

УДК 533.697.4

© 1990 г.

ТАГИРОВ Р. К.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЯГИ НА НЕЗАПЕРТЫХ РЕЖИМАХ И ПОСТРОЕНИЕ БЕЗОТРЫВНОГО КОНТУРА СУЖАЮЩЕГОСЯ СОПЛА**

С использованием результатов расчета удельного импульса и расхода конических сужающихся сопел проанализировано изменение удельной тяги  $R_{\gamma}$  от угла наклона стенки  $\theta$  в рамках модели идеального газа. Показано, что на незапертых режимах сопла с разными  $\theta$  имеют практически одинаковые значения  $R_{\gamma}$  как при докритических, так и при сверхкритических перепадах давления  $\pi_c$ . В диапазоне характерных для сужающихся сопел перепадов давления  $\pi_c < 6$  конические сужающиеся сопла с углом наклона стенки  $\theta = 30-90^\circ$  имеют практически одинаковые значения удельной тяги, максимальные по сравнению с  $R_{\gamma}$  сопел с  $\theta < 30^\circ$ .

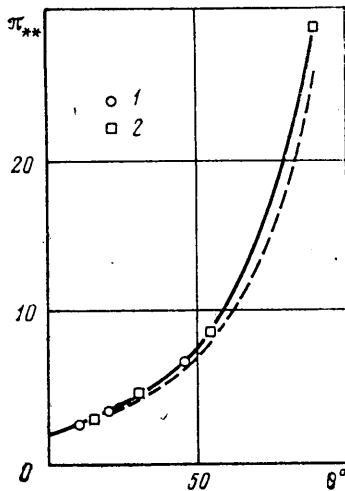
При наличии сил вязкости возникает возможность местного отрыва пограничного слоя в окрестности входного сечения сужающегося сопла. На основе использования критерия отрыва пограничного слоя разработан метод построения безотрывного контура сужающегося сопла, которое может давать большую тягу по сравнению с тягами общепринятых схем сужающихся сопел. Безотрывный контур определяется для заданных значений расхода, показатели адиабаты, числа Рейнольдса, температуры стенки и начальной толщины вытеснения пограничного слоя.

Хотя сужающиеся сопла используются давно, до сих пор нет методов их рационального профилирования с учетом возникающих на практике ограничений. В настоящее время можно рассматривать контур сужающегося сопла, обеспечивающего получение равномерного потока в минимальном сечении, с помощью обратного метода [1] или с помощью численного интегрирования уравнений в плоскости годографа [2]. Такие сопла представляют интерес для аэродинамических труб.

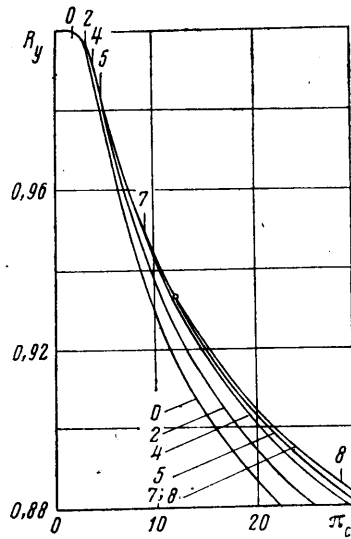
Ранее ошибочно считалось, что сужающиеся сопла с равномерными параметрами на выходе дают максимальный удельный импульс и тягу. Совершенно новое представление по этому вопросу получено в [3-5], где показано, что увеличение неравномерности двумерного потока идеального газа в минимальном сечении ведет к увеличению удельного импульса сужающегося сопла. Из этого представления следует [6], что наиболее рациональным контуром сужающейся части сопла Лавала заданной длины при течении идеального газа является контур с углом наклона стенки  $\theta = 90^\circ$ , поскольку при этом достигается увеличение длины сверхзвуковой части за счет уменьшения до нуля длины дозвуковой части сопла. Если рассматривать отдельно сужающееся сопло без учета внешнего обтекания, то с точки зрения достижения наибольшего удельного импульса угол наклона стенки следует брать по возможности большим.

