

УДК 532.593:539.3

© 1990 г.

БУКАТОВ А. Е., ЖАРКОВ В. В.

**ТРЕХМЕРНЫЕ ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ  
ПРИ ДВИЖЕНИИ НАГРУЗКИ ПО ПОВЕРХНОСТИ ПЛАВАЮЩЕЙ  
УПРУГОЙ ПЛАСТИНКИ**

На двухслойной модели жидкости конечной глубины изучается влияние тонкой упругой плавающей пластинки на трехмерные внутренние волны в ближней зоне движущейся области постоянных давлений. Проведен анализ зависимости пространственных распределений амплитуд волновых возмущений, обусловленных внутренними волнами на границе пластинка — жидкость и на поверхности скачка плотности, от скорости перемещения области давлений и характеристик пластинки. Асимптотический анализ влияния плавающей упругой пластинки на волновые возмущения двухслойной жидкости выполнен в [1] при движении плоского фронта давлений в [2] при движении сосредоточенной нагрузки.

1. Пусть на поверхности двухслойной идеальной несжимаемой жидкости, заполняющей неограниченный бассейн постоянной глубины  $H$ , плавает тонкая упругая изотропная пластинка. Верхний слой жидкости имеет толщину  $H_1$  и плотность  $\rho_1$ , а нижний — толщину  $H_2$  и плотность  $\rho_2$ . Начиная с момента времени  $t=0$ , на пластинке с постоянной скоростью  $v$  перемещается область давлений

$$p = p_0 f(x_1, y), \quad x_1 = x + vt \tag{1.1}$$

Рассмотрим возбуждаемые при этом изгибные колебания пластинки и волновые возмущения жидкости в ближней зоне области давлений, считая движение жидкости потенциальным, а ее возмущения и прогиб пластинки малыми. Потенциалы скорости  $\varphi_1$  в верхнем и  $\varphi_2$  в нижнем слоях определим из уравнений Лапласа с граничными и начальными условиями

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_1 = 0, \quad 0 < z < H_1; \quad \Delta \varphi_2 = 0, \quad -H_2 < z < 0 \\ F \zeta_1 + g^{-1} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = -p_1 f(x_1, y), \quad z = H_1 \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varphi_2 - \varepsilon_0 \varphi_1) + g \varepsilon \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z} (\varphi_2 - \varphi_1) = 0, \quad z = 0 \end{aligned} \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = 0, \quad z = -H_2; \quad \varphi_{1,2} = \zeta_{1,2} = 0, \quad t = 0$$

$$F = D \nabla^4 + \kappa \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 1, \quad \varepsilon_0 = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad \varepsilon = 1 - \varepsilon_0$$

$$D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)\rho_1 g}, \quad \kappa = \frac{\rho h}{\rho_1 g}, \quad p_1 = \frac{p_0}{\rho_1 g}, \quad \nabla^4 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2$$

Здесь  $E$ ,  $h$ ,  $\rho$ ,  $\nu$  — модуль нормальной упругости, толщина, плотность и коэффициент Пуассона пластинки, а ее прогиб  $\zeta_1$  и возвышение поверхности раздела слоев  $\zeta_2$  связаны с  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  кинематическими соотношениями

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial z}, \quad z = H_1; \quad \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial z}, \quad z = 0 \tag{1.3}$$

Переходя к системе координат  $x_1, y, z$ , связанной с движущейся областью, и применяя комплексное преобразование Фурье по горизонтальным координатам  $x_1, y$  и преобразование Лапласа по времени  $t$ , при осесимметричном распределении давлений из (1.1)–(1.3) после замены  $x_1 = R \cos \gamma, y = R \sin \gamma, R = (x^2 + y^2)^{1/2}$  получим

$$\zeta_j = J_{j1} - J_{j2}, \quad j=1, 2 \quad (1.4)$$

$$J_{jk} = \frac{p_1}{8\pi^2} \int_0^\infty f_{jk}(r) J_k(r, R, \gamma) dr, \quad J_k = \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} \Psi_k(r, \theta) e^{i\lambda} d\theta$$

$$\Psi_k = \frac{2}{\Delta_{1k}\Delta_{2k}} - \frac{1}{\tau_k \Delta_{1k}} e^{-i\Delta_{1k}t} + \frac{1}{\tau_k \Delta_{2k}} e^{-i\Delta_{2k}t}$$

