

УДК 533.6.011:541.12

© 1990 г.

**БРЫКИНА И. Г., РУСАКОВ В. В., ЩЕРБАК В. Г.**

## **ПОДОБИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ И ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ХИМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ОКРЕСТНОСТИ ПЛОСКОСТИ СИММЕТРИИ**

Исследуется пространственное химически неравновесное обтекание затупленных тел в окрестности плоскости симметрии в рамках теории вязкого ударного слоя. Подобие пространственного и осесимметричного течений, установленное ранее в [1] для однородного газа, распространяется на течения химически неравновесного газа. Показано, что задачу определения тепловых потоков и напряжения трения в окрестности линии растекания можно свести к задаче определения этих величин на осесимметричном теле. Справедливость осесимметричной аналогии проверяется путем проведения численных расчетов для тел различной формы при движении их вдоль планирующей траектории входа в атмосферу Земли. Рассматриваются различные модели каталитической активности поверхности. Использование соотношений подобия позволяет применять имеющиеся программы для расчета осесимметричных течений к решению пространственных задач.

1. Рассмотрим стационарное пространственное обтекание затупленных тел потоком вязкого химически неравновесного газа с большой сверхзвуковой скоростью при изменении течения от режима «размазанного» слоя, когда вязкость существенна во всей области возмущенного течения, до режимов с явно выраженным пограничным слоем. Для этого воспользуемся моделью тонкого вязкого ударного слоя [2], которая является асимптотической формой уравнений Навье — Стокса при больших числах Маха, Рейнольдса и отношения плотностей за и до ударной волны, что характерно для основной части планирующей траектории входа. В этой модели учитываются члены уравнений пограничного слоя и невязкого ударного слоя в гиперзвуковом приближении.

Пусть  $z=f(x, y)$  — уравнение поверхности тела в декартовой системе координат, вектор скорости набегающего потока  $V_\infty$  совпадает по направлению с осью  $z$ , начало координат помещено в точку торможения потока. Выберем систему криволинейных неортогональных координат, нормально связанную с обтекаемой поверхностью: одна из координат — расстояние по нормали к поверхности, а две другие — декартовы координаты  $x$  и  $y$  точки пересечения этой нормали с поверхностью. Уравнения пространственного вязкого ударного слоя в этой системе координат приведены в [3]. Течение в окрестности плоскости симметрии ( $y=0$ ) будем исследовать на основе этих уравнений с учетом неравновесных химических реакций и многокомпонентной диффузии, термо- и бародиффузия не учитываются.

При описании химических реакций предполагается наличие в возмущенной области течения пяти компонентов:  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $N$ ,  $O$ ,  $NO$ , между которыми протекают реакции диссоциации, рекомбинации и обменные. Система реакций, константы скоростей реакций и коэффициенты переноса совпадают с используемыми в [3]. Предполагается, что внутренние степени свободы возбуждены равновесно.

При задании граничных условий на поверхности непроницаемого тела, предполагаемой равновесно излучающей, учитываются эффекты каталитической рекомбинации атомов на стенке, а также скольжение и темпе-

ратурный скачок неравновесной многокомпонентной газовой смеси, для которых используются выражения из [4, 5].

При задании граничных условий на ударной волне задаются обобщенные соотношения Рэнкина — Гюгонио, учитывающие эффекты молекулярного переноса с допущением заморозки химических реакций в переднем фронте ударной волны [6, 7].

2. Для течений однородного вязкого газа в окрестности плоскости симметрии затупленных тел было установлено, что задачу определения тепловых потоков и напряжения трения на поверхности пространственного тела можно свести к задаче определения этих величин на поверхности осесимметричного тела [1]. Методом последовательных приближений [8] было получено приближенное аналитическое решение уравнений тонкого вязкого ударного слоя в однородном газе в окрестности плоскости симметрии затупленного тела с заданной температурой поверхности. На основе теоретического анализа этого решения показано, что тепловой поток в данной точке (с координатой  $x$ ) на линии растекания пространственного тела можно определить по формуле

$$q(\text{Re}_\infty, x) = q^\circ(\text{Re}_\infty^*, x), \quad \text{Re}_\infty^* = \text{Re}_\infty H^\circ / H \quad (2.1)$$

$$H = \frac{1}{2\sqrt{g}} \left( \frac{1}{g} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right), \quad g = 1 + \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2$$

Здесь  $q^\circ$  — тепловой поток в соответствующей точке осесимметричного тела, образованного вращением линии растекания вокруг оси  $z$ , определяемый из системы уравнений, в которой постоянное число Рейнольдса  $\text{Re}_\infty$ , вычисленное по параметрам набегающего потока, заменяется на  $\text{Re}_\infty^*$ , зависящее от  $x$ ;  $H$  — средняя кривизна поверхности в данной точке, равная полусумме главных кривизн;  $H^\circ$  — средняя кривизна поверхности соответствующего осесимметричного тела в рассматриваемой точке.

