

УДК 533.6.011.8

© 1990 г.

БОРОДИН А. И., КАЗАКОВ В. Ю., ПЕЙГИН С. В.

МНОГОКОМПОНЕНТНЫЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ ВЯЗКИЙ УДАРНЫЙ СЛОЙ НА ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛАХ С КАТАЛИТИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ, ОБТЕКАЕМЫХ ПОД УГЛАМИ АТАКИ И СКОЛЬЖЕНИЯ

В рамках теории тонкого вязкого ударного слоя исследуется пространственное обтекание сверхзвуковым потоком неравновесного диссоциирующего воздуха гладких затупленных тел, на поверхности которых протекают гетерогенные химические реакции. Используется экономичный численный метод решения уравнений, имеющий повышенный порядок аппроксимации по нормальной координате, не требующий предварительного разрешения соотношений Стефана – Максвелла относительно диффузионных потоков и позволяющий проводить расчеты течений, которые не обладают плоскостью симметрии. На примере обтекания трехосного эллипсоида проанализировано влияние углов атаки и скольжения, моделей протекания гетерогенных каталитических реакций и ряда других определяющих параметров задачи на распределение давления, теплового потока и равновесной температуры поверхности тела.

Ранее решение уравнений многокомпонентного тонкого вязкого ударного слоя для различных частных случаев пространственных течений было получено в [1–4]. В [1] исследовалось обтекание под углами атаки и скольжения стреловидных крыльев бесконечного размаха, в [2] – течение в окрестности критической точки двойкой кривизны. Приближенные подходы к определению продольных градиентов давления на боковой поверхности и замыканию таким образом задачи вне критической точки для случая обтекания под нулевым углом атаки тел с двумя плоскостями симметрии предлагались в [3], а для случая отсутствия в течении плоскостей симметрии – в [4].

1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу обтекания затупленного тела, движущегося с большой сверхзвуковой скоростью под углом атаки и скольжения по заданной траектории входа в атмосфере Земли. Данную задачу будем решать в рамках теории многокомпонентного пространственного тонкого вязкого ударного слоя. Предложенная в конце 60-х годов [5] эта теория в дальнейшем получила широкое распространение для исследования гиперзвуковых течений вязкого газа. Из анализа уравнений Навье – Стокса [6] следует, что при $\epsilon = (\gamma - 1)/(\gamma + 1) \rightarrow 0$, $Re \rightarrow \infty$, $K = \epsilon Re \gg 0$ (1) модель тонкого вязкого ударного слоя асимптотически верно описывает возмущенное течение в слое между ударной волной и телом. В целом многочисленные сравнения решений этих уравнений с данными эксперимента и расчетами в более полной постановке [7, 8] показывают, что в области своей применимости модель тонкого вязкого ударного слоя имеет хорошую точность и может использоваться для исследования обтекания гладких затупленных тел гиперзвуковым потоком вязкого газа.

В криволинейной системе координат $\{x^i\}$, нормальным образом связанной с поверхностью обтекаемого тела, исходная система уравнений многокомпонентного пространственного тонкого вязкого ударного слоя в пренебрежении баро- и термодиффузией и диффузионным термоэффектом имеет следующий безразмерный вид [9]:

$$\frac{\partial}{\partial x^i} \left\{ \rho u^i \sqrt{\frac{a}{a_{(ii)}}} \right\} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x^3} = -\rho A_{\alpha\beta}^3 u^\alpha u^\beta$$

