

УДК 533.697.4

© 1990 г.

БЕЛЯНИН Н. М.

О КОЭФФИЦИЕНТАХ РАСХОДА И ТЯГИ ДЛЯ ДВУХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ В СУЖАЮЩЕМСЯ СОПЛЕ

Во многих важных практических случаях поток газа на входе в сопло неравномерен. Приближенный расчет таких течений в гидравлическом приближении связан с необходимостью использования того или иного метода осреднения [1]. Естественно, что при осреднении не могут быть сохранены все свойства неравномерного потока, часть этих свойств при осреднении теряется. Для качественного учета влияния неравномерности потока на входе можно использовать метод «слоистой гидравлики» [2–4], позволяющий установить некоторые основные закономерности, которые могут оказаться полезными также при анализе и обобщении результатов двумерных численных расчетов.

Рассмотрим решение прямой задачи о течении газа в сужающемся сопле на критическом режиме для двухслойного потока с заданными соотношениями расходов, полных давлений и температур торможения. Пусть заданы размер относительного минимального сечения и параметры основного и вторичного потоков газа

$$\begin{aligned} f &= F_*/F_0, \quad p^* = p_{01}^*, \quad T^* = T_{01}^* \quad (0 \leq \psi \leq g) \\ p^* &= p_{02}^* = \sigma p_{01}^*, \quad T^* = T_{02}^* = \theta T_{01}^* \quad (g < \psi \leq 1) \end{aligned} \quad (1)$$

где p^* , T^* — полное давление и температура торможения, ψ — функция тока, нижними индексами ноль и звездочка обозначены параметры течения в начальном и минимальном сечениях сопла, индексами 1 и 2 — параметры основного и вторичного потоков.

В предположении слоистой гидравлики (давление в каждом сечении постоянно, а квадрат модуля скорости в уравнении энергии можно заменить квадратом продольной составляющей) полная энтальпия и энтропия сохраняются вдоль линии тока, а условие в минимальном сечении для критического режима принимает вид [4]

$$\int_0^1 \frac{1 - M_*^2}{\rho_*^2 u_*^3} d\psi = 0 \quad (2)$$

где ρ , u — плотность и скорость, M — число Маха. Для двухслойного потока совершенного газа, параметры которого задаются соотношениями (1), это условие (2) преобразуется к виду

$$\lambda_{*1}^2 = 1 + \frac{2(t-1)}{k-1} \left(t + \xi \left(t - \frac{k+1}{k-1} \frac{t-1}{\lambda_{*1}^2} \right)^{3/2} \right)^{-1} \quad (3)$$

$$t = \sigma^{-(k-1)/k}, \quad \xi = \frac{g}{t\sqrt{\theta}(1-g)} \quad (4)$$

Здесь λ_{*1} — коэффициент скорости основного потока в минимальном сечении, k — отношение теплоемкостей.

Коэффициент скорости вторичного потока в минимальном сечении λ_{*2} определяется формулой

$$\lambda_{*2} = \lambda_{*1} \sqrt{t - \frac{k+1}{k-1} \frac{t-1}{\lambda_{*1}^2}} \quad (5)$$

С учетом двухслойного характера течения, постоянства полной энтальпии и энтропии вдоль линии тока расход и тяга на расчетном критическом режиме для сужающегося сопла будут определяться соотношениями

$$G_* = G G_{*1}, \quad G = \left(\frac{k+1}{2} \tau_{*1} \right)^{1/(k-1)} \lambda_{*1} \left(g \left(1 + \frac{1}{\xi} \frac{\lambda_{*1}}{\lambda_{*2}} \right) \right)^{-1} \quad (6)$$

$$P_* = P P_{*1}, \quad P = \left(\frac{k+1}{2} \tau_{*1} \right)^{1/(k-1)} \lambda_{*1}^2 \left(1 + \frac{\lambda_{*2}}{\lambda_{*1} \xi t} \right) \left(1 + \frac{\lambda_{*1}}{\lambda_{*2} \xi} \right)^{-1} \quad (7)$$

$$G_{*1} = \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)} \frac{p_{01} F_*}{\gamma R T_{01}^*}}, \quad P_{*1} = k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{k/(k-1)} p_{01} F_*$$

$$\tau_{*1} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_{*1}^2$$

Здесь G_{*1} и P_{*1} представляют собой расход и тягу на расчетном критическом режиме для сужающегося сопла с однородным потоком, параметры которого равны параметрам основного потока. Величины G и P характеризуют влияние неравномерностей и могут быть названы коэффициентами расхода и тяги.

Полученные соотношения (3)–(7) позволяют сделать вывод: коэффициенты скорости в минимальном сечении, произведение gG и коэффициент тяги P являются функциями двух переменных t и ξ (зависящих от трех параметров g , σ , θ). Коэффициенты скорости основного и вторичного потоков в любом произвольном сечении с площадью F (в том числе и в начальном сечении F_0) могут быть определены из условия сохранения расхода и зависят не только от t и ξ , но и от относительной площади F/F_0 . Для дозвуковых течений величины t и ξ могут изменяться в диапазонах $2/(k+1) \leq t \leq (k+1)/2$, $0 \leq \xi \leq \infty$.

Так как режим запираания сохраняется при перемене местами основного и вторичного потоков, то выполняется соотношение $\tau_{*1}(t, \xi) = \tau_{*1}(1/t, 1/\xi)/t$, в справедливости которого можно убедиться непосредственно подстановкой в соотношение (3). Поэтому достаточно найти решение уравнения (3) в диапазонах $1 \leq t \leq 1/2(k+1)$, $0 \leq \xi \leq \infty$.

