

УДК 533.6.011.5:541.12

© 1990 г.

КИРМУСОВ И. П., ЛЕВИН В. А., СТАРИК А. М.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В СВЕРХЗВУКОВЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНО-НЕРАВНОВЕСНЫХ ГАЗОВЫХ ПОТОКАХ

Изучение процессов формирования неравновесного распределения молекул по внутренним степеням свободы и генерации излучения в быстропоточных газоразрядных и газодинамических лазерах в нестационарных условиях приводит к необходимости анализа распространения непрерывных возмущений и ударных волн в неравновесных газовых средах. Ранее [1, 2] были рассмотрены особенности эволюции слабого разрыва и конечного гидродинамического возмущения в ударную волну (УВ) в неподвижном колебательно-неравновесном газе. Возможные режимы распространения УВ в таком газе анализировались в [3, 4]. Влияние газодинамических возмущений, возникающих в электроразрядной камере, на мощность выводимого излучения в импульсном и импульсно-периодическом режимах рассмотрено в [5].

В данной работе изучаются особенности распространения конечных возмущений в неравновесных сверхзвуковых газовых потоках, анализируется влияние энтропийных и акустических возмущений на инверсные характеристики среды.

Пусть имеется сверхзвуковой поток, в котором возбуждение колебательных степеней свободы происходит от внешнего распределенного источника энергии с плотностью мощности W в области длиной L_p по потоку. Такая ситуация характерна для газоразрядных лазеров со сверхзвуковой скоростью прокачки [6], а также частично моделирует условия в непрерывных химических лазерах, в которых внешним источником накачки можно считать химические реакции, и в газодинамических лазерах с передачей энергии от донорных молекул к молекулам-излучателям.

Будем полагать, что скорость возбуждения молекулярных колебаний от внешнего источника существенно меньше скорости внутримодового колебательного ($V-V$) обмена и скорости вращательно-поступательной ($R-T$) релаксации, а характерные газодинамические времена задачи (длительность возмущений) больше времен $V-V$ - и $R-T$ -процессов. В этом случае кинетику колебательного энергообмена можно рассматривать в приближении модели локальных колебательных температур [7] и считать, что между вращательными и поступательными степенями свободы молекул существует термодинамическое равновесие.

Система уравнений, описывающая движение такого газа в канале постоянного сечения при наличии нестационарных возмущений газодинамических параметров, имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho (E + u^2/2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho u \left(E + \frac{u^2}{2} \right) + p u \right] = \rho W \left(1 - \sum_{j=1}^n \eta_j \right) - \rho \frac{R}{\mu} \sum_{j=1}^n \gamma_j \theta_j f_j$$

$$\frac{\partial \rho e_j}{\partial t} + \frac{\partial \rho u e_j}{\partial x} = \rho f_j + \frac{\rho W \eta_j}{h \nu_j}, \quad E = \frac{1}{\alpha - 1} \frac{RT}{\mu}$$

$$\kappa = 1 + \left(\frac{3}{2} + \sum_{l=1}^L \gamma^l + \frac{3}{2} \sum_{l=L+1}^M \gamma^l \right)^{-1}$$

$$e_j = r_j \left[\exp \left(-\frac{\theta_j}{T_j} \right) - 1 \right]^{-1}, \quad p = \frac{\rho RT}{\mu}$$

Здесь ρ , u , p , T — плотность, скорость, давление и поступательная температура газа; h — постоянная Планка; μ — молекулярный вес смеси; R — универсальная газовая постоянная; L — число молекулярных компонентов из линейных молекул, а M — полное их число; γ^l — молярная доля l -го компонента смеси; γ_j — молярная доля компонента смеси с j -м типом колебаний (если моды q и s принадлежат одному и тому же компоненту l , то $\gamma_q = \gamma_s = \gamma^l$); θ_j и T_j — соответственно характеристическая и локальная колебательная температура j -го типа колебаний; ν_j — частота, а r_j — кратность вырождения j -го колебания; f_j — член, характеризующий изменение числа колебательных квантов в j -й моде вследствие $V-V'$ - и $V-T$ -процессов ($f_j = f_j(e_i, \rho, T)$); η_j — эффективность возбуждения j -го типа колебаний внешним источником.