На практике тяговая эффективность авиационных сопел характеризуется коэффициентом удельной тяги  $R_{\gamma}$ , представляющим отношение удельной тяги рассматриваемого сопла к удельной тяге идеального сопла (в последнем поток расширяется без потерь до давления окружающей среды). В связи с этим важно рассмотреть как влияет угол наклона стенки  $\theta$  сужающегося сопла на  $R_{\gamma}$ . Качественная информация о поведении  $R_{\gamma}$  сужающихся схем содержится в [4], где показано, что удельная тяга сужающегося сопла с двумерным течением на докритических режимах ( $\pi_c \leq \pi_*$ ) равна, а на сверхкритических режимах ( $\pi_c > \pi_*$ ) больше удельной тяги сопла с одномерным течением. Здесь  $\pi_c = p_0/p_\infty$  — отношение полного давления потока к статическому давлению среды,  $\gamma$  — показатель адиабаты,

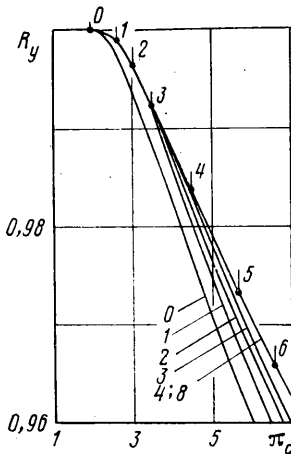
$$\pi_* = \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\gamma/(\gamma - 1)}$$



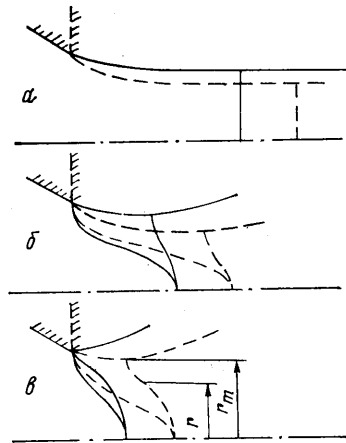
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Однако остается нерешенной задача количественного определения интенсивности влияния угла  $\theta$  на  $R_y$  и значения  $\theta$ , при котором достигается максимальное значение  $R_y$  на сверхкритических незапертых и запертых режимах работы сужающегося сопла. Для решения этой задачи проведены расчетные исследования величины  $R_y$  с использованием соотношения для удельной тяги сужающегося сопла

$$R_y = a_1 \left( i - \frac{1}{a_2 \mu \pi_c} \right) (1 - \pi_c^{(1-\gamma)/\gamma})^{-1/2} \quad (1)$$

$$a_1 = \frac{\gamma+1}{\gamma} \left( \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{1/2}, \quad a_2 = 2 \left( \frac{2}{1+\gamma} \right)^{1/2(\gamma-1)}$$

где  $i$  и  $\mu$  — коэффициенты удельного импульса и расхода (отношение удельного импульса и расхода двумерного и одномерного потоков соответственно).

Величины  $i$  и  $\mu$  для запертых режимов, т. е. для  $\pi_c \geq \pi_{**}$ , могут быть определены на основе численных результатов, полученных в [7] с высокой точностью в рамках модели идеального газа для относительного ра-

диуса входа  $r_0=2$ . Для нахождения отношения давлений  $\pi_{..}$ , соответствующего границе заширания, когда параметры сопла перестают зависеть от  $p_{\infty}$ , на фиг. 1 построен график с использованием расчетных результатов [7, 8] для осесимметричного течения (сплошная кривая, точки 2 и 1) и [1] для плоского (штриховая линия).

С помощью соотношения (1) проведены расчеты  $R_Y$  для различных конических сужающихся сопел при  $\pi_c \geq \pi_{..}$ , результаты которых показаны на фиг. 2 сплошными линиями правее вертикальных черточек, обозначающих соответствующие значения  $\pi_{..}$  (номер 0 соответствует  $\theta=0$ ; 2—15; 4—30; 5—40; 7—54; 8—90°). Отметим, что угол  $\theta=0$  отвечает соплу с одномерным течением ( $i=\mu=1$ ). Для облегчения анализа участки кривых  $R_Y$  для  $\pi_c \leq 7$  повторены на фиг. 3 в крупном масштабе (номер 0 соответствует  $\theta=0$ ; 1—10; 2—15; 3—20; 4—30; 5—40; 6—45; 8—90°).