Для определения коэффициентов расхода G и тяги P можно получить простые приближенные формулы, используя предельные соотношения для $\xi=0$ и $\xi=\infty$. Как следует из (3) и (5)

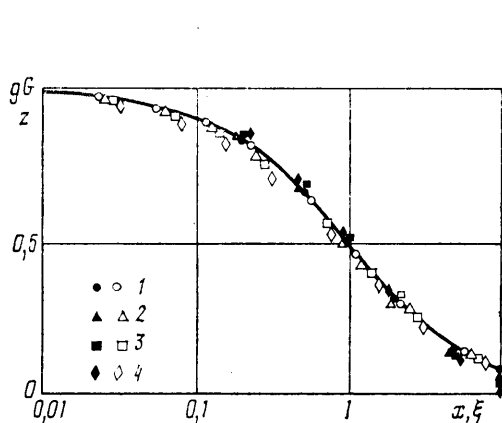
$$\lambda_{*1}^2 = \frac{k+1}{k-1} - \frac{2}{k-1} \frac{1}{t}, \quad \tau_{*1} = \frac{2}{k+1} \frac{1}{t}, \quad \lambda_{*2} = 1 \quad (\xi=0)$$

$$\lambda_{*1} = 1, \quad \tau_{*1} = \frac{2}{k+1}, \quad \lambda_{*2}^2 = \frac{k+1}{k-1} - \frac{2}{k-1} t \quad (\xi=\infty)$$

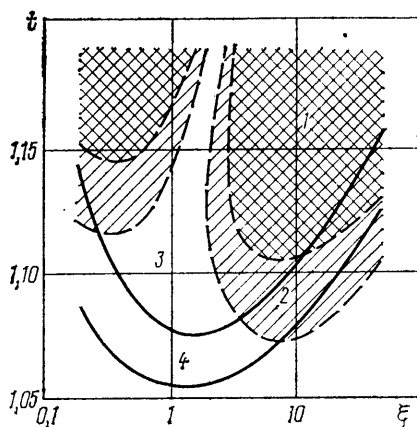
Тогда при малых ξ соотношения (6) и (7) принимают вид

$$\frac{1}{gG} = t^{1/(k-1)} \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{\xi} \right), \quad A = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} - \frac{2}{k-1} \frac{1}{t}}$$

$$P = \left(\frac{A}{t^{1/(k-1)}} + \frac{1}{\xi t^{k/(k-1)}} \right) / \left(\frac{1}{A} + \frac{1}{\xi} \right)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

причем определяющий вклад вносят вторые слагаемые сумм. При больших ξ

$$\frac{1}{gG} = 1 + \frac{1}{\xi B} \quad B = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} - \frac{2t}{k-1}}$$

$$P = \left(1 + \frac{B}{\xi t}\right) / \left(1 + \frac{1}{\xi B}\right)$$

и основной вклад вносят первые слагаемые. Поэтому приближенно формулы для коэффициентов расхода и тяги могут быть записаны в виде

$$gG = \left(1 + \frac{t^{1/(k-1)}}{\xi}\right)^{-1} = \left(1 + \frac{(1-g)\sqrt{\theta}}{g\sigma}\right)^{-1} \quad (8)$$

$$P = \left(1 + \frac{\sigma}{\xi}\right) \left(1 + \frac{1}{\xi}\right)^{-1} = 1 - (1-\sigma) \left(1 + \frac{g\sigma^{(k-1)/k}}{(1-g)\sqrt{\theta}}\right)^{-1} \quad (9)$$

Сравнение результатов расчета для $k=1,4$ величин $gG(x)$, $x=t^{1/(k-1)}/\xi$ и $z(\xi) = (1-P)/(1-\sigma)$, полученных по приближенным формулам (8) и (9) (сплошная кривая) и с использованием точных соотношений (3)–(7), приведено на фиг. 1. Светлые точки соответствуют значениям функции $gG(x)$, а темные — $z(\xi)$, причем точки 1–4 соответствуют $t=1,05$; 1,1; 1,15; 1,2. На фиг. 2 в плоскости независимых переменных t , ξ показаны области, в которых погрешность приближенных соотношений превышает 0,5% (области 2 и 4 для коэффициентов расхода и тяги соответственно) и 1% (области 1 и 3). Подчеркнем, что при $t < 1,05$ ($\sigma > 0,85$) и любых значений ξ формулы (8) и (9) обеспечивают получение значений G и P с погрешностью менее 0,5%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И., Черный Г. Г. Об осреднении неравномерных потоков газа в каналах // Теоретическая гидромеханика. Сб. ст. № 12. Вып. 4. М.: Оборонгиз, 1954. С. 17–30.
2. Зимонт В. Л. О величине импульса сопла при неравномерных газодинамических параметрах потока // Изв. вузов. Сер. Авиац. техника. 1970. № 2. С. 104–108.
3. Крайко А. Н., Ланюк А. Н. О влиянии неравномерностей полей полной энтальпии и энтропии на интегральные характеристики сопла Лавала // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 3. С. 102–109.
4. Крайко А. Н. Вариационные задачи газовой динамики. М.: Наука, 1979. 447 с.

Москва

Поступила в редакцию
8.XII.1988