$$\Delta_{1k} = rv \cos \theta + (-1)^k \tau_k, \quad \tau_k = (rg\mu_k)^{1/2}, \quad f_{jk}(r) = rf^*(r) M_{jk}(r)$$

$$\mu_k = (2a)^{-1} [b - (-1)^k b_0], \quad b_0 = (b^2 - 4ac)^{1/2}, \quad M_{jk} = rgq_{jk} b_0^{-1}$$

$$a = 1 + \varepsilon_0 \operatorname{th} rH_1 \operatorname{th} rH_2 + \kappa a_1 rg, \quad a_1 = \operatorname{th} rH_1 + \varepsilon_0 \operatorname{th} rH_2$$

$$b = a_1 D_1 + \varepsilon (1 + \kappa rg \operatorname{th} rH_1) \operatorname{th} rH_2, \quad D_1 = 1 + Dr^4$$

$$c = \varepsilon D_1 \operatorname{th} rH_1 \operatorname{th} rH_2, \quad g_{1k} = \mu_k a_1, \quad q_{2k} = \mu_k \varepsilon_0 \operatorname{th} rH_2 \operatorname{ch}^{-1} rH_1$$

$$r = (m^2 + n^2)^{1/2}, \quad m = r \cos \theta, \quad n = r \sin \theta, \quad \lambda = rR \cos(\theta - \gamma)$$

Здесь  $f^*(r)$  — трансформанта Фурье-функции  $f(R)$ . В (1.4) интегралы  $J_{j1}$  представляют изгибные колебания пластинки ( $j=1$ ) и возмущения границы скачка плотности ( $j=2$ ) за счет поверхностных волн, характеристики которых под влиянием неоднородности жидкости [2] изменяются не более чем на  $\varepsilon$ . Поэтому рассмотрим только интегралы  $J_{j2}$ , представляющие возмущения, обусловленные внутренними волнами. В  $J_2$  при  $r \geq 0$  функция  $\Psi_2(r, \theta)$  не имеет особенностей на пути интегрирования по  $\theta$ . Следовательно, исходный путь интегрирования вдоль действительной оси от  $\theta = -\pi/2$  до  $\theta = 3\pi/2$  можно деформировать в путь  $L_0$ , обходящий в комплексной плоскости корни  $\theta_{1,2} = \mp \arccos \tau_0, \tau_0 = \tau_2/(rv)$  уравнения  $\Delta_{12} = 0$  по малым полуокружностям, на которых  $\operatorname{Re}(i\Delta_{12}) > 0$ , а корни  $\theta_{3,4} = \pi \mp \arccos \tau_0$  уравнения  $\Delta_{22} = 0$  — по полуокружностям, где  $\operatorname{Re}(i\Delta_{22}) > 0$ . Перепишем теперь  $J_2$  в виде

$$J_2 = J_0 - J_{01} - J_{02}, \quad J_0 = \int_{L_0} \Phi_0(r, \theta) d\theta, \quad J_{0l} = \int_{L_{0l}} \Phi_{0l}(r, \theta) d\theta$$

$$\Phi_0 = \frac{2}{\Delta_{12}\Delta_{22}} \exp(i\lambda), \quad \Phi_{0l} = \frac{1}{\tau_2 \Delta_{12}} \exp[i(\lambda - \Delta_{12}t)]$$

где  $L_{01}$  обходит только точки  $\theta_{1,2}$ , а  $L_{02}$  — точки  $\theta_{3,4}$ . Так как  $\lim_{t \rightarrow \infty} J_{0l} = 0$

при любом  $R$ , то для исследования установившихся внутренних волн ограничимся рассмотрением интеграла

$$\zeta_{j2} = \frac{p_1}{8\pi^2} \int_0^\infty f_{j2} J_0 dr$$

2. Пусть  $v < c_0$

$$c_0 = C \left[ \frac{1}{2} (1 - \sqrt{1 - 4\varepsilon H_1 H_2 / H^2}) \right]^{1/2} = C \sqrt{\varepsilon H_1 H_2 / H^2} + O(\varepsilon^2), \quad C = \sqrt{gH}$$