Конкретный анализ проводился для смеси газов $\text{CO}_2 : \text{N}_2 : \text{H}_2\text{O} = 0,1 : 0,89 : 0,01$, используемой как в газодинамических, так и в электроразрядных лазерах. Схема релаксационных процессов и соответствующий вид источников членов f_j приведен в [7]. Необходимые для расчета константы скоростей $V-T$ - и $V-V'$ -процессов взяты из [8], а данные по η_j — из [9]. При этом считалось, что при $T < 230$ К константы скорости внутримолекулярного $V-V'$ -обмена в CO_2 от температуры не зависят. Полагалось, что начальное значение $E/N = 2 \cdot 10^{-16}$ В·см² (E — напряженность электрического поля, а N — плотность молекул).

В соответствии с [9] считалось, что присутствие паров воды снижает эффективность возбуждения колебаний CO_2 и N_2 при $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 0,01$ на 2%, а возбуждением колебаний H_2O можно пренебрегать. При этом доля энергии, идущая непосредственно в поступательные степени свободы, составляет 0,04 от общей энергии, подводимой к газу. Плотность мощности накачки W задавалась однородной во всей рассматриваемой области ($L_p = 0,1$ м) и равной $9,5 \cdot 10^8$ Дж·кг⁻¹·с⁻¹ и соответствует энергоподводу ~ 200 Дж·л⁻¹·атм⁻¹. Такое значение W позволяет в стационарном режиме обеспечить при числе Маха потока $M_0 \geq 2$ и $P_0 \geq 10^{-2}$ МПа, $T_0 \leq 300$ К (здесь и далее индекс ноль относится к параметрам невозмущенного потока) достаточно высокие значения коэффициента усиления. Подобный диапазон параметров потока является характерным для рассматриваемых в настоящее время непрерывных электроионизационных лазеров со сверхзвуковой скоростью прокачки.

Рассматривалось распространение возмущений двух типов: акустических и энтропийных, приходящих в направлении потока на границу области возбуждения в момент времени $t=0$. В первом случае возмущение представляет собой простую волну, для которой от нуля отличен лишь левый инвариант Римана R^- [10]. Поскольку $M_0 > 1$, то для корректной постановки граничных условий необходимо задавать три газодинамических параметра: u_+ , p_+ , ρ_+ (здесь и далее индекс плюс относится к левой границе расчетной области). Давление p_+ задавалось выражением

$$p_+(t) = p_0 \left[1 + \delta_p \sin \left(\frac{2\pi t}{\tau} \right) \right] \quad (0 \leq t \leq \tau), \quad p_0(t > \tau)$$

где δ_p — относительная амплитуда изменения давления, а τ — длительность возмущения. Значения ρ_+ и u_+ в простой волне связаны адиабати-

чески, а связь u_+ и p_+ следует из условия $R^+=0$

$$u_+ = \frac{2}{\kappa-1} \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}} \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^{(\kappa-1)/2\kappa} - 1 \right] + u_0$$

Во втором случае возмущение представляет движущуюся со скоростью u_0 «пробку» газа с $p_+=p_0$

$$T_+(t) = T_0 \left[1 + \delta_T \sin \left(\frac{2\pi t}{\tau} \right) \right] \quad (0 \leq t \leq \tau), \quad T_0 \quad (t > \tau)$$

Численное интегрирование системы (1) проводилось с использованием схемы С. К. Годунова [11], а источники члены в правых частях кинетических уравнений аппроксимировались в соответствии с неявной разностной схемой второго порядка точности [12].

При сверхзвуковом течении задания условий на правой границе не требуется, поскольку возмущения вверх по потоку в этом случае не распространяются. Однако при определенных режимах в конце расчетной области возможно возникновение зоны с дозвуковым течением. Здесь уже задание корректных граничных условий необходимо. В данной работе при их задании полагалось, что газ после зоны энергоподвода истекает в вакуум. Это моделировалось заданием очень малого давления. Для определения влияния указанного способа задания граничных условий на изменение параметров потока были проведены тестовые расчеты на протяженной сетке длиной $4L_p$, при которой дозвуковая зона за характерные времена задачи не успевает распространиться до правого конца сетки. Для исключения влияния дополнительного (вне зоны внешнего энергоподвода) выделения энергии вследствие релаксации из колебательных степеней свободы в поступательные полагалось, что газ после зоны энергоподвода «заморожен». Сравнение результатов показало, что в области энергоподвода максимальное расхождение любого из параметров не превышало 2% даже в случае возникновения ударных волн.