$$\begin{aligned}
\rho \{Du^\alpha + A_{\beta\delta}{}^\alpha u^\beta u^\delta\} &= -a^{\alpha\beta} \sqrt{a_{(\alpha\alpha)}} \frac{\partial p}{\partial x^\beta} + \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{\mu}{\text{Re}} \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^3} \right) \\
\rho c_p DT &= 2D^* p + \frac{\partial}{\partial x^3} \left(\frac{\mu c_p}{\sigma \text{Re}} \frac{\partial T}{\partial x^3} \right) - \frac{\partial T}{\partial x^3} \sum_{k=1}^N c_{pk} I_k - \\
&\quad - \sum_{k=1}^N h_k \dot{w}_k + \frac{2\mu}{\text{Re}} B_{\alpha\beta} \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^3} \frac{\partial u^\beta}{\partial x^3} \\
\rho Dc_i + \frac{\partial I_i}{\partial x^3} &= \dot{w}_i, \quad i=1, \dots, N_r \\
\rho Dc_j^* + \frac{\partial I_j^*}{\partial x^3} &= 0, \quad j=N_r+1, \dots, N-1 \\
\sum_{j=N_r+1}^N I_j^* &= 0, \quad \sum_{j=N_r+1}^N c_j^* = 1, \quad p = \rho R_A T \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{m_i} \\
\sum_{k=1}^{N-1} a_{nk} I_k &= - \frac{\mu}{\text{Re} S_{pN}} \sum_{k=1}^{N-1} b_{nk} \frac{\partial c_k}{\partial x^3}, \quad n=1, \dots, N-1 \quad (1.1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{nk} &= -a_{nk}^* c_n, \quad b_{nk} = -b_k^* c_n \quad (n \neq k) \\
a_{nn} &= \frac{S_{nN}}{S_{pN}} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^{N-1} a_{nk}^* c_k, \quad b_{nn} = 1 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^{N-1} b_k^* c_k \\
a_{nk}^* &= \frac{m_N S_{nk}}{m_k S_{pN}} - \frac{S_{nN}}{S_{pN}}, \quad b_k^* = \frac{m_N}{m_k} - 1
\end{aligned}$$

$$D = D^* + u^3 \frac{\partial}{\partial x^3} \quad D^* = \frac{u^\alpha}{\sqrt{a_{(\alpha\alpha)}}} \frac{\partial}{\partial x^\alpha}$$

$$B_{\alpha\beta} = \frac{a_{\alpha\beta}}{\sqrt{a_{(\alpha\alpha)} a_{(\beta\beta)}}}, \quad \text{Re} = \frac{\rho_\infty V_\infty R}{\mu_0}$$

$$c_p^* = V_\infty^2 / 2T_0, \quad T_0 = 10^4 \text{ K}$$

Здесь x^3 отсчитывается по нормали к телу, а x^1, x^2 выбраны некоторым образом на поверхности тела. По паре повторяющихся индексов производится суммирование, по индексам, заключенным в круглые скобки, суммирование отсутствует; латинские индексы, если не оговорено специально другое, принимают значения 1, 2, 3, греческие — 1, 2; $V_\infty u^i$ — физические компоненты вектора скорости в направлениях x^i соответственно; $\rho_\infty V_\infty^2 p$, $\rho_\infty \rho$, $T_0 T$ — давление, плотность, температура смеси газов, состоящей из N химических компонент; $\mu_0(T_0)\mu$, $c_p c_p^*$, σ , m — коэффициенты вязкости, удельная теплоемкость, число Прандтля, молекулярная масса смеси; c_i , m_i , $V_\infty^2 h_i / 2$, $c_p^* c_{pi}$, $\rho_\infty V_\infty I_i$, $\rho_\infty V_\infty \dot{w}_i / R$ — массовая концентрация, молекулярная масса, удельные энтальпия и теплоемкость, нормальная компонента вектора диффузионного потока, скорость образования i -й компоненты; c_j^* , $\rho_\infty V_\infty I_j^*$ — массовая концентрация и нормальная составляющая вектора диффузионного потока j -го элемента; $N - N_r$ — число элементов; S_{nk} ($n, k=1, \dots, N$) — бинарные числа Шмидта; $a_{\alpha\beta}$ — ковариантные компоненты тензора первой квадратичной формы поверхности;

A_{jk} известным образом зависят от формы обтекаемого тела и приведены, например, в [9]; все линейные размеры отнесены к характерному линейному размеру R . Индекс ∞ относится к параметрам во внешнем потоке, а s и w — к параметрам за ударной волной и на поверхности тела.

В качестве граничных условий на внешней границе ударного слоя будем использовать обобщенные условия Рэнкина — Гюгонио, позволяющие учитывать эффекты молекулярного переноса в зоне скачка уплотнения. В гиперзвуковом приближении в пренебрежении химическими реакциями внутри ударной волны эти соотношения имеют вид

$$\begin{aligned} x^3 = x_s^3(x^1, x^2): \quad \rho(u^3 - D^* x_s^3) = u_\infty^3, \quad p = (u_\infty^3)^2 \\ u_\infty^3(u^\alpha - u_\infty^\alpha) = \frac{\mu}{\text{Re}} \frac{\partial u^\alpha}{\partial x^3} \\ u_\infty^3(c_i - c_{i\infty}) + I_i = 0, \quad i=1, \dots, N_r \\ u_\infty^3(c_j^* - c_{j\infty}^*) + I_j^* = 0, \quad j=N_r+1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$u_\infty^3 \left(\sum_{i=1}^N c_{i\infty} (h_i - h_{i\infty}) - B_{\alpha\beta} (u^\alpha - u_\infty^\alpha) (u^\beta - u_\infty^\beta) - (u_\infty^3)^2 \right) = \frac{c_p \mu}{\sigma \text{Re}} \frac{\partial T}{\partial x^3}$$