Анализ фиг. 2 и 3 показывает, что в целом с увеличением  $\theta$ , т. е. с увеличением неравномерности двумерного потока в выходном сечении сужающегося сопла, величина  $R_Y$  растет, но интенсивность этого роста сильно уменьшается с увеличением  $\theta$  и уменьшением  $\pi_c$ . При больших  $\theta$  влияние  $\theta$  на  $R_Y$  на закрытых режимах настолько мало, что на графиках фиг. 2, 3 его невозможно обнаружить. Если величины  $R_Y$  для соответствующих  $\pi_{..}(\theta)$  соединить единой огибающей кривой, то оказывается, что левые концы кривых  $R_Y(\theta, \pi_c)$  практически совпадают с этой огибающей, причем чем больше  $\theta$ , тем имеется больший участок совпадения.

Можно предположить, что огибающая кривая, соединяющая точки  $R_Y(\theta, \pi_{..})$ , дает величины  $R_Y$  на незапертых режимах для всех сужающихся сопел, имеющих разные  $\theta$  (для  $\pi_c \leq \pi_{..}$  это доказано в [4]). При этом для каждого сопла должен рассматриваться свой участок единой огибающей, ограниченный  $\pi_c \leq \pi_{..}(\theta)$ . Так, для сопла  $\theta=90^\circ$  величины  $R_Y$  на незапертых режимах определяются участком огибающей линии при  $\pi_c \leq 28,8$ , а для сопла  $\theta=30^\circ$  — участком этой же линии при  $\pi_c \leq 4,5$ .

Для проверки сделанного предположения о том, что кривые  $R_Y = f(\pi_c)$  на незапертых режимах для всех сужающихся сопел практически совпадают, был проведен контрольный расчет для  $\theta=90^\circ$  при  $\pi_c=11,9 < \pi_{..}(90^\circ)=28,8$  по методу [7]. Результаты этого расчета  $i=1,029$  и  $\mu=0,8293$  были любезно предоставлены Н. И. Тилляевой. Найденная с помощью этих значений  $i, \mu$  величина  $R_Y=0,933$  показана на фиг. 2 точкой, которая практически лежит на линии  $R_Y(\pi_{..})$ , что подтверждает сделанное выше предположение.

Вывод о наличии единой кривой  $R_Y(\pi_c)$  на незапертых режимах для разных  $\theta$  согласуется с численным результатом [9], где на основе схемы С. К. Годунова и экстраполяции параметров на нулевой размер ячейки получено практическое совпадение значений  $R_Y$  для сопел с  $\theta=15$  и  $40^\circ$  при  $\pi_c < 6$ .

Попробуем представить схему течения, объясняющую наличие единой кривой  $R_Y(\pi_c)$  для сопел на незапертых режимах ( $\pi_c \leq \pi_{..}$ ). На фиг. 4 схематично изображены картины истечения струй из двух сопел  $\theta=90$  и  $30^\circ$  соответственно штриховыми и сплошными линиями. Схема «а» соответствует  $\pi_c = \pi_{..}$ , схема «б» —  $\pi_c < \pi_{..}$  для  $\theta=90$  и  $30^\circ$ , схема «в» —  $\pi_c > \pi_{..}$  для  $\theta=30^\circ$  и  $\pi_c < \pi_{..}$  для  $\theta=90^\circ$ . Помимо границы струи и звуковой линии показана также линия, на которой вертикальная составляющая вектора скорости  $v=0$ . Изменение любого параметра вдоль этой линии, например модуля скорости  $w$ , характеризуется тем, что для заданного  $\pi_c \leq \pi_{..}$  скорости на оси симметрии  $w_0=1$  и на границе струи  $w_b(\pi_c)$  оказываются одинаковыми. В частном случае при  $\pi_c = \pi_{..}$  звуковая линия и линия  $v=0$  совпадает и  $w_0 = w_b = w(r) \equiv 1$ , где  $r$  — радиус. На основе этих признаков сделаем предположение, что вдоль линии  $v=0$  профили скорости  $w=w(\eta)$ , где  $\eta=r/r_m$ ,  $r_m$  — минимальный радиус струи, мало отличаются, т. е. имеют практически одинаковый вид для всех сужающихся сопел при  $\pi_c \leq \pi_{..}$ . Удельную тягу сопла можно определить

с помощью соотношения

$$R_y^\circ = \left( \int_0^{r_m} (p + \rho w^2) 2r \, dr - p_\infty r_m^2 \right) \left( \int_0^{r_m} \rho w 2r \, dr \right)^{-1}$$