Подобие пространственного и осесимметричного течений, выраженное соотношением (2.1), оказывается справедливым и для химически неравновесных течений не только при постоянной, но и при равновесной температуре поверхности и для различных моделей протекания гетерогенных реакций на поверхности.

Следует отметить, что для химически неравновесного газа для расчета тепловых потоков наряду с (2.1) можно использовать соотношение

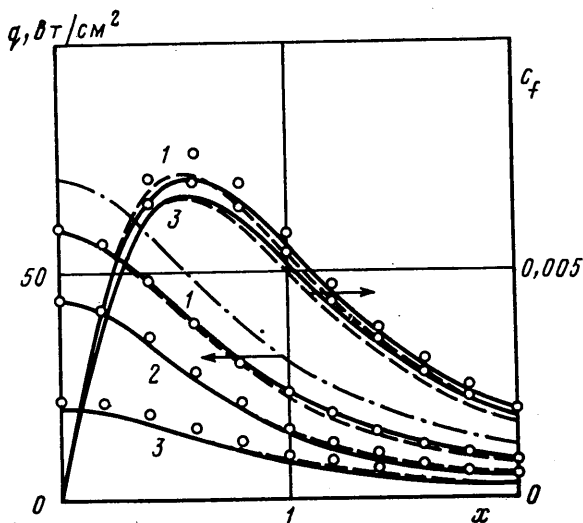
$$q(R, x) = q^\circ(R^*, x), \quad R^* = RH^\circ / H \quad (2.2)$$

где при определении  $q^\circ$  в качестве характерного линейного размера вместо постоянной величины  $R$  используется эффективный радиус  $R^*$ . Для однородного газа соотношения (2.1) и (2.2) эквивалентны, поскольку  $R$  входит в уравнения только через число  $\text{Re}_\infty$ , в то время как при наличии химических реакций  $R$  входит также и в источникные члены в уравнениях диффузии, вследствие чего (2.1) и (2.2) утрачивают эквивалентность. Соотношение (2.2) дает несколько большую точность в окрестности линии торможения, а (2.1) — вдали от нее. В целом же, как показывают результаты численных расчетов, различие в решениях, полученных по этим формулам, не превосходит нескольких процентов.

Для режимов течения с большими числами Рейнольдса, когда тепловой поток для однородного газа убывает пропорционально  $1/\sqrt{\text{Re}}$ , осесимметричная аналогия (2.1) упрощается

$$q(x) = \sqrt{H/H^\circ} q^\circ(x) \quad (2.3)$$

Здесь тепловой поток  $q^\circ(x)$  определяется на осесимметричном теле при том же значении  $\text{Re}_\infty$ , что и  $q(x)$ . Для определения тепловых потоков в однородном газе уже при  $\text{Re}_\infty \geq 10^3$  вместо соотношения (2.1) можно пользоваться более простым соотношением (2.3), не требующим использова-



Фиг. 1

ния при расчетах переменных чисел Рейнольдса. Область применимости соотношения (2.3) для химически неравновесного газа существенно зависит от каталитических свойств поверхности и оценивается ниже.

Анализ численных результатов показывает, что осесимметричная аналогия при исследовании химически неравновесных течений имеет место и для коэффициента трения независимо от характера протекания гетерогенных реакций на поверхности

$$c_f(\text{Re}_\infty, x) = c_f^\circ(\text{Re}_\infty^*, x), \quad \text{Re}_\infty^* = \text{Re}_\infty H^\circ / H \quad (2.4)$$