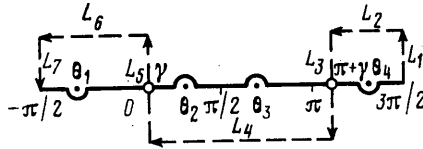
Представим  $\zeta_{j2}$  так

$$\zeta_{j2} = \frac{p_1}{8\pi^2} (\eta_{j1} + \eta_{j2}), \quad \eta_{j1} = \int_0^{r_1} f_{j2}(r) J_0(r) dr, \quad \eta_{j2} = \int_{r_1}^\infty f_{j2}(r) J_0(r) dr$$

где  $r_1$  — единственный положительный корень уравнения  $rv - \tau_2(r) = 0$ .

При  $0 \leq r < r_1$  путь интегрирования по  $\theta$  в  $J_0$  совпадает с отрезком действительной оси от  $-\pi/2$  до  $3\pi/2$ . Кроме того, подынтегральное выражение в  $\eta_{j1}$  не имеет особенностей и по  $r$ , за исключением интегрируемой в конечной точке  $r=r_1$ . Следовательно,  $\eta_{j1}$  можно определить численно.

Для  $r_1 < r < \infty$  в  $J_0$  путь  $L_0$  обходит точки  $\theta=\theta_{1,4}$  в нижней, а  $\theta=\theta_{3,4}$  —



Фиг. 1

в верхней полуплоскостях. При этом

$$-\pi/2 < \theta_1 \leq 0, \quad 0 \leq \theta_2 < \pi/2, \quad \pi/2 < \theta_3 \leq \pi, \quad \pi \leq \theta_4 < 3\pi/2$$

Представим  $\eta_{j2}$  в виде

$$\eta_{j2} = \eta_{j2}^* - \eta_{j2}^0, \quad \eta_{j2}^* = \int_{r_1}^{\infty} f_{j2}(r) \int_{L^*} \Phi_0(r, \theta) d\theta dr \quad (2.1)$$

$$\eta_{j2}^0 = \sum_{k=1}^7 J_{jk}, \quad J_{jk} = \int_{r_1}^{\infty} f_{j2}(r) \int_{L_k} \Phi_0(r, \theta) d\theta dr$$

где  $L^*$  — замкнутый контур, образованный  $L_0$  и контурами  $L_k$ , на которых  $\operatorname{Re}(i\lambda) \leq 0$ . Выбор  $L^*$  зависит от величины угла  $\gamma$ . Для  $0 \leq \gamma < \theta_2$  контур  $L^*$  приведен на фиг. 1, где  $L_0$  характеризуется сплошной линией, а  $L_k$  — штриховой. Если здесь  $L_3$  поместить справа от  $\theta_4$ , а  $L_5$  между  $\theta_2$  и  $\pi/2$ , то получим один из возможных видов  $L^*$  для углов  $\theta_2 \leq \gamma \leq \theta_3$ . В случае  $\theta_3 < \gamma \leq \pi$  горизонтальный путь  $L_4$  находится в верхней полуплоскости, а  $L_k$  при  $k=1, 2, 6, 7$  — в нижней. Вертикальные пути  $L_3$  и  $L_5$  проходят при этом через точки на интервалах  $(\theta_1, \theta_2)$  и  $(\theta_3, \theta_4)$  соответственно. После применения теоремы Коши из (2.1) получим

$$\eta_{j2}^* = -2\pi (J_{j1} + J_{j2}) \quad (2.2)$$

$$I_{jk} = \int_{r_k}^{\infty} \Phi_k^j(r) dr, \quad 0 \leq \gamma < \frac{\pi}{2} \quad (k=1, 2)$$

$$I_{j1} = \int_{r_1}^{r_1^*} \Phi_1^j(r) dr, \quad I_{j2} = 0, \quad \frac{\pi}{2} < \gamma < \pi$$

$$\Phi_{1,2}^j = \frac{f_{j2}(r)}{\tau_2 \tau_2^*} \sin \left[ \frac{R}{v} (\tau_2 \cos \gamma \mp \tau_2^* \sin \gamma) \right], \quad \tau_2^* = [ (vr)^2 - \tau_2^2 ]^{1/2}$$

где  $r_1^*$  — корень уравнения  $\gamma = \theta_3(r)$ , а  $r_2$  — уравнения  $\gamma = \theta_2(r)$ . Функции  $\Phi_{1,2}^j$  не имеют особенностей по  $r$ , кроме интегрируемой в точке  $r=r_1$ .

