

УДК 533.6.011.72 : 537.84

© 1990 г.

БАРМИН А. А., ПУШКАРЬ Е. А.

НАКЛОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ АЛЬФВЕНОВСКОГО И КОНТАКТНОГО РАЗРЫВОВ В МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ

Взаимодействие между потоками проводящего сжимаемого газа с замороженным магнитным полем может быть сведено к стационарной задаче магнитной гидродинамики о наклонном взаимодействии сильных разрывов. В этом случае в рамках автомодельных решений выявляются особенности течений, возникающих при столкновении потоков и обусловленных самосогласованным взаимодействием магнитного поля и проводящей среды. Такое исследование является естественным продолжением и обобщением изучения стационарных автомодельных задач об обтекании клина [1, 2] и отражении ударной волны от стенки [3].

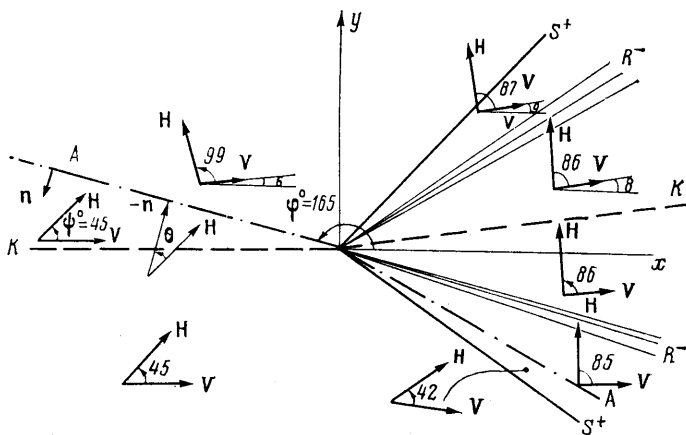
Для исследования стационарных автомодельных течений был предложен аппарат в виде обобщенных поляр [4], с помощью которых при заданном начальном состоянии находится состояние за комбинацией из быстрой и медленной волн (ударной или автомодельной) и альфвеновского разрыва между ними. При этом, как и в задаче о распаде произвольного разрыва, необходимо использовать две поляры, построенные для начальных состояний за взаимодействующими разрывами.

До работ авторов [5, 6] в точной постановке задача о пересечении сильных разрывов рассматривалась только в частных случаях ориентации магнитного поля: параллельного скорости газа [7, 8] или перпендикулярного плоскости течения [9]. В этих случаях решение строится аналогично газовой динамике и большинство магнитогидродинамических эффектов упускается. Подобные задачи рассматривались также применительно к околоземной плазме в упрощенной постановке. Например, предполагалось, что течение содержит по одной преломленной и отраженной волне, подобно газовой динамике [10]. Исследование взаимодействия тангенциальных разрывов с магнитогидродинамическими ударными волнами и другими разрывами [11, 12] ограничивалось частными случаями, общий метод решения отсутствовал, систематический анализ возникающих эффектов не проводился. В [5, 6] была дана общая постановка задачи о наклонном взаимодействии сильных разрывов и приведены примеры решения задач для случая падения быстрой ударной волны или вращательного разрыва на контактный.

Ниже предложен общий метод решения задач о взаимодействии стационарных разрывов. В общей постановке рассмотрена задача о наклонном падении альфвеновского плоскополяризованного разрыва на контактный. Численно построено решение во всем диапазоне изменения определяющих параметров. Выявлен ряд эффектов, связанных с магнитогидродинамическим характером взаимодействия. Например, обнаружено образование в пространстве секторов, в которых плотность падает на несколько порядков («почти» до вакуума).

Построенные решения представляют интерес, например, для исследования взаимодействия альфвеновских разрывов в солнечном ветре с магнитопаузой, плазмопаузой и другими неоднородностями, граница которых может аппроксимироваться контактным разрывом [13–15].

1. Рассмотрим наклонное падение плоского альфвеновского разрыва A на покоящийся плоский контактный разрыв K (фиг. 1) [6]. Будем предполагать, что магнитное поле H_0 перед падающим разрывом образует с контактным разрывом угол $0 < \psi < 180^\circ$ и H_0 перпендикулярно линии пересечения A и K . Альфвеновский разрыв будем предполагать плоскополяризованным, т. е. магнитное поле и скорость газа за ним лежат в той же плоскости, что и впереди. Помимо магнитного поля среду перед падающим разрывом характеризуют давление p_0 и плотность ρ_0 . На контактном разрыве непрерывны все величины, кроме плотности, поэтому его интенсивность характеризуется безразмерным параметром $\Delta = \rho_0/\rho_1'$. В соответствии с фиг. 1 Δ равно отношению плотности сверху к плотности



Фиг. 1

снизу. Штрихом будем обозначать величины и волны в области ниже контактного разрыва.