Рассмотрим сначала влияние акустических возмущений на характер изменения величины осредненного по длине расчетной области коэффициента усиления $\langle k_v \rangle$

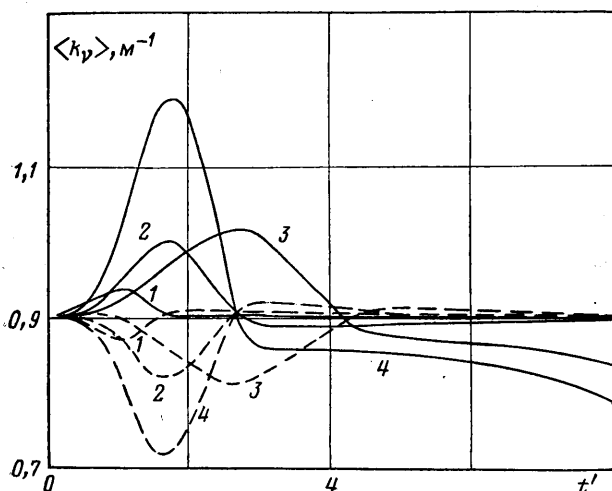
$$\langle k_v \rangle = \frac{1}{L_p} \int_0^{L_p} k_v(x) dx$$

Локальные значения $k_v(x)$ рассчитывались при этом так же, как и в [12], по стандартным соотношениям [7].

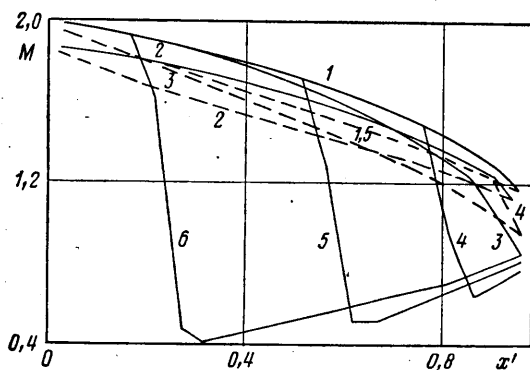
Величина $\langle k_v \rangle$ определяет способность генерации когерентного излучения потоком активного газа в резонаторе [12].

На фиг. 1 представлена зависимость $\langle k_v \rangle(t')$ (здесь и далее $t'=t/\tau_0$, где $\tau_0=L_p/(u_0+a_0)$, а u_0 и a_0 — скорость потока и скорость звука на левой границе расчетной области) при распространении возмущений различной длительности амплитуды δ_p в потоке газа с $M_0=2$; $p_0=10^{-2}$ МПа и $T_0=206$ К. Здесь пунктирные и сплошные линии соответствуют возмущениям с $\delta_p > 0$ и $\delta_p < 0$, а цифры 1–4 — значениям $|\delta_p|$ и τ : 0,2 и 0,5; 0,2 и 2; 0,2 и 4; 0,5 и 2. Видно, что в зависимости от длительности возмущения, его знака и амплитуды возможно различное изменение $\langle k_v \rangle(t)$.

При прохождении возмущения с $\delta_p < 0$ по зоне энергоподвода наблюдается временное увеличение $\langle k_v \rangle$ на интервале, соответствующем длительности возмущения, а при $\delta_p > 0$ — наоборот, уменьшение. Такое изменение $\langle k_v \rangle$ объясняется тем, что уменьшение или увеличение давления в области возмущения приводит к изменению величины локального коэффициента усиления. Это изменение может происходить по двум причинам: вследствие изменения плотности молекул и изменения формы спектральной линии. При рассматриваемых параметрах среды форма линии близка к лоренцевской и коэффициент усиления в ее центре от давления не зависит. Поэтому основной причиной изменения k_v на интервале, соответствующем длительности возмущения, является изменение скорости релаксационных процессов при уменьшении ($\delta_p < 0$) или увеличении ($\delta_p > 0$) плотности газа.



Фиг. 1



Фиг. 2

Если длительность возмущения $\tau \ll \tau_{001}$, где τ_{001} — характерное время разрушения верхнего уровня усиливающего перехода ($00^{\circ}1$), то изменение плотности вообще не повлияет на величину k_v . Если же $\tau \sim \tau_{001}$, как это имеет место для рассматриваемых условий ($\tau \sim 10^{-4}$ с), то при одинаковом δ_p это влияние будет тем сильнее, чем больше τ . Причем при $\delta_p < 0$ вследствие уменьшения изменения величины заселенности состояния ($00^{\circ}1$) CO_2 (релаксационные процессы протекают медленнее, чем в невозмущенном потоке) величина k_v растет, а при $\delta_p > 0$ (релаксационные процессы протекают быстрее) уменьшается. Кроме того, при прохождении акустических возмущений наряду с изменением плотности происходит и изменение температуры поступательных степеней свободы молекул ($T \sim p^{(\kappa-1)/\kappa}$).