Интегралы здесь берутся вдоль линии  $v=0$ . Если на рассматриваемой линии нет скачков уплотнения, то из условия изэнтропичности и изоэнергетичности следует  $p=p(w)$ ,  $\rho=\rho(w)$ . Поделив числитель и знаменатель на  $r_m$ , окончательно получаем

$$R_y^\circ = \left( \int_0^1 f_1(w) 2\eta \, d\eta - p_\infty \right) \left( \int_0^1 f_2(w) 2\eta \, d\eta \right)^{-1}$$

Поскольку выше предполагалось, что профили  $w(\eta)$  мало отличаются для разных сужающихся сопел при  $\pi_c \leq \pi_{**}$ , отсюда следует, что и величины  $R_y^\circ$  должны быть практически одинаковыми для этих сопел. Таким образом, полученный на основе численных исследований вывод о практической одинаковости  $R_y$  для всех сужающихся сопел при  $\pi_c \leq \pi_{**}$  легко объясняется, если предположить наличие близких профилей скорости  $w(\eta)$  вдоль линии  $v=0$ .

Численные исследования Косолапова Ю. С., проведенные в плоскости годографа скорости для плоского течения, подтверждают это предположение: в частности, получено, что для сопел с  $\theta=30$  и  $90^\circ$  максимальная относительная разница значений  $w$  при  $\pi_c=4,29$  составляет всего  $\Delta w/w \approx 0,02$ . Найденная с помощью этих двух профилей  $w(\eta)$  относительная разница в удельных тягах составляет малую величину  $\Delta R_y^\circ/R_y^\circ \approx 0,0006$ .

Таким образом, приведенные на фиг. 2, 3 результаты дают полное представление о влиянии угла  $\theta$  на коэффициент удельной тяги  $R_y$  сужающегося сопла. В диапазоне характерных для сужающихся сопел значений  $\pi_c < 6$  сопла с  $\theta=30-90^\circ$  имеют одинаковые значения  $R_y$ , максимальные по сравнению с  $R_y$  сопел с  $\theta < 30^\circ$ . Поэтому наиболее рациональным следует считать сопло с  $\theta=90^\circ$ , имеющее при том же максимальном значении  $R_y$ , что и у сопел  $30^\circ < \theta < 90^\circ$ , минимальную длину. Но этот вывод получен без учета влияния вязкости газа и внешнего обтекания.

Из-за вязких сил вдоль стенки нарастает пограничный слой и возникает возможность отрыва потока под воздействием положительного градиента давления в окрестности входного сечения сопла. Отрывная зона увеличивает потери полного давления и тяги, является источником нестационарности параметров. Для приближенного построения безотрывного контура сужающегося сопла в [1] на основе экспериментальных исследований рекомендуется брать значение  $\theta \leq 40^\circ$ , радиус кривизны у входного сечения  $R_0 > r_0$ , радиус кривизны стенки в минимальном сечении  $R_k > 0,5r_k$  ( $r_0$  и  $r_k$  радиусы входного и критического сечений соответственно). Первые два неравенства отвечают конкретным условиям эксперимента. Последнее неравенство отражает стремление получить более равномерный поток в критическом сечении. Очевидно, что эмпирические правила указанного типа не могут служить в общем случае основой для построения рационального контура сужающегося сопла.

Проведенный анализ позволяет сформулировать следующее основное требование к контуру сужающегося сопла: контур должен создавать неравномерный двумерный поток в области минимального сечения при наличии ограничения на отрывную зону, т. е. отрывная зона должна или полностью отсутствовать, или иметь минимальные размеры при заданной длине сопла. Попытаемся сформулировать метод построения контура такого типа сопла.

Пусть заданы расход  $m$ , показатель адиабаты  $\gamma$ , число Рейнольдса  $Re_0$ , температурный фактор  $T_w$ , начальная толщина вытеснения турбулентного пограничного слоя  $\delta_0^*$  и в общем случае отношение давлений  $\lambda_c$ . Известно [10], что отрыв пограничного слоя не возникает, если

$$\frac{\delta^*}{\rho_e u_e^2} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_e \leq \xi(M, T_w)$$

где  $\xi$  — критерий отрыва, определяемый на основе экспериментальных исследований.