При $x^3=0$ граничные условия с учетом протекания на поверхности тела гетерогенных реакций и в пренебрежении отводом тепла внутрь тела запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} u^k = 0, \quad \frac{\mu c_p}{\sigma \text{Re}} \frac{\partial T}{\partial x^3} - \sum_{i=1}^N h_i I_i = \Gamma T^4 \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} I_i = \dot{r}_i \quad (i=1, \dots, N_r), \quad I_j^* = 0 \quad (j=N_r+1, \dots, N-1) \\ \Gamma = 2\epsilon_B \sigma_B T_0^4 / (\rho_\infty V_\infty^3) \end{aligned}$$

где ϵ_B — коэффициент черноты поверхности, σ_B — постоянная Стефана — Больцмана, $\rho_\infty V_\infty \dot{r}_i$ — скорость образования i -й компоненты за счет гетерогенных реакций.

При рассмотрении химических реакций в ударном слое воздух моделировался пятикомпонентной смесью газов O_2 , N_2 , NO , N , O , между которыми протекают три реакции диссоциации-рекомбинации и три обменные реакции. Зависимости констант прямых и обратных реакций от температуры определялись из [10], при расчете коэффициентов переноса смеси и термодинамических величин использовались данные работ [11–13].

Предполагалось, что каталитические реакции на поверхности тела являются реакциями первого порядка

$$\dot{r}_i = -\rho k_{wi} c_i, \quad i=O, N, NO \quad (1.4)$$

где $V_\infty k_{wi}$ — константа скорости гетерогенной рекомбинации.

Рассматривались следующие модели:

$$\begin{aligned} k_{wO} = 0 \text{ (модель 1); } k_{wO} = k_{wN} = \infty \text{ (модель 2),} \\ V_\infty k_{wO} = 10,4 \text{ м/с, } V_\infty k_{wN} = 3 \text{ м/с (модель 3),} \\ V_\infty k_{wi} = \sqrt{R_A T / (2\pi m_i)} a_i \exp(-E_i/T), \quad i=O, N, \\ a_O = 16, E_O = 10271 \text{ К, } a_N = 0,071, E_N = 2219 \text{ К (модель 4).} \end{aligned}$$

В последних двух моделях предполагалось, что $k_{wNO} = 0$. Модель 3 соответствует экспериментальным данным [14], а модель 4 — экспериментам [15].

2. Численное решение задачи. При численном решении задачи использовалась система координат $\{x^\alpha\}$ на поверхности, описанная в [16]. Эта система представляла собой систему координат типа цилиндрической с началом в критической точке $x^1 = 0$. Далее осуществлялся переход к новым переменным типа переменных Дорондицына, позволяющих разрешить особенности в исходной системе уравнений в окрестности критической точки.

Решение полученной таким образом краевой задачи находилось численно на основе неявной по x^3 конечно-разностной схемы, имеющей порядок аппроксимации $O(\Delta x^3)^4 + O(\Delta x^1) + O(\Delta x^2)^2$ и представляющей собой обобщение на трехмерный случай схемы [17]. Аппроксимация конвективного оператора и организация итерационного процесса выбиралась аналогично [16], а при решении уравнений неразрывности для отдельных компонент использовался подход [18], позволяющий реализовать алгоритм и не требующий предварительного разрешения соотношений Стефана — Максвелла относительно диффузионных потоков.

Проведенные расчеты показали, что используемый метод обладает устойчивостью, экономичен и позволяет получать решение исходной системы уравнений в достаточно широком изменении определяющих параметров задачи, в том числе и для случая отсутствия в течениях плоскостей симметрии. Среднее время расчета одного варианта на сетке $10 \times 45 \times 15$ составляло 3,5–4,5 ч на ЭВМ БЭСМ-6.