Из условия  $\operatorname{Re}(i\lambda) < 0$  следует, что  $J_{j2} = J_{j4} = J_{j6} = 0$ . Так как  $\Phi_0(r, \theta) = \Phi_0(r, \theta + 2\pi)$ , а  $L_{j1}$  и  $L_{j7}$  противоположно направлены, то  $J_{j1} + J_{j7} = 0$ .

После замены  $\omega = i[(\pi + \gamma) - \theta]$  в  $J_{j3}$  и  $\omega = i(\theta - \gamma)$  в  $J_{j5}$  найдем

$$J_{j3} + J_{j5} = - \int_{r_1}^{\infty} (\tau_2 v)^{-1} f_{j2}(r) (u_1 + u_2) dr$$

$$u_n = 2(-1)^n \int_0^\infty \frac{\sin(rR \operatorname{ch} \omega) [\operatorname{ch} \omega \cos \gamma + (-1)^n \tau_0]}{[\operatorname{ch} \omega \cos \gamma + (-1)^n \tau_0]^2 + (\operatorname{sh} \omega \sin \gamma)^2} d\omega$$

Подстановкой  $u = \operatorname{ch} \omega$  выражение  $u_n$  сводится к виду

$$u_n = 2(-1)^n \int_1^\infty \frac{u_0 \sin(rRu)}{[u_0^2 + (u^2 - 1) \sin^2 \gamma] (u^2 - 1)^{1/2}} du, \quad u_0 = u \cos \gamma + (-1)^n \tau_0$$

Так как

$$u_0^2 + (u_2 - 1) \sin^2 \gamma = [u + (-1)^n \tau_0 \cos \gamma]^2 - (1 - \tau_0^2) \sin^2 \gamma$$

то

$$u_1 + u_2 = (1 - \tau_0^2)^{-1/2} \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (-1)^{m+n+1} \sin Q_{mn} \int_1^\infty \Phi^* du$$

$$\Phi^* = \sin(rRu) (u^2 - 1)^{-1/2} (u - \cos Q_{mn})^{-1}$$

$$Q_{mn} = \gamma + (-1)^{m+n} \arccos \tau_0 + [1 + (-1)^n] \frac{\pi}{2}$$

Заменяя здесь  $(u^2 - 1)^{1/2}$  в малой  $\varepsilon$ -окрестности нижнего предела на  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{u-1}$ , методом интегрирования по частям найдем

$$\sin Q_{mn} \int_1^{u_0^*} \Phi^* du = [2(1 + \cos Q_{mn})]^{1/2} A(r, \varepsilon) + O(\varepsilon)$$

$$A = (A_1 - A_2) \operatorname{sign} A_3, \quad A_1 = \sin[rR(1 + \varepsilon)] \operatorname{arctg} [\varepsilon / (1 - \cos Q_{mn})]^{1/2}$$

$$A_2 = rR \int_1^{u_0^*} \cos(rRu) \operatorname{arctg} [(u-1) / (1 - \cos Q_{mn})]^{1/2} du$$

$$A_3 = (-1)^n (1 - \tau_0^2)^{1/2} \cos \gamma + (-1)^m \tau_0 \sin \gamma, \quad u_0^* = 1 + \varepsilon$$

Интегралы  $A_2$  и  $A_0$ , а следовательно, и  $I_{j3}$ , где

$$A_0 = \int_{u_0^*}^\infty \Phi^* du, \quad I_{j3} = J_{j3} + J_{j5}$$

можно считать численно.