В окрестности входного сечения на стенке сопла возникает местное повышение давления из-за искривления стенки и появления центробежной силы

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\rho_e u_e^2}{R}$$

где  $n$  — расстояние вдоль нормали к стенке,  $R$  — радиус кривизны. Перемножая полученные соотношения можно найти

$$R \geq \frac{\delta^*}{\xi} \frac{p_x'}{p_n'}$$

$$p_x' = \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_e, \quad p_n' = \left( \frac{\partial p}{\partial n} \right)_e$$

Можно показать, что при обтекании угла несжимаемой жидкостью  $p_x' = p_n'$ . Кроме того, результаты численных исследований обтекания кормовых частей дозвуковым потоком показывают, что изобары около участков большой кривизны имеют форму, близкую к круговой. Поэтому сделаем предположение, что равенство  $p_x' = p_n'$  справедливо и в случае обтекания криволинейной поверхности дозвуковым потоком сжимаемого газа. Тогда получаем окончательное соотношение  $R \geq \delta^*/\xi$ . Таким образом, радиус кривизны стенки, определенный с помощью соотношения  $R = \delta^*/\xi$ , с некоторым запасом гарантирует отсутствие отрыва пограничного слоя в сопле.

Наиболее простой способ построения контура безотрывного сужающегося сопла получаем, если принять  $R = \text{const}$  по всей длине сопла. В этом случае, для  $T_w = 1$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $M_0 \approx 0$ ,  $\xi = 0,014$  получаем значение  $R \approx 70\delta_0^*$ . Таким образом, получаем семейство контуров, описываемых дугами окружности, радиусы кривизны которых зависят только от  $\delta_0^*$ . При отсутствии сил вязкости ( $\delta_0^* = 0$ ) контур представляет собой вертикальную линию ( $\theta = 90^\circ$ ), по мере увеличения  $\delta_0^*$  увеличивается радиус кривизны и длина сужающегося сопла. Выходной радиус  $r_k$  определяется заданным расходом. Отметим, что с ростом  $R$  увеличивается коэффициент расхода сопла и потребный для получения заданного расхода радиус  $r_k$  уменьшается. После достижения максимально допустимой длины  $L_m = R$  контур может содержать вертикальный отрезок стенки, необходимый для получения нужного расхода. Таким образом, для любой пары параметров  $m$  и  $\delta_0^*$  можно выбрать контур безотрывного сужающегося сопла. При этом длина сопла  $L \leq R$  не задается, а определяется в зависимости от  $m$  и  $\delta_0^*$ .

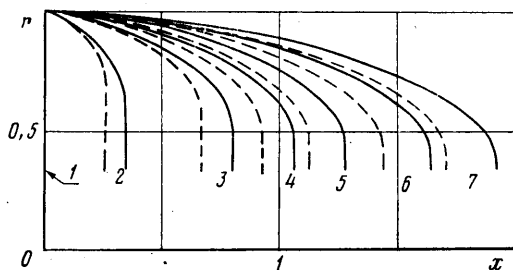
Описанный дугой окружности контур при той же длине и расходе в общем случае будет иметь большую удельную тягу, чем коническое сопло или сопло, спроектированное с помощью двух дуг окружности и прямой между ними. Удельная тяга может увеличиваться как за счет уменьшения отрывной зоны, так и за счет увеличения неравномерности потока в минимальном сечении сопла. Поэтому описанные дугами окружности семейства контуров можно считать улучшенными контурами по сравнению с применяемыми на практике. Но эти улучшенные контуры не яв-

ляются самыми короткими, поскольку при их получении не учитывались изменения  $\delta^*$  и  $\xi$  вдоль сопла, что привело к получению более плавного сопла, а следовательно, и более длинного, чем необходимо.

Попытаемся получить более короткий безотрывной контур сужающегося сопла. Радиус кривизны стенки в любой ее точке можно описать уравнением

$$R = \left[ 1 + \left( \frac{dr}{dx} \right)^2 \right]^{1,5} \left( \frac{d^2r}{dx^2} \right)^{-1}$$

Если задать вид зависимости  $R=R(x)$ , то указанное уравнение будет уравнением некоторого контура  $r(x)$ . Будем считать, что для получения



Фиг. 5

безотрывного контура при заданном  $r_k$  (или расходе  $m$ ) необходимо выполнение равенства  $R(x) = \delta^*(x) / \xi(x)$  в каждом сечении сопла. Для определения  $\delta^*(x)$  воспользуемся приближенной формулой [11]

$$\delta^* = \delta_0^* \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^3 \frac{r_0}{r} \frac{H}{H_0} \left( 1 + \frac{s}{x_0} \right)$$