Уменьшение T на интервале τ приводит к дополнительному расселению нижнего уровня усиливающего перехода ($10^{\circ}0$) CO_2 вследствие $V-T$ -релаксации деформационных колебаний CO_2 и, следовательно, к увеличению k_v . Наоборот, увеличение T приведет к дополнительному заселению состояния ($10^{\circ}0$) CO_2 и соответственно к уменьшению k_v . Поэтому при одинаковом значении $|\delta_p|$ временное изменение $\langle k_v \rangle$ на интервале, соответствующем длительности возмущения, будет больше для $\delta_p < 0$ (увеличение $\langle k_v \rangle$). Особенно заметным это становится при больших значениях $|\delta_p|$, когда изменение температуры более существенно.

Видно также, что при $\delta_p < 0$ и определенных значениях τ и δ_p могут возникать режимы, в которых имеет место уменьшение величины $\langle k_v \rangle$

во времени вплоть до нуля даже после прохождения возмущением области внешнего энергоподвода. Это объясняется тем, что в этих случаях в конце зоны энергоподвода возникает УВ, распространяющаяся вверх по потоку.

На фиг. 2 для такого режима ($\delta_p = -0,2$ и $\tau = 4$) в различные моменты времени $t' = 0; 2; 4; 10; 15; 20$ (цифры 1-6) показано распределение числа Маха вдоль зоны энергоподвода ($x' = x/L_p$). Здесь же для сравнения пунктиром показана зависимость $M(x')$ при распространении возмущения с такими же δ_p и τ по равновесному газу при включенном источнике внешнего энергоподвода (интенсивность источника подбиралась таким образом, чтобы числа Маха в конце зоны энергоподвода для равновесного и неравновесного случаев были одинаковыми).

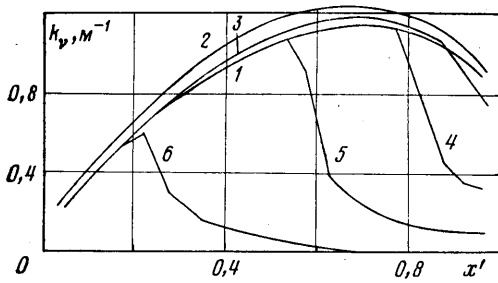
В случае как равновесного, так и неравновесного газа в конце зоны энергоподвода возникает УВ, которая при равновесном течении выносится из зоны энергоподвода, а при неравновесном распространяется вверх по потоку. При $\delta_p > 0$ и рассматриваемых условиях как в равновесном, так и в неравновесном случае УВ не образуется. Связано это с тем, что при $\delta_p < 0$ скорость и число Маха потока уменьшаются, а при $\delta_p > 0$, наоборот, возрастают.

В стационарном сверхзвуковом потоке невозможно подвести к газу энергию больше некоторого критического значения, чтобы поток оставался сверхзвуковым. Причем чем меньше число Маха потока, тем меньше это значение. Поэтому при $\delta_p < 0$ могут реализоваться условия, когда энергоподвод в поступательные степени свободы превысит критическое значение. При этом возникает УВ. При $\delta_p > 0$ критическое значение энергоподвода увеличивается по сравнению со стационарным случаем и, хотя поток тормозится, режим с УВ не реализуется.

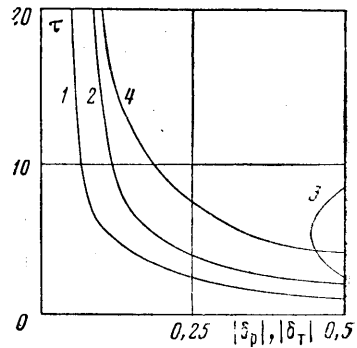
Увеличение интенсивности УВ в неравновесном случае (УВ движется вверх по потоку) по сравнению с равновесным обусловлено тем, что в неравновесном газе вследствие ускорения релаксации колебательной энергии молекул за фронтом УВ происходит дополнительное увеличение энергоподвода в поступательные степени свободы. В равновесном газе этот механизм отсутствует. Движение УВ вверх по потоку сопровождается резким увеличением давления и температуры газа, что в свою очередь приводит к уменьшению локального значения коэффициента усиления в области за УВ. Это иллюстрирует фиг. 3, на которой представлена зависимость $k_v(x')$ для этого режима в те же моменты времени, что и на фиг. 2 (цифры 1-6). Очевидно, что по мере продвижения УВ вверх по потоку будет уменьшаться и $\langle k_v \rangle$.