В системе координат, связанной с точкой пересечения разрывов, задача стационарна. Падающий разрыв образует угол φ_A ($90^\circ \leq \varphi_A \leq 180^\circ$) с исходным контактным разрывом, по которому направлена ось x (фиг. 1). В этой системе координат газ движется со скоростью $v/\sin \varphi_A$ вдоль оси x , где $v = H_n/\sqrt{4\pi\rho}$ — скорость альфвеновского разрыва.

Состояние газа в невозмущенной области характеризуется безразмерными параметрами: числом Альфвена $N = a_A/a_0 = |H_0|/\sqrt{4\pi\gamma p_0} = \sqrt{2/\gamma\beta}$ (β — отношение магнитного давления к газодинамическому, γ — показатель адиабаты), углами ψ и φ_A , а также параметром Δ , задающим интенсивность контактного разрыва.

Так как скорость падающего разрыва фиксирована — равна альфвеновской, то число Маха разрыва M_* и соответственно потока газа в выбранной системе координат M выражается через указанные параметры:

$$M_*^2 = N^2 \sin^2(\varphi_A - \psi), \quad M^2 = \frac{M_*^2}{\sin^2 \varphi_A}, \quad M_1'^2 = \frac{M_*^2}{\Delta \sin^2 \varphi_A}$$

Если считать заданным число M , то угол падения волны φ_A определяется двузначно

$$\operatorname{tg} \varphi_A = N \sin \psi (N \sin \psi \pm M)^{-1} \quad (1.1)$$

Знаки \pm соответствуют равным по модулю углам θ — отклонения нормали к A от H_0 ($\theta = \varphi_A - \psi - 90^\circ$).

По альфвеновскому разрыву течет ток [16]

$$i = -2 \cos(\varphi_A - \psi), \quad i = 4\pi j/cH_0 \quad (1.2)$$

В результате воздействия тока касательная компонента магнитного поля меняет знак на противоположный, сохраняясь по модулю. За разрывом скорость (u_{x1}, u_{y1}) и магнитное поле (h_{x1}, h_{y1}) определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \frac{u_{x1}}{M} &= 1 - \frac{N^2}{M^2} \sin 2(\varphi_A - \psi) \operatorname{ctg} \varphi, & \frac{u_{y1}}{M} &= -\frac{N^2}{M^2} \sin 2(\varphi_A - \psi) \\ h_{x1} &= \cos \psi - 2 \cos(\varphi_A - \psi) \cos \varphi_A, & h_{y1} &= \sin \psi - 2 \cos(\varphi_A - \psi) \sin \varphi_A \\ u_{x1} &= \frac{v_{x1}}{a_0}, & u_{y1} &= \frac{v_{y1}}{a_0}, & h_{x1} &= \frac{H_{x1}}{H_0}, & h_{y1} &= \frac{H_{y1}}{H_0} \end{aligned}$$

Поскольку магнитное поле на A по модулю не изменяется и давление непрерывно, число Альфвена за ним $N_1=N$. Число Маха и тангенс угла наклона магнитного поля к скорости за A определяется формулами

$$M_1 = M \sqrt{u_{x1}^2 + u_{y1}^2}, \quad \operatorname{tg} \psi_1 = \frac{u_{x1} h_{y1} - u_{y1} h_{x1}}{u_{x1} h_{x1} + u_{y1} h_{y1}}$$

2. Рассматриваемая задача является автомодельной, поскольку она не содержит характерного линейного размера. Решение будем строить в виде комбинации автомодельных стационарных решений, расходящихся от точки 0: наклонных ударных волн (быстрых S^+ и медленных S^-), альфвеновских (вращательных) плоскополяризованных разрывов A и центрированных простых волн разрежения (быстрых R^+ и медленных R^-), исследованных ранее [16, 17]. Состояние за медленными волнами разделено контактным разрывом, угол наклона которого и скачок плотности должны быть определены в процессе решения. Волны в среде за падающей вращательной волной будем называть отраженными, а в среде ниже контактного разрыва — преломленными. Состояние за k -той волной (разрывом) будем обозначать нижним индексом k . Пример решения для $N=1$, $\psi=90^\circ$, $\varphi=140^\circ$, $\Delta=0,5$ построен на фиг. 1.