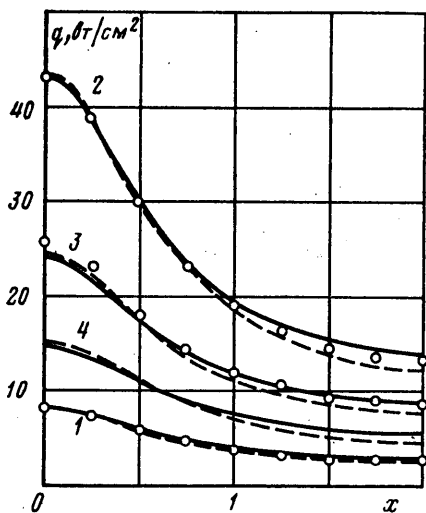
или при больших числах Рейнольдса

$$c_f(x) = \sqrt{H/H^\circ} c_f^\circ(x) \quad (2.5)$$

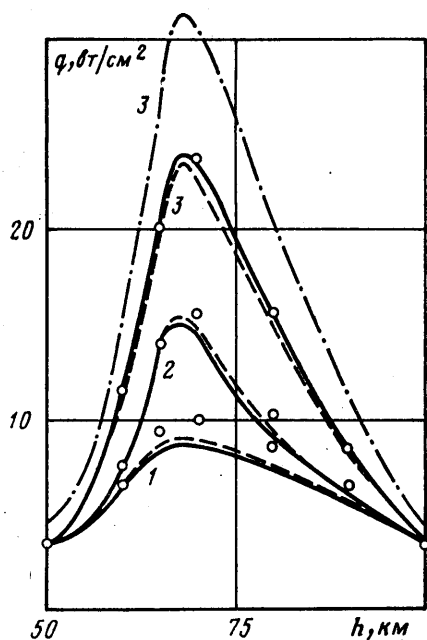
3. Для проверки справедливости приведенных выше соотношений подобия проводилось численное решение системы уравнений пространственного вязкого ударного слоя в окрестности плоскости симметрии, а также системы уравнений, описывающей осесимметричное течение. Применялся метод численного решения, аналогичный предложенному в [3]. Использовалась схема [9], имеющая 4-й порядок точности аппроксимации по поперечной координате. Продольные градиенты давления рассчитывались по формуле Ньютона. На высотах  $h \leq 75$  км сетка сгущалась в области ударной волны и около тела.

Решение задачи, полученное с помощью соотношений (2.1)–(2.5), сравнивалось с точным численным решением для эллиптических параболоидов, двуполостных гиперболоидов и трехосных эллипсоидов, обтекаемых под нулевым углом атаки. Условия в набегающем потоке соответствовали траектории входа в атмосферу Земли [10] на высотах от 100 до 50 км (фиг. 5), которая предполагалась изотермической ( $T_\infty = 200$  К) с распределением плотности по высоте  $\rho_\infty = 1,225 \cdot 10^{-3} \exp(-0,142h)$  г/см<sup>3</sup>.

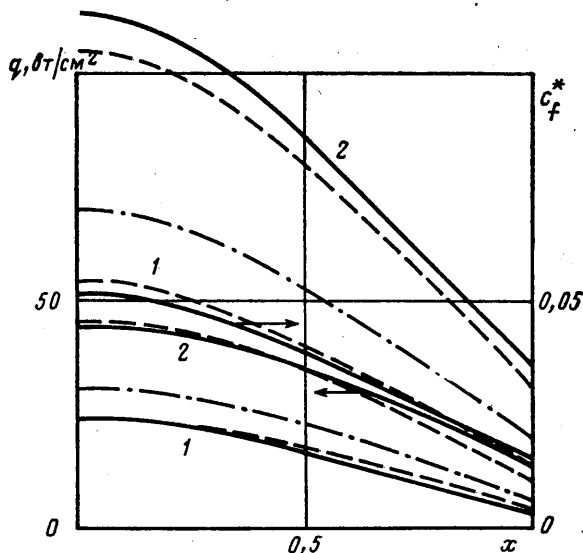
Были рассмотрены три различные модели каталитической активности поверхности: идеальнокаталитическая поверхность (модель 1); на поверхности протекают гетерогенные реакции первого порядка с константами скоростей, зависящими от температуры [11] (модель 2); некаталитическая поверхность (модель 3). Некоторые результаты сравнения приближенных и точных решений приведены на фиг. 1–6 (коэффициент черноты поверхности полагался равным 0,85, коэффициент аккомодации — 1, радиус кривизны поверхности в точке торможения в плоскости симметрии — 0,7 м).



Фиг. 2



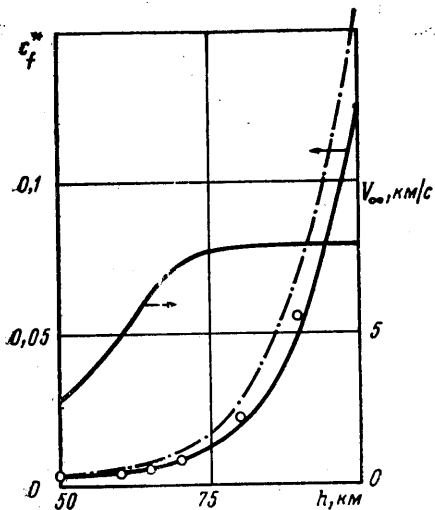
Фиг. 4



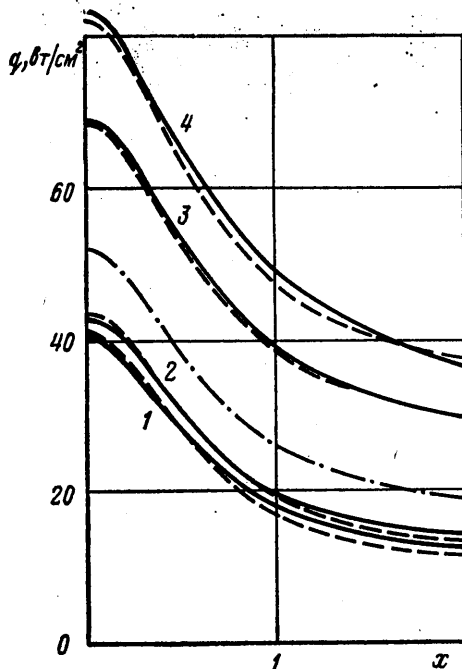
Фиг. 3

На фиг. 1–3 показаны распределения теплового потока и коэффициента трения вдоль поверхности различных тел: сплошные линии — точное решение, штриховые — расчет с помощью соотношений (2.2), (2.4), точки — расчет с помощью упрощенных формул (2.3), (2.5).

На фиг. 1 приведены распределения  $q$  и  $c_f$  вдоль линии растекания эллиптического параболоида  $z = (x^2 + 0,4y^2)/2$ , соответствующие высоте  $h = 70$  км, для различных моделей каталитической активности поверхности (кривые 1–3 соответствуют моделям 1–3). Каталитические свойства поверхности оказывают значительное влияние на величину теплового потока, особенно в окрестности линии торможения, и слабо влияют на распределение коэффициента трения. Результаты расчета  $q$  с помощью соотношений (2.2) практически совпадают с точным решением независимо от



Фиг. 5



Фиг. 6

каталитических свойств поверхности; применение упрощенной формулы (2.3) дает хорошие результаты для моделей 1 и 2 и некоторую погрешность для модели 3.

На фиг. 2 представлены распределения тепловых потоков вдоль поверхности двуполостного гиперboloида с углом полураствора  $40^\circ$  в плоскости  $y=0$  и отношением главных кривизн в точке торможения  $k=0,4$  на высотах  $h=50, 70, 80, 90$  км — кривые 1–4 (соответствующие числа  $Re_\infty = 1,44 \cdot 10^3; 2,22 \cdot 10^4; 5,77 \cdot 10^3; 1,41 \cdot 10^3$ ). Гетерогенные реакции на поверхности протекают по модели 2.

Фигура 3 иллюстрирует распределение  $q$  и  $c_f^* = c_f/x$  вдоль поверхности эллипсоидов с соотношением квадратов полуосей 1:0,4:0,5 (кривые 1) и 1:2,5:0,5 (кривые 2) на высоте  $h=80$  км для модели каталитичности 2.

На фиг. 4, 5 показано, как изменяется величина теплового потока и коэффициента трения на боковой поверхности в точке  $x=1$  эллиптического параболоида ( $k=0,4$ ) в зависимости от высоты полета  $h$  для различных моделей каталитических свойств поверхности. Поскольку напряжение трения очень слабо зависит от каталитичности стенки, зависимость  $c_f^*$  от  $h$  приведена только для идеально-каталитической поверхности. Кривым 1–3 соответствуют модели 3–1.