Подобные режимы реализуются и при распространении энтропийных возмущений в неравновесном газе. Это видно из распределений $\langle k_v \rangle(t')$, представленных для этого случая на фиг. 4 (параметры потока такие же, как и прежде). Здесь пунктирные и сплошные линии соответствуют возмущениям с $\delta_T > 0$ и $\delta_T < 0$, а цифры 1-4 — значениям $|\delta_T|$ и τ : 0,2 и 1; 0,2 и 2; 0,2 и 4; 0,5 и 2,5. Величина $\langle k_v \rangle$ изменяется на интервале длительности возмущения в зависимости от знака δ_T здесь так же, как и в случае акустических возмущений (при $\delta_T > 0 \langle k_v \rangle$ уменьшается, а при $\delta_T > 0$ — растет). Однако в отличие от предыдущего случая изменение $\langle k_v \rangle$ при одинаковом $|\delta_T|$ больше для возмущений с $\delta_T > 0$. Объясняется это тем, что в энтропийных возмущениях изменение плотности обратно пропорционально изменению температуры. Уменьшение T при прохождении возмущения с $\delta_T < 0$ сопровождается увеличением ρ . К увеличению ρ приводит также и выделение энергии из колебательных в поступательные степени свободы.

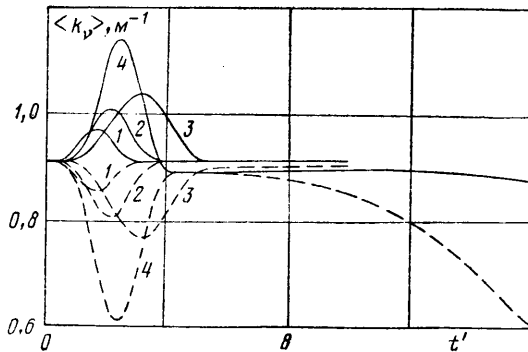
И хотя при этом несколько уменьшается константа скорости K_{001} релаксации верхнего состояния инверсного перехода $00^1 \rightarrow 10^0$ в CO_2 , в рассматриваемом диапазоне температур ($T_0 - |\delta_T|$, T_0) изменение плотности оказывает доминирующее влияние на скорость релаксационных



Фиг. 3



Фиг. 5



Фиг. 4

процессов в смеси $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{H}_2\text{O}$, величина которой возрастает по сравнению со стационарным потоком. Поэтому более интенсивное уменьшение заселенности верхнего состояния 00^01 в некоторой степени компенсирует увеличение k_v вследствие расселения нижнего состояния 10^00 при уменьшении температуры.

При распространении же возмущения с $\delta_T > 0$ плотность на интервале τ уменьшается, а константа скорости K_{001} увеличивается. Однако в этом температурном диапазоне ($T_0, T + |\delta_T|$) изменение K_{001} больше, чем в предыдущем случае ($\delta_T < 0$). Это связано с нелинейным характером зависимости K_{001} , которая в области высоких температур ($T \approx 300 \text{ K}$) близка к ландау-теллеровской [7]. Здесь увеличение K_{001} компенсирует изменение скорости релаксации колебательной энергии вследствие изменения плотности, а при больших δ_T даже превышает его. Поэтому при $\delta_T > 0$ изменение k_v определяется в основном увеличением заселенности состояния 10^00 , в то время как значение заселенности состояния 00^01 изменяется по сравнению со стационарным потоком слабее, чем при $\delta_T < 0$.

При определенной амплитуде и длительности возмущений УВ возникает как в случае $\delta_T > 0$, так и $\delta_T < 0$. При $\delta_T > 0$ образование УВ вызвано одновременным действием двух факторов: уменьшением числа Маха потока в области возмущения (как и в случае акустических возмущений с $\delta_p < 0$) и ускорением релаксационных процессов вследствие увеличения значения K_{001} . При $\delta_T < 0$ распространение возмущения сопровождается увеличением числа Маха и критическое значение энергоподвода растет. Здесь возникновение УВ обусловлено только ускорением релаксационных процессов вследствие увеличения плотности и выделения энергии из колебательных в поступательные степени свободы. Поэтому интенсивность УВ и в этом случае меньше, чем при $\delta_T > 0$.