Граничные условия на контактном разрыве запишем в виде

$$u_{xk} = u_{xk}', \quad u_{yk} = u_{yk}', \quad |H_k| = |H_k'|, \quad p_k = p_k' \quad (2.1)$$

В силу постоянства электрического поля в стационарном течении из этих условий следует непрерывность магнитного поля как вектора.

Ударные волны S^+ и S^- будем характеризовать углом наклона φ_{\pm} к линии тока перед ними, а центрированные простые волны R^+ и R^- — углом наклона φ_{\pm} задней характеристики, ограничивающей сектор разрежения.

Состояние за ударной волной S_k в системе координат, ось x которой ориентирована по линии тока перед S_k , определяется уравнением адиабаты $\Phi(i, \varphi) = 0$ (следствие закона сохранения), из которого находится $i = i(\varphi)$, и соотношениями, выражающими остальные параметры течения через i и φ :

$$\begin{aligned} \Phi(i, \varphi) = & \frac{\gamma}{\gamma-1} (P_{k-1}(\chi-1)(i + \cos(\varphi-\psi)) - 0,5\chi i^3 - (1,5\chi+0,5) \times \\ & \times \cos(\varphi-\psi) i^2 - (\chi+1,5) \cos^2(\varphi-\psi) i - \cos^3(\varphi-\psi) + \frac{M^2 \sin^2 \varphi}{2N^2(\gamma-1)} (1-\chi) \times \\ & \times [(\gamma+1)\chi i + 2 \cos(\varphi-\psi) - (\gamma-1)i] + (\cos(\varphi-\psi) + 0,5\chi i) (\cos(\varphi-\psi) + i)^2 = 0 \end{aligned}$$

$$\chi = \frac{N^2 \sin^2(\varphi-\psi)}{M^2 \sin^2 \varphi}, \quad \eta_k = 1 - i \frac{1-\chi}{i + \cos(\varphi-\psi)} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} P_k = & 1 + \gamma M^2 (1 - \eta_k) \sin^2 \varphi - \gamma N^2 (i \cos(\varphi-\psi) + 0,5 i^2) \\ \frac{u_{xk}}{M} = & 1 - \sin^2 \varphi (1 - \eta_k) + i \frac{N^2}{M^2} \sin(\varphi-\psi) \operatorname{ctg} \varphi \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\frac{u_{yk}}{M} = (1 - \eta_k) \sin \varphi \cos \varphi + i \frac{N^2}{M^2} \sin(\varphi-\psi)$$

$$h_{xk} = \cos \psi_{k-1} + i \cos \varphi, \quad h_{yk} = \sin \psi_{k-1} + i \sin \varphi$$

$$\begin{aligned} \eta_k = \frac{\rho_{k-1}}{\rho_k}, \quad i = \frac{4\pi j}{c H_{k-1}}, \quad P_k = \frac{p_k}{p_{k-1}}, \quad M = \frac{v_{k-1}}{a_0}, \quad N = \frac{a_A}{a_0} \quad (2.4) \\ a_0^2 = \frac{\gamma P_{k-1}}{\rho_{k-1}}, \quad a_A = \frac{H_{k-1}}{\sqrt{4\pi \rho_{k-1}}}, \quad P_{k-1} = \frac{1}{\gamma N^2}, \quad u_{xk} = \frac{v_{xk}}{a_0}, \quad u_{yk} = \frac{v_{yk}}{a_0} \end{aligned}$$

Из условий эволюционности магнитогидродинамических ударных волн следуют ограничения на угол наклона и скачок плотности для быстрых и медленных ударных волн соответственно [16]

$$\omega \geq 0, \chi < 1, 1 \geq \eta_k \geq \chi; \omega \leq 0, \chi \geq 1, \eta_k < 1 \quad (2.5)$$

$$\omega = \sin^2 \varphi + (\chi - N^2 - 1)M^{-2}; \omega(\varphi) = 0$$

Уравнение $\omega(\varphi) = 0$ определяет характеристические углы быстрых (при $\chi \leq 1$) и медленных (при $\chi \geq 1$) волн (уходящие φ_{\pm}^{-} и приходящие φ_{\pm}^{+}). Соотношение $\chi = 1$ дает $\varphi_{\Delta}^{-}(\varphi_{\Delta}^{+})$. Условия эволюционности для S^{-} сводятся к ограничениям $\varphi_{-} \in [\varphi_{-}^{-}, \varphi_{\Delta}^{+}]$.