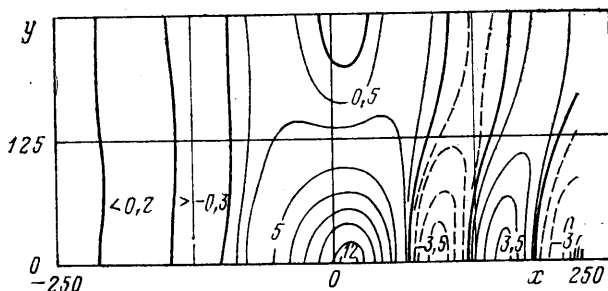
Пусть  $v > c_0$ . Тогда  $\tau_2 \neq rv$  и

$$\zeta_{j2} = \frac{p_1}{8\pi^2} \eta_{j2}, \quad \eta_{j2} = \int_0^\infty f_{j2}(r) J_0(r) dr$$

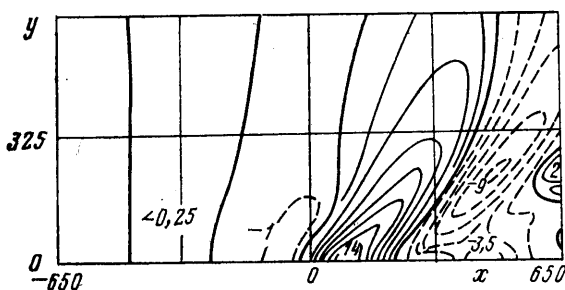
Записав  $\eta_{j2}$  в виде (2.1) с нулевым нижним пределом интегрирования по  $r$  и применив теорему Коши для  $\eta_{j2}^*$ , найдем (2.2) где

$$I_{j1} = \begin{cases} \int_0^\infty \Phi_1^j(r) dr, & 0 \leq \gamma < \frac{\pi}{2} \\ \int_0^{r_1^*} \Phi_1^j(r) dr, & \frac{\pi}{2} < \gamma < \pi - \theta^* \\ 0, & \pi - 0^* \leq \gamma \leq \pi, \end{cases} \quad I_{j2} = \begin{cases} \int_0^\infty \Phi_2^j(r) dr, & 0 \leq \gamma \leq 0^* \\ \int_{r_2}^\infty \Phi_2^j(r) dr, & \theta^* < \gamma < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < \gamma \leq \pi \end{cases}$$

$$\theta^* = \arccos(c_0/v)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

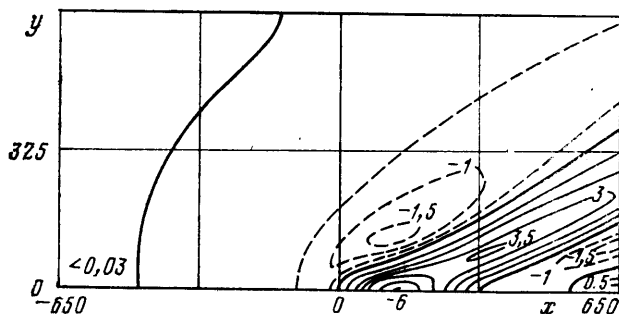
Уравнения для определения  $r_1^*$ ,  $r_2$  и выражение  $I_{j3}$ , такие же, как и при  $v < c_0$ .

Таким образом, при заданной скорости перемещения области давлений задача определения трехмерных возмущений  $\xi_{12}$ , вносимых внутренними волнами в изгибные деформации плавающей пластинки, и  $\xi_{22}$ , характеризующих вклад внутренних волн в формирование поверхности раздела слоев, сведена к численному интегрированию. При  $v < c_0$  она заключается в вычислении интегралов  $\eta_{j1}$ ,  $I_{jk}$ , а для  $v > c_0$  интегралов  $I_{jk}$ , где  $j=1, 2, k=1, 2, 3$ .

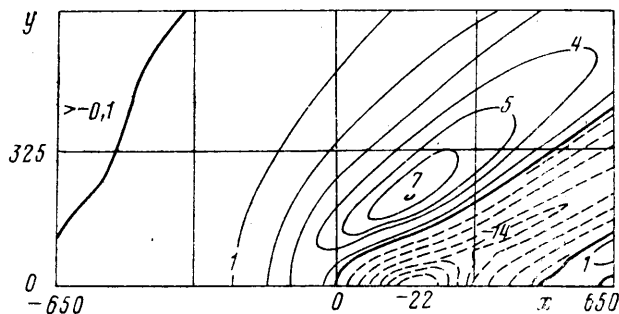
Если в полученных выражениях положить  $D_1=1+Dr^k-(\rho_1g)^{-1}Qr^2$ , то они будут характеризовать возмущения, образующиеся при движении области давлений по равномерно сжатой пластинке. Здесь  $Q$  — величина сжимающего усилия.