Коэффициент скорости  $\lambda$  определяется здесь для одномерного течения с помощью уравнения неразрывности  $q(\lambda) = (r_k/r)^2$ , где  $r_k^2 = m_b/\mu_b$ ,  $q(\lambda)$  — газодинамическая функция,  $H$  — формпараметр,  $s$  — длина вдоль стенки, индексы «0» и «k» — начальные и критические сечения сопла,  $b$  — вязкий газ. В дозвуковой области (в сужающемся сопле число  $M \leq 1$ ) величина  $\xi$  слабо зависит от  $M$ , поэтому можно принять аппроксимационную формулу

$$\xi = 0,00417T_w^2 - 0,0125T_w + 0,02233$$

полученную по результатам расчета [12]. Подстановка найденных величин  $\delta^*(x)$  и  $\xi(x)$  позволяет получить вид функции  $R(x)$ .

Теперь можно численно интегрировать написанное выше дифференциальное уравнение при заданных  $r(0) = r_0$ ,  $(dr/dx)_{x=0} = 0$  и последовательно определять величины  $r(x)$  до достижения заданного значения  $r_k$ . Если необходимо выдержать заданный расход  $m$ , то требуется использовать метод последовательных приближений.

С использованием полученных соотношений были проведены расчеты контуров осесимметричных безотрывных сужающихся сопел для  $\gamma = 1,4$ ,  $Re_0 = 2 \cdot 10^6$ ,  $\delta_0^* = 0 - 0,079$ ,  $r_k = 0,33$  и двух значений  $T_w = 1$  (сплошные линии) и  $T_w = 0,5$  (штриховые линии), результаты которых представлены на фиг. 5 (1 соответствует  $\delta_0^* = 0$ ; 2 — 0,002; 3 — 0,013; 4 — 0,024; 5 — 0,035; 6 — 0,057; 7 — 0,079). Анализ показывает, что охлаждение стенки ( $T_w = 0,5$ ) приводит к уменьшению длины сопла и что любой из полученных контуров короче соответствующего контура, описанного дугой окружности радиуса  $R$  и определяемого начальным значением толщины вытеснения  $\delta_0^*$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Пирумов У. Г., Росляков Г. С.* Течения газа в соплах. М.: Изд-во МГУ, 1978. 351 с.
2. *Подсыпанина Н. А.* Использование плоскости годографа при профилировании численным методом осесимметричного сопла Лавалья // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 1. С. 164–168.
3. *Крайко А. Н., Соколов В. Е.* Об удельном импульсе потока в минимальном сечении сопла Лавалья и в выходном сечении сужающегося сопла // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 1. С. 186–188.
4. *Щербаков С. А.* О тяге сужающегося сопла // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 6. С. 181–183.
5. *Крайко А. Н., Ланюк А. Н.* О влиянии неравномерностей полей полной энтальпии и энтропии на интегральные характеристики сопла Лавалья // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 3. С. 102–109.
6. *Крайко А. Н., Тилляева Н. И., Щербаков С. А.* Сравнение интегральных характеристик и формы профилированных контуров сопел Лавалья с «плавным» и с «внезапным» сужениями // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 4. С. 129–137.
7. *Крайко А. Н., Тилляева Н. И., Щербаков С. А.* Метод расчета течений идеального газа в плоских и осесимметричных соплах с изломами контура // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1986. Т. 26. № 11. С. 1679–1694.
8. *Fenain M., Dutouquet L., Solignac J.-L.* Calcul des performances d'une tyuere propulsive convergente. Comparaison avec l'expérience // Rech. Aérop. 1974. № 5. P. 261–276.
9. *Тагиров Р. К.* Теоретическое исследование течения идеального газа в сужающемся соплах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 2. С. 198–202.
10. *Баж-Зеликович Г. М.* Расчет отрыва пограничного слоя // Изв. АН СССР. ОТН. 1954. № 12. С. 68–85.
11. *Тагиров Р. К.* Влияние пограничного слоя на расход и удельный импульс сужающегося сопла // Изв. вузов. Авиац. техн. 1988. № 1. С. 77–81.
12. *Захаров Н. Н.* Влияние теплообмена на отрыв турбулентного пограничного слоя // Тр. ЦИАМ. 1971. № 507. С. 70–84.

Москва

Поступила в редакцию  
23.XII.1988