Для S^{+} условия эволюционности позволяют однозначно определить состояние за S^{+} при $\varphi_{+} \in [\varphi_{+}^{-}, \varphi_{+}^{+}]$, однако при этом часть ударных волн наклонена вверх по потоку, так как $\varphi_{+}^{-} > 90^{\circ}$. Требование отсутствия в решении быстрых ударных волн, связанных с характеристиками, приходящими из бесконечности, накладывает на φ_{+} ограничение сверху: $\varphi_{+} < \varphi_{+}^{*} = (\varphi_{+}^{-} + \varphi_{+}^{+})/2$. При начальных параметрах, достаточно близких к границе гиперболичности решения, возможна ситуация $\varphi_{+}^{-} > 90^{\circ}$, т. е. волны, определяемые уходящими характеристиками, наклонены вверх по потоку, при этом отбрасываемая волна имеет больший наклон вперед.

Состояние за автоматической волной разрежения R_k^{\pm} в той же системе координат, что и S_k^{\pm} , определяется следующей системой уравнений:

$$\eta_k = \frac{1}{R}, \quad P_k = R^{\gamma}, \quad \beta_{vk} = \varphi + \arctg \frac{M_{\varphi}}{M_r} - 0,5 \left(1 - \frac{M_r}{|M_r|} \right) \pi$$

$$\left(\frac{u_{xk}}{M}, \frac{u_{yk}}{M} \right) = R^{1/2(\gamma-1)} \sqrt{M_{\varphi}^2 + M_r^2} (\cos \beta_{vk}, \sin \beta_{vk}) \quad (2.6)$$

$$\beta_{Hk} = \varphi + \arctg \frac{N_{\varphi}}{N_r} + 0,5 \left(1 - \frac{N_r}{|N_r|} \right) \pi$$

$$(h_{xk}, h_{yk}) = N^{-1} R^{\gamma/2} \sqrt{N_r^2 + N_{\varphi}^2} (\cos \beta_{Hk}, \sin \beta_{Hk})$$

$$\frac{1}{R} \frac{dR}{d\varphi} = - \frac{2}{M_{\varphi}} \frac{(M_{\varphi}^4 - N_{\varphi}^4) M_r + N_r N_{\varphi} M_{\varphi}}{3M_{\varphi}^4 - (2-\gamma)M_{\varphi}^2 - (\gamma+1)N_{\varphi}^2} \equiv Q$$

$$\frac{dM_r}{d\varphi} = M_{\varphi} + \left(\frac{N_r N_{\varphi} M_{\varphi}}{M_{\varphi}^2 - N_{\varphi}^2} - \frac{\gamma-1}{2} M_r \right) Q$$

$$\frac{dN_r}{d\varphi} = N_{\varphi} + N_r \left(\frac{M_{\varphi}^2}{M_{\varphi}^2 - N_{\varphi}^2} - \frac{\gamma+1}{2} \right) Q, \quad \frac{dN_{\varphi}}{d\varphi} = -N_r \left(1 + \frac{\gamma+1}{2} Q \right) \quad (2.7)$$

$$M_{\varphi} = -0,5 |((N_{\varphi}^2 + 1)^2 + N_r^2)^{1/2} \pm ((N_{\varphi}^2 - 1)^2 + N_r^2)^{1/2}|$$

$$R = \frac{\rho_k}{\rho_{k-1}}, \quad M_{\varphi} = \frac{v_{\varphi}}{a}, \quad M_r = \frac{v_r}{a}, \quad N_{\varphi} = \frac{H_{\varphi}}{\sqrt{4\pi\rho a}}, \quad N_r = \frac{H_r}{\sqrt{4\pi\rho a}}, \quad a = \sqrt{C_0 \gamma \rho}^{1/2(\gamma-1)}$$

Здесь индексы r и φ обозначают радиальную и азимутальную составляющие скорости и магнитного поля в цилиндрической системе координат, знаки \pm в последнем уравнении относятся к быстрым или медленным волнам соответственно. Система (2.7) автономная, но в рассматриваемой задаче начальное значение φ_0 , задающее угол наклона характеристики к линии тока, не произвольно, а определяется по значениям параметров N, ψ, M из (2.5). По φ_0 находятся из N и M начальные значения (N_{φ}, N_r) и (M_{φ}, M_r) , а $R_0 = 1$. Максимальная величина φ определяется: для R_{+} условием $v_{\varphi} = a$, т. е. $M_{\varphi} = N_{\varphi}$, \mathbf{H} перпендикулярно характеристике, а для R_{-} условием разрежения до вакуума ($R = 0$) [17].

Состояние за альфвеновским разрывом определяется соотношениями, аналогичными (1.3), угол его наклона задается условием $\chi = 1$ и опре-

деляется однозначно, поэтому плоскополяризованный альфвеновский разрыв свободным параметром не обладает.