3. Численный анализ возмущений проводился для ледяной пластинки [3–5] в случае сосредоточенных давлений типа  $\delta$ -функции  $f(x_1, y) = \delta\left(\frac{x_1}{H}\right)\delta\left(\frac{y}{H}\right)$  при значениях  $\epsilon=10^{-2}$ ,  $H_1=45$ ,  $H=10^3$  м,  $\rho_1=10^3$  кг·м<sup>-3</sup>,  $p_0=10^2/(2\pi)$  Па,  $E=3 \cdot 10^9$  н·м<sup>2</sup>,  $\rho=870$  кг·м<sup>-3</sup>,  $Q=0$ ,  $\mu=0,34$ . Толщина льда  $h$  полагалась равной 0, 1, 2, 3, 5 м. Давления перемещались со скоростью  $10^{-2}C$ ,  $1,8 \cdot 10^{-2}C$ ,  $3 \cdot 10^{-2}C$ . При этом  $c_0 \approx 2,1 \cdot 10^{-2}C$ . На фиг. 2–5 приведены иллюстрации топографий трехмерных возмущений, обусловленных внутренними волнами на поверхности скачка плотности (фиг. 2–4) и их проявлениями на поверхности бассейна (фиг. 5) при  $h=2$  м для  $v=10^{-2}C$  (фиг. 2),  $v=1,8 \cdot 10^{-2}C$  (фиг. 3),  $v=3 \cdot 10^{-2}C$  (фиг. 4, 5). В силу симметрии возмущений относительно трассы перемещения давлений топографии на фигурах приведены только для  $y > 0$ . Стрелкой указано направление перемещения давлений. Штриховыми кривыми изображены изолинии на впадинах, а сплошными — на поднятиях. Шкала делений по координатным осям дана в метрах, а отклонения изолиний от невозмущенного уровня, представленного сплошными толстыми кривыми, в сантиметрах для  $\xi_{22}$  и сотых долях миллиметра для  $\xi_{12}$ . Отметим, что  $\xi_{12}$ ,  $\xi_{22}$  пропорциональны величине  $P_0$ . Соответствующую полученным отклонениям изолиний массу  $M$  нагрузки по заданному значению  $P_0$  можно определить из формулы  $M = P_0 H^2 / (2\pi g)$ .

Из анализа результатов численного счета следует, что при  $v=10^{-2}C$  в бассейне без ледяного покрова ( $h=0$ ) на поверхности скачка плотности под давлениями образуется локализованное поднятие, вытянутое поперек



Фиг. 4



Фиг. 5

трассы движения. Задний склон поднятия заметно круче переднего, а его вершина отстает от эпицентра давлений. За поднятием возмущения формируются в основном внутренними волнами типа поперечных корабельных [6, 7]. Продольные внутренние волны имеют в этом случае малую амплитуду [2]. Поэтому их вклад в топографию возмущений незаметен. Амплитуды поперечных волн убывают как с удалением от трассы, так и увеличением номера гребня (впадины). Перед поднятием возмущения незначительны. Ледяной покров, не внося качественных изменений в структуру возмущений поверхности скачка плотности (фиг. 2), уменьшает высоту локализованного поднятия и амплитуды поперечных волн. Кроме того, с ростом толщины льда вершина поднятия смещается вдоль трассы к эпицентру давлений, а площадь его основания увеличивается главным образом за счет растяжения в нормальном к трассе направлении. Увеличение  $h$  приводит в ближней зоне и к незначительному росту угла между направлением гребней (впадин) поперечных волн и осью  $x$ . Расстояние между нулевыми изолиниями для этих волн практически не зависит от толщины льда.

Возмущения жидкости, обусловленные стратификацией ее плотности, проявляются и в формировании колебаний на поверхности бассейна. При удалении от границы раздела слоев к поверхности в случае  $v=10^{-2}C$  возмущения над локализованным поднятием затухают медленнее, чем амплитуды внутренних поперечных корабельных волн. Ледяной покров увеличивает затухание возмущений от поперечных волн сильнее, чем от локализованного поднятия. Это приводит к тому, что в условиях ледяного покрова с ростом его толщины проявления теряют волновую структуру, приобретая во всей рассматриваемой области вид слабого прогиба. Точка максимального прогиба располагается ближе по трассе к эпицентру давлений, чем вершина поднятия.