В равновесном случае как при $\delta_T < 0$, так и при $\delta_T > 0$ возникновение

УВ при распространении возмущений с теми же $|\delta_T|$ и τ не происходит.

Как уже указывалось ранее, возникновение режима с УВ определяется при прочих равных условиях амплитудой и длительностью возмущения. На фиг. 5 для рассматриваемого случая течения смеси $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{H}_2\text{O}$ в переменных $|\delta_p|$, $|\delta_T|$ и τ представлены границы режимов с возникновением в потоке УВ при распространении акустических с $\delta_p < 0$ (1) и энтропийных с $\delta_T < 0$ (2) и $\delta_T > 0$ (3) возмущений в неравновесном газе и акустических возмущений с $\delta_p < 0$ (4) в равновесном газе с включенным источником внешнего энергоподвода.

Для акустических возмущений с $\delta_p < 0$ и энтропийных с $\delta_T > 0$ при стремлении τ к бесконечности (течение в этом случае можно рассматривать как квазистационарное при различных граничных условиях на входе в область энергоподвода) граница существования режимов с УВ имеет вертикальную асимптоту $\delta_p, \delta_T = \text{const}$. Объясняется это тем, что при больших τ для возмущений с $\delta_p < 0$ и $\delta_T > 0$ в область энергоподвода поступает газ с меньшим числом Маха (квазистационарный режим течения) и условия для перехода от сверхзвукового к дозвуковому течению, начиная с некоторого значения τ , не меняются.

Таким образом, проведенные расчеты показали, что в зависимости от амплитуды и длительности как акустических с $\delta_p < 0$, так и энтропийных с $\delta_T < 0$ и $\delta_T > 0$ возмущений, распространяющихся в неравновесных сверхзвуковых газовых потоках с подводом энергии в колебательные степени свободы молекул, в области энергоподвода могут возникать УВ, движущиеся вверх по потоку. Причем возникновение УВ в неравновесном газе происходит при меньших значениях амплитуды и длительности возмущения, чем в равновесных потоках с такой же величиной энерговыделения в поступательные степени свободы. Формирование нестационарной УВ в потоке инверсного газа приводит к резкому ухудшению усиливающих свойств инверсной среды даже после прохождения возмущением зоны энергоподвода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кириллов И. А., Русанов В. Д., Фридман А. А. Формирование ударных волн в потоке колебательно-неравновесного газа // Хим. физика. 1985. Т. 4. № 1. С. 132–136.
2. Осипов А. И., Уваров А. В. Распространение нелинейных гидродинамических возмущений в колебательно-неравновесном газе // Хим. физика. 1987. Т. 6. № 3.
3. Рухадзе А. А., Силаков В. П., Чеботарев А. В. Распространение нестационарных ударных волн в колебательно-возбужденном азоте // Краткие сообщ. по физике. 1983. № 6. С. 18–23.
4. Ветовский Г. В., Козлов Г. И. Распространение слабых ударных волн в колебательно-неравновесном газе // ЖТФ. 1986. Т. 56. № 8. С. 1536–1542.
5. Левин В. А., Негесов В. В., Туник Ю. В. Действие импульсного несамостоятельного разряда на течение релаксирующего газа // Квантовая электрон. 1985. Т. 12. № 3. С. 540–545.
6. Fortaine B., Forestier B., Gross P., Kudriavtsev E. M. Laser emissions from CO_2 vibrational transitions in a low temperature supersonic flow excited by a pulsed electron beam stabilized discharge // J. Physique Colloque C-9. 1980. V. 41. № 11.
7. Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Шелепин Л. А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. М.: Наука, 1980. 512 с.
8. Британ А. Б., Старик А. М. Исследование колебательно-неравновесного течения в клиновидном сопле смеси $\text{CO}_2 - \text{N}_2 - \text{O}_2 - \text{H}_2\text{O}$ // ПМТФ. 1980. № 4. С. 41–50.
9. Второва И. Е., Долинина В. И., Лобанов А. И. и др. Теоретическое исследование кинетики и энергетических характеристик электроионизационных лазеров // Тр. ФИАН им. П. М. Лебедева. 1980. Т. 116. С. 7–53.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
11. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
12. Кирмусов И. П., Старик А. М. Численное моделирование нестационарных процессов в движущихся неравновесных средах при генерации излучения // Неравновесные течения газа с физико-химическими превращениями. М.: Изд-во МГУ, 1989. С. 29–41.

Москва

Поступила в редакцию
19.XII.1988