Несмотря на приведенные соотношения, граничные условия (2.1) не могут быть записаны в явном виде, поскольку при различных значениях φ_+ и φ_- функции $u_x, u_y, |H|$ и p имеют разный вид, определенный из конечных соотношений для ударных волн (2.3) и дифференциальных уравнений (2.7) для волн разрежения.

Для существования регулярного решения необходимо, но недостаточно, чтобы течения за падающим альфвеновским разрывом и ниже контактного разрыва имели гиперболический тип, поскольку для анализа потока квазигиперболического типа необходимо привлекать условия на бесконечности вниз по течению [18], а при эллиптико-гиперболическом типе течения автомодельное решение не существует, как и в дозвуковой газовой динамике.

3. Для построения решения и его анализа используем две обобщенные поляры [4], построенные для начальных состояний за падающим альфвеновским разрывом и ниже контактного разрыва.

Обобщенная поляра представляет собой двумерное ограниченное многообразие в пространстве физических переменных $u_x, u_y, H_x, H_y, p, \rho$, каждая точка которого является функцией двух независимых переменных φ_+, φ_- (в газовой динамике одной, например, — углом поворота скорости). Соотношения, задающие эти зависимости, приведены выше: (2.2)–(2.7).

По значениям φ_{\pm} можно определить тип волны, которой они соответствуют: если φ_{\pm} больше угла наклона соответствующей характеристики, то S^{\pm} , если меньше — то R^{\pm} . Из-за возможного наличия или отсутствия в решении альфвеновского разрыва имеет место двузначность: одна и та же точка (φ_+, φ_-) может описывать разные состояния среды. При этом два решения $S^+S_*^-$ и $S^+AS_*^-$ (S_*^- — медленная волна максимальной интенсивности, выключаяющая поле), определяющие одну и ту же точку в пространстве физических параметров на обобщенной поляре, задаются разными значениями φ_- , т. е. при непрерывном изменении состояния среды переменная φ_- терпит разрыв на линии, где касательное к волне магнитное поле $H_x=0$. Это справедливо и для решений типа $R^+S_*^-$ и $R^+AS_*^-$. В силу вышесказанного обобщенная поляра на плоскости φ_+, φ_- не является связной областью.

Для исключения двузначности и несвязности введем новую независимую переменную: $\varphi_-^t = \varphi_-$, если альфвеновский разрыв отсутствует; $\varphi_-^t = 2\varphi_A - \Delta\beta_A - \varphi_-$, если альфвеновский разрыв присутствует. Здесь $\Delta\beta_A$ — угол поворота скорости в A . При заданном φ_+ у S_*^- : $\varphi_- = \varphi_A = \varphi_-^*$ (у выключаящих волн угол наклона равен альфвеновскому), а в случае решения AS_*^- : $\varphi_-^t = \varphi_A$, так как в случае $\Delta\beta_A + \varphi_-^* = \varphi_A$. Легко видеть, что при отсутствии $A\varphi_-^t < \varphi_A$, а при его наличии $\varphi_- > \varphi_A$, т. е. можно выразить φ_- через φ_-^t :

$$\varphi_- = \varphi_-^t, (\varphi_-^t \leq \varphi_A); \quad \varphi_- = 2\varphi_A - \Delta\beta_A - \varphi_-^t, (\varphi_-^t > \varphi_A) \quad (3.1)$$

Поскольку $\Delta\beta_A$ и φ_A известны (см. (1.1)–(1.3)), из (3.1) однозначно определяются φ_- и наличие в решении альфвеновского разрыва, при этом несвязность устранена.

Переменная φ_-^t имеет ограничения, связанные с предельными волнами разрежения R_*^- до вакуума [17]. Эти ограничения являются функциями интенсивности предшествующей быстрой волны и при отсутствии в решении A ограничивают φ_-^t снизу, а при наличии A — сверху. На решении $R_*^+R_*^- = R_*^+AR_*^-$ они совпадают. Значение φ_+^{\min} , достигаемое в R_*^+ , ограничивает φ_+ снизу. Таким образом, решение рассматриваемой задачи строится в ограниченной области независимых переменных φ_+ и φ_- .

Для численного решения использовался метод Ньютона [19]. В качестве нулевого приближения над преломленным контактным разрывом выбирался поступательный поток за падающим альфвеновским разрывом: $(\varphi_+)_0 = \varphi_+^{\rightarrow}, (\varphi_-^t)_0 = \varphi_-^{\rightarrow}$. Нулевое приближение ниже K выбиралось либо в виде альфвеновского разрыва для нижней среды, т. е. $(\varphi_+^t)_0 = \varphi_+^{\rightarrow}, