VDI-Forschungsheft. 1933. N 361. 22S.
4. Федяевский К. К., Гиневский А. С., Колесников А. В. Расчет турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1973. 256 с.
5. Noori Bahzad M. A. Form drag resistance of two dimensional stepped steep open channels // Channels and Channel control structures. Berlin e. a., 1984. P. 1/133–1/147.

Москва
Одесса

Поступила в редакцию
14.I.1988

УДК 532.546

© 1990 г.

ГРИЦЕНКО А. И., НИКОЛАЕВСКИЙ А. В., ПЕШКИН М. А.,
ТЕР-САРКИСОВ Р. М.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОЙ ФАЗЫ ПРИ НАКОПЛЕНИИ В НЕЙ ГАЗООБРАЗНЫХ ПРОДУКТОВ

Проведено расчетное и экспериментальное исследование фильтрации газообразной смеси углеводородов с диоксидом углерода через модель пласта с неподвижной углеводородной жидкой фазой. Показана возможность возникновения фильтрации жидкой фазы при накоплении в ней газообразных продуктов.

1. Жидкость из пористой среды может быть полностью вытеснена газом, если составы фаз при данных термобарических условиях позволят получить смешивающееся вытеснение. Частичное вытеснение жидкости несмешивающимся с ней газом происходит до значения критической насыщенности, которое зависит от характеристик пористой среды и капиллярного числа. Фильтрация газа, растворяющегося в неподвижной жидкости, при определенных термобарических условиях может привести к такому увеличению объема жидкой фазы, что возникает двухфазная фильтрация; совместное движение обеих фаз будет продолжаться до достижения критической насыщенности, которая будет уже меньше исходной [1]. Если газ представляет собой смесь веществ с различной способностью к растворению в жидкости, то будет происходить ее постепенное насыщение и возникнут условия двухфазной фильтрации. Такой процесс исследовался аналитически и экспериментально.

Численно решалась задача вытеснения из пористой среды углеводородной жидкости смесью углеводородных газов с диоксидом углерода. Методика расчета была основана на решении дифференциальных уравнений многокомпонентной фильтрации [2] безытерационным численным методом [3] в предположении об изотермич-