Были проведены тестовые сравнения с результатами работы [19], в которой в рамках уравнений полного вязкого ударного слоя решена задача об обтекании под углом атаки плоского треугольного крыла с затупленными передними кромками гиперзвуковым потоком воздуха. Отличие равновесной температуры поверхности тела в критической точке от данных [19] для всех рассмотренных моделей гетерогенных химических реакций не превышало 2,5–3%.

В качестве примера было рассмотрено обтекание под углом атаки α и углом скольжения β ($0 \leq \alpha \leq 45^\circ$, $0 \leq \beta \leq 45^\circ$) трехосного эллипсоида с соотношениями полуосей $10 : 7 : 3$. Условия в набегающем потоке соответствовали движению вдоль планирующей траектории входа в атмосферу Земли [20], которая считалась изотермической со следующим распределением плотности по высоте H , км: $\rho_\infty = 1,225 \cdot 10^{-3} \exp(-0,142 H)$, г/см³. Остальные параметры принимали значения: $R = 0,5$ м, $\epsilon_B = 0,85$.

3. Обсуждение результатов расчетов. В процессе расчетов наряду с анализом влияния определяющих параметров задачи на локальные характеристики течения, такие, как профили искомых функций поперек ударного слоя, большое внимание было уделено исследованию основных закономерностей в поведении интегральных характеристик обтекания, в частности распределений теплового потока q к поверхности тела и ее равновесной температуры T_w .

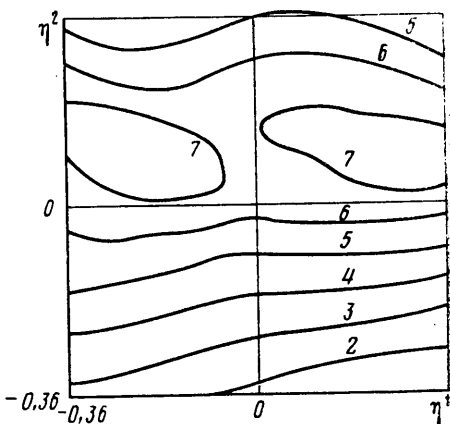
Анализ полученных решений показал, что характер распределения теплового потока вдоль поверхности тела определяется в основном углом атаки и скольжения. При $\alpha = \beta = 0$ распределения $q(x^1, x^2)$ носят симметричный характер и для рассмотренной формы эллипсоида имеют локальный максимум в критической точке. При ненулевых углах атаки (для $\beta = 0$) этот максимум, оставаясь в плоскости симметрии течения, смещается из критической точки в сторону уменьшения продольного радиуса кривизны контура в плоскости симметрии. С увеличением угла атаки при прочих равных условиях значение максимума в распределении $q^\circ = q/q_0$ (q_0 — тепловой поток в критической точке) растет, а сам он сдвигается дальше от критической точки. В то же время абсолютное значение теплового потока q с ростом угла атаки α падает как в критической точке, так и в точке локального максимума.

При обтекании тела под ненулевым углом скольжения картина распределения теплового потока еще более усложняется. Это хорошо видно из фиг. 1–3, на которых приведены характерные распределения относительного теплового потока q° вдоль поверхности тела в плоскости переменных $\eta^1 = x^1 \cos x^2$, $\eta^2 = x^1 \sin x^2$ для различных точек траектории и разных моделей протекания гетерогенных каталитических реакций при обтекании эллипсоида при $\alpha = \beta = 45^\circ$. На фиг. 1 приведены результаты при $H = 90$, $V_\infty = 7,8$ км/с, модели 2, на фиг. 2 — при $H = 70$, $V_\infty = 7,25$ км/с, модели 1, на фиг. 3 — при $H = 70$, $V_\infty = 7,25$ км/с, модели 2. На фиг. 1–3 кривые 1–8 соответствуют значениям $q^\circ = 0,32; 0,41; 0,52; 0,65; 0,81; 0,96; 1,04; 1,08$. Из приведенных расчетов следует, что для рассмотренной формы эллипсоида при ненулевых α и β на боковой поверхности тела

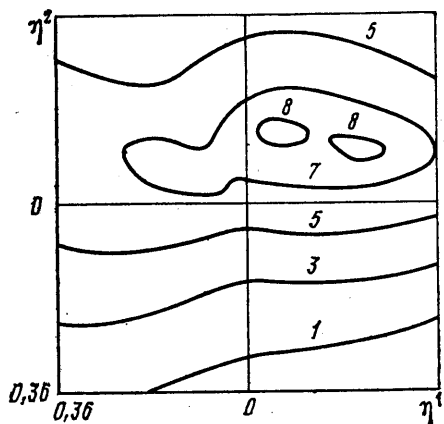
имеется характерная конечная по своим размерам область, в которой тепловой поток превышает свое значение в критической точке.