Следует отметить, что для оценки тепловых потоков на линии растекания затупленных тел иногда используется осесимметричное решение для тела, образованного вращением линии растекания вокруг оси, параллельной направлению набегающего потока (см., например, [12, 13]), без учета реальной поперечной кривизны поверхности. Для сравнения такие осесимметричные решения (штрихпунктирные линии) приведены на фиг. 1, 3, 4, 5. На фиг. 6 представлены результаты сравнения трех решений: точного (сплошные линии); полученного с помощью формулы (2.3) (штриховая); осесимметричного (штрихпунктир) для распределений  $q$  вдоль поверхности различных двуполостных гиперboloидов с  $k=0,25; 0,4; 2,5; 4$  кривые 1–4 (каталитические свойства стенки соответствуют модели 2,  $h=70$  км). Осесимметричное решение для всех тел одно и то же. Видно, что использование обычных осесимметричных решений без

поправок, связанных с кривизной поверхности, в отличие от предложенных в данной работе может давать большие ошибки — занижать или завышать тепловые потоки почти в 2 раза.

Результаты проведенного сравнения демонстрируют высокую точность установленных соотношений подобия, позволяющих расчет теплового потока в окрестности плоскости симметрии свести к расчету теплового потока к поверхности осесимметричного тела во всем диапазоне высот для исследованных тел и моделей каталитической активности поверхностей.

Анализ полученных результатов показал также, что область применимости более простого соотношения (2.3), не требующего использования при расчетах переменных чисел  $Re^*$ , существенно зависит от каталитических свойств поверхности. Для определения тепловых потоков к некаталитической поверхности формулу (2.3) можно использовать на высотах до 65–70 км, для поверхности с каталитическими свойствами, описываемыми моделью 2, — на высотах ниже 75–80 км, а для идеальной каталитической поверхности формулой (2.3) можно пользоваться вплоть до высоты 90 км.

Отметим, что в отличие от осесимметричной аналогии, используемой в теории пограничного слоя [14], настоящая аналогия, во-первых, значительно проще, во-вторых, не требует знания параметров на внешней границе пограничного слоя (т. е. расчета вязкого течения), поскольку здесь необходимо только знание средней кривизны поверхности, и, в-третьих, применима не только при больших, но и при умеренных и малых числах Рейнольдса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Брыкина И. Г., Русаков В. В. Одномерные и двумерные аналогии для пространственных вязких течений в окрестности плоскости симметрии затупленных тел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 1. С. 117–122.
2. Гершбейн Э. А. К теории пространственного обтекания затупленных тел гиперзвуковым потоком вязкого газа при наличии вдува // Некоторые вопросы механики сплошной среды. М., 1978. С. 144–156.
3. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Исследование пространственного обтекания тел с каталитической поверхностью при их движении по траектории входа в атмосферу Земли // Космич. исслед. 1985. Т. 23. № 3. С. 416–425.
4. Scott C. D. Reacting shock layers with slip and catalytic boundary conditions // AIAA Journal. 1975. V. 13. № 10. P. 1271–1278.
5. Щербак В. Г. Численное исследование структуры неравновесного течения около затупленных тел при гиперзвуковом пространственном обтекании // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 5. С. 143–150.
6. Залогин Г. Н., Лунев В. В. О модели вязкого неравновесного ударного слоя с тонкой ударной волной // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 5. С. 175–178.
7. Щербак В. Г. О граничных условиях на ударной волне при сверхзвуковом обтекании // ПМТФ. 1989. № 1. С. 49–56.
8. Брыкина И. Г. Интегрирование уравнений гиперзвукового вязкого ударного слоя методом последовательных приближений // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1978. Т. 18. № 1. С. 154–166.
9. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964. С. 304–325.
10. Masek R. V., Hender D., Forney J. A. Evaluation of aerodynamic uncertainties for space shuttle // AIAA Pap. 1973. № 73–737. 14 p.
11. Scott C. D. Catalytic recombination of nitrogen and oxygen on high-temperature reusable surface insulation // AIAA Pap. 1980. № 80–1477. 9 p.
12. Zoby E. V. Approximate heating analysis for the windward symmetry plane of shuttle-like bodies at large angle of attack // Progress in Astronautics and Aeronautics. V. 82. Thermophysics of Atmospheric Entry. N. Y., 1982. P. 229–247.
13. Gupta R. N., Moss J. N., Simmonds A. L. et al. Space shuttle heating analysis with variation in angle of attack and catalycity // J. Spacecraft and Rockets. 1984. V. 21. № 2. P. 217–219.
14. Cooke J. C. An axially symmetric analogue for general three-dimensional boundary layers // Aeronaut. Res. Council. Repts and Mem. 1961. № 3200. 12 p.