При увеличении скорости перемещения давлений в диапазоне  $0 < v < c_0$  усиливается влияние внутренних продольных корабельных волн на формирование возмущений в ближней зоне. В частности, при  $v=1,8 \cdot 10^{-2}C$  под их воздействием на поверхности скачка плотности локализованное

поднятие трансформируется в гребень гиперболической формы, задний склон которого круче переднего, а максимальная высота отстает от эпицентра давлений. С удалением от вершины вдоль гребня его высота уменьшается, а ширина основания в пределах рассматриваемой области растет. Впадина за первым гребнем приобретает здесь сложную структуру с холмистым дном. Вклад поперечных волн в формирование возмущений ослабевает с увеличением скорости, и при  $v=1,8 \cdot 10^{-2}C$  их влияние в волновом следе ощущается в основном вдоль трассы движения. Перед первым хребтом в направлении движения заметно незначительное локализованное понижение уровня поверхности скачка плотности. Такая структура возмущений на разделе слоев характерна и при отсутствии льда, и в ледовых условиях (фиг. 3). Ледяной покров, воздействуя лишь на амплитудные характеристики возмущений, уменьшает высоту гребня и сглаживает рельеф дна впадины за ним.

Возмущения, формируемые на поверхности бассейна и на разделе слоев за счет неоднородности жидкости при  $v=1,8 \cdot 10^{-2}C$ , в качественном отношении отличаются только тем, что фазы колебаний у них противоположные, а локализованные впадины вдоль трассы движения на разделе слоев не проявляются на поверхности. Амплитуды внутренних волн и их проявлений на границе лед — вода убывают с ростом толщины льда.

При  $v > c_0$  поперечные внутренние волны не возбуждаются и возмущения, обусловленные неоднородностью жидкости в дальней зоне, формируются только продольными волнами. В ближней зоне за нагрузкой локализованное поднятие на поверхности скачка плотности (фиг. 4) и понижение на границе лед — вода (фиг. 5), как и при  $v < c_0$ , переходят соответственно в гребень и впадину гиперболической формы. Однако угол между гребнем (впадиной) и трассой перемещения давлений меньший, чем для  $v < c_0$ . С ростом  $v$  этот угол и высота гребня (глубина впадины) убывают. Незначительное понижение (поднятие), наблюдающееся для  $v < c_0$  перед нагрузкой при скорости  $v > c_0$ , приобретает вид впадины (гребня) гиперболической формы с локализованными ложбинами (холмами), вершины которых расположены по бокам от локализованного возмущения за нагрузкой. Перед нагрузкой как по трассе движения, так и вне ее возмущений практически нет. Такая структура топографий возмущений для  $v > c_0$  характерна при отсутствии льда и в ледовых условиях. Влияние льда проявляется в слабом уменьшении амплитуд в волновом следе и незначительной деформации структуры возмущений в малой окрестности трассы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Букагов А. Е., Черкесов Л. В. Неустановившиеся колебания дрейфующего в неоднородном море ледяного покрова, вызванные периодическими возмущениями // Тр. Аркт. и Антаркт. НИИ. 1979. Т. 357. С. 77–84.
2. Букагов А. Е., Жарков В. В. Развитие трехмерных внутренних волн в море с ледяным покровом // Мор. гидрофиз. ж. 1986. № 6. С. 3–9.
3. Богородский В. В., Гаурило В. П. Лед: Физические свойства. Современные методы в гляциологии. Л.: Гидрометеиздат, 1980. 384 с.
4. Davys J. W., Hosking R. J., Sneyd A. D. Waves due to steadily moving source on a floating ice plate // J. Fluid Mech. 1985. V. 158. P. 269–287.
5. Хейсин Д. Е. Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеиздат, 1967. 215 с.
6. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.
7. Черкесов Л. В. Поверхностные и внутренние волны. Киев: Наук. думка. 1973. 247 с.

Севастополь

Поступила в редакцию  
29.XII.1988