Анализ показывает, что этот максимум в распределении q° локализуется в окрестности точки с максимальной средней кривизной поверхности, причем его положение и его величина слабо зависят от модели протекания каталитических реакций и числа Рейнольдса (высоты полета).

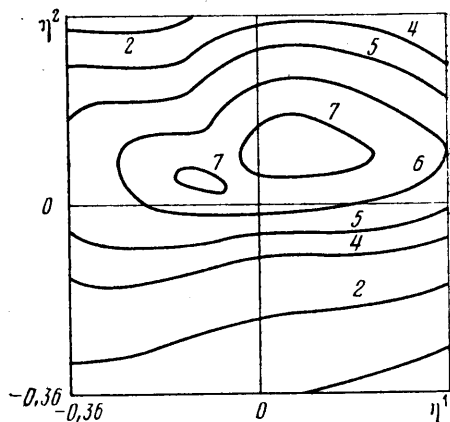
При исследовании двумерных течений многокомпонентных химически реагирующих газовых смесей широкое распространение в литературе получило приближение бинарной диффузии. В связи с этим с целью проверки влияния многокомпонентного характера диффузии на структуру течения и возможности использования этого приближения для исследования существенно пространственных течений в вязком ударном слое был проведен ряд расчетов, в которых диффузионные потоки каждой компоненты определялись на основе закона Фика с эффективным числом Шмидта, постоянным поперек всего ударного слоя и равным 0,5. Сравнения показали, что учет эффектов многокомпонентности приводит к возникновению разделения элементов в ударном слое, причем наиболее



Фиг. 1



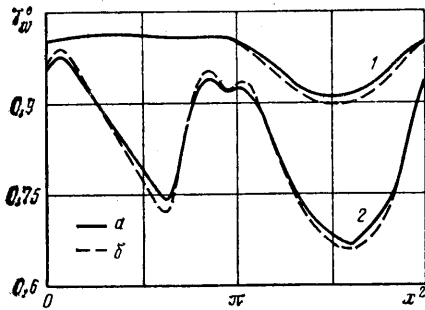
Фиг. 2



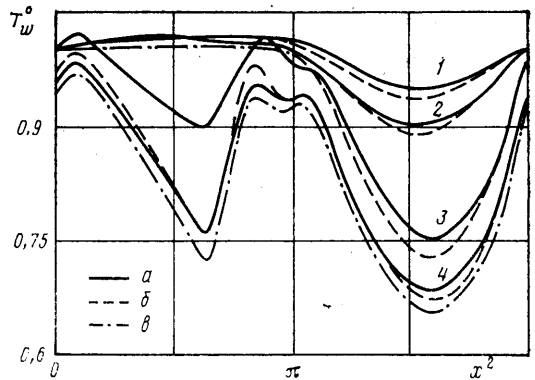
Фиг. 3

сильно это разделение происходит при высокой каталитической активности поверхности по отношению к рекомбинации атомов на стенке. Однако в целом эффект разделения на интегральных характеристиках сказывается достаточно слабо: абсолютные значения T_w различаются на 10–15 К; а различие в распределениях $T_w^\circ = T_w/T_{w0}$ (T_{w0} – равновесная температура поверхности эллипсоида в критической точке) не превосходит 0,5%. Все это позволяет сделать вывод о том, что применение модели бинарной диффузии при определении интегральных характеристик пространственного обтекания тел с каталитической поверхностью диссоциированным потоком воздуха является достаточно хорошим приближением.

Ранее в ряде работ [3, 4, 21, 22] при исследовании обтекания затупленных тел в рамках модели пространственного тонкого вязкого ударного слоя для замыкания задачи вне критической точки были предложены различные приближенные подходы для определения продольных гради-



Фиг. 4



Фиг. 5

ентов давления P_α поперек ударного слоя. Один из таких подходов основан на асимптотическом анализе задачи [6], из которого следует, что при малых числах Рейнольдса влияние градиентов давления на основные характеристики течения в первом приближении можно не учитывать. Как показали проведенные в данной работе соответствующие сравнения для исследуемой траектории, это приближение хорошо работает лишь для больших высот при $H \geq 90-95$. Для меньших высот пренебрежение градиентами давления может привести к довольно значительным погрешностям в определении теплового потока.

Другим достаточно распространенным способом замыкания задачи является подход, при котором величины P_α считаются постоянными поперек ударного слоя и равными своим значениям на ударной волне. Некоторые результаты проведенных сравнений представлены на фиг. 4, на которой изображены зависимости T_w^0 от угловой координаты x^2 для приближенного (линии *a*) и точного (линии *b*) метода расчета продольных градиентов давления при $\alpha = \beta = 45^\circ$, модели 4, $H = 70$, $V_\infty = 7,25$ км/с, $x^1 = 0,1$ (линии 1) и $x^1 = 0,4$ (линии 2). В целом из приведенных сравнений видно, что данное приближение приводит к некоторому занижению (на 30–35 К) абсолютной равновесной температуры поверхности, однако для относительных распределений T_w^0 соответствующая погрешность значительно меньше, что позволяет использовать указанное приближение в практике инженерных расчетов.

В целом абсолютные значения теплового потока и равновесной температуры поверхности сильно зависят от высоты полета и от характера протекания гетерогенных каталитических реакций. При этом влияние каталитической активности поверхности на уровень тепловых потоков существенно зависит от точки траектории: при $H \geq 85$ это влияние относительно невелико, что связано с низкой степенью диссоциации газа в ударном слое, а при $H \approx 70-65$ степень диссоциации возрастает, уровень тепловых потоков на данной траектории достигает своего максимума и характер протекания химических реакций на поверхности сказывается на ее равновесной температуре наиболее сильно. Наличие углов атаки и скольжения также сильно влияет на максимальное значение теплового потока. Так, при обтекании под углом атаки 45° (при $\beta = 0$) максимум теплового потока q уменьшается по сравнению со случаем $\alpha = \beta = 0$ на 15%, а при $\alpha = \beta = 45$ это уменьшение достигает 20%.

В отличие от абсолютных значений относительные распределения q^0 и T_w^0 значительно более консервативны и в ряде случаев слабо зависят от некоторых определяющих параметров задачи. В частности, если при малых числах Рейнольдса (на больших высотах) зависимость q^0 и T_w^0 от Re еще достаточно существенна, то при $Re \geq 10^{2,5}$ величины q^0 и T_w^0 практически уже не зависят от числа Рейнольдса. Расчеты также пока-

зали, что распределения q° и T_w° при прочих равных условиях очень слабо зависят от скорости протекания химических реакций на поверхности. Этот вывод хорошо иллюстрирует фиг. 5, на которой приведены зависимости T_w° от угловой координаты x^2 при $\alpha=\beta=45^\circ$ для различных моделей каталитической активности (линии a, b, c — модели 2, 1, 4) в зависимости от высоты полета ($H=90$ — линии 1, 3, $H=70$ км — линии 2, 4) и маршевой координаты x^1 ($x^1=0,1$ — линии 1, 2, $x^1=0,4$ — линии 3, 4).

Отмеченная выше слабая зависимость q_w° от механизма протекания гетерогенных реакций и от числа Рейнольдса позволяет предложить следующую инженерную формулу для определения теплового потока к каталитической поверхности трехмерного тела, обтекаемого при больших сверхзвуковых скоростях потоком диссоциированного воздуха:

$$q(x^1, x^2, k_{wi}) = q_0(k_{wi}) q^\circ(x^1, x^2) \quad (3.1)$$

Здесь $q_0(k_{wi})$ — тепловой поток в критическую точку данного тела для поверхности с исходными константами скоростей гетерогенной рекомбинации, а $q^\circ(x^1, x^2)$ — распределение теплового потока, отнесенного к своему значению в критической точке, в пограничном слое около тела этой же формы в случае, когда поверхность тела обладает идеально каталитическими свойствами. Величина $q_0(k_{wi})$ находится на основании численного решения задачи в критической точке, а распределение $q^\circ(x^1, x^2)$ определяется по формуле (2.6) работы [23]. Сравнение (3.1) с численным решением задачи в точной постановке показало, что для рассмотренного диапазона определяющих параметров предложенная формула определяет тепловой поток с точностью порядка 10% и может быть использована в практике инженерных расчетов.

Авторы благодарят Г. А. Тирского за полезные обсуждения результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Гиперзвуковой химически неравновесный вязкий ударный слой на крыльях с каталитической поверхностью // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 6. С. 127–135.
2. Казаков В. Ю., Пейгин С. В. Пространственный многокомпонентный вязкий ударный слой на каталитической поверхности в окрестности критической точки // Теплофиз. высоких температур. 1988. Т. 26. № 5. С. 901–908.
3. Гершбейн Э. А., Щелин В. С., Юницкий С. А. Исследование пространственного обтекания тел с каталитической поверхностью при их движении по траектории входа в атмосферу Земли // Космич. исслед. 1985. Т. 23. № 3. С. 416–425.
4. Гершбейн Э. А., Крупа В. Г., Щелин В. С. К исследованию пространственного гиперзвукового вязкого ударного слоя на затупленных телах, обтекаемых под углами атаки и скольжения // ПММ. 1986. Т. 50. Вып. 1. С. 110–118.
5. Cheng H. K. Hypersonic shock-layer theory of the stagnation region at low Reynolds number // Proc. 1961. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst. Stanford Calif.: Stanford Univ. Press, 1961. P. 161–175.
6. Гершбейн Э. А. Асимптотическое исследование задачи пространственного гиперзвукового обтекания вязким газом затупленных тел с проницаемой поверхностью // Гиперзвуковые пространственные течения при наличии физико-химических превращений. М., 1981. С. 29–51.
7. Гершбейн Э. А., Пейгин С. В., Тирский Г. А. Сверхзвуковое обтекание тел при малых и умеренных числах Рейнольдса // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Мех. жидкости и газа. 1985. Т. 19. С. 3–85.
8. Пейгин С. В., Тирский Г. А. Трехмерные задачи сверх- и гиперзвукового обтекания тел потоком вязкого газа // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Мех. жидкости и газа. 1988. Т. 22. С. 62–177.
9. Гершбейн Э. А. К теории пространственного обтекания затупленных тел гиперзвуковым потоком вязкого газа при наличии вдува // Некоторые вопросы механики сплошной среды, М., 1978. С. 144–156.
10. Miner E. W., Lewis C. H. Hypersonic ionizing air viscous shock-layer flows over nonanalytic blunt bodies // NASA CR. 1975. № 2550. 100 p.
11. Wilke C. A viscosity equation for gas mixtures // J. Chem. Phys. 1950. V. 18. № 4. P. 517–519.
12. Mason E. A., Sacena S. C. Approximate formula for the thermal conductivity of gas mixtures // Phys. Fluids. 1958. V. 1. № 5. P. 361–369.

13. Гурвич Л. В., Вейц И. В., Медведев В. А. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. М.: Наука, 1978. Т. 1. Кн. 2. 327 с.
14. Tong H., Buckingham A. C., Curry D. M. Computational procedure for evaluation of space shuttle TPS requirements // AIAA Pap. 1974. № 518. 13 p.
15. Scott C. D. Space shuttle laminar heating with finite-rate catalytic recombination // AIAA Pap. 1981. № 1184. 8 p.
16. Бородин А. И., Пейгин С. В. Пространственный тонкий вязкий ударный слой при отсутствии в течении плоскостей симметрии // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. № 2. С. 150-158.
17. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964. С. 304-325.
18. Гершбейн Э. А. Ламинарный многокомпонентный пограничный слой при больших вдувах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 1. С. 64-73.
19. Афонина П. Е., Власов А. Ю., Громов В. Г. Численное исследование теплообмена на поверхности треугольного крыла, обтекаемого гиперзвуковым потоком воздуха под большими углами атаки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 5. С. 196-199.
20. Masek R. V., Hender D., Forney J. A. Evaluation of aerodynamic uncertainties for space shuttle // AIAA Pap. 1973. № 737. 14 p.
21. Eaton R. R., Kalsther P. C. Viscous shock layer flow in the windward plane of cones at angle of attack // AIAA Pap. 1973. № 134. 10 p.
22. Гершбейн Э. А., Юницкий С. А. К теории пространственного гиперзвукового вязкого ударного слоя в окрестности плоскости симметрии // ПММ. 1984. Т. 48. Вып. 5. С. 768-775.
23. Брыкина И. Г., Гершбейн Э. А., Пейгин С. В. Исследование пространственного пограничного слоя на затупленных телах с проницаемой поверхностью // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 3. С. 49-58.

Томск

Поступила в редакцию
5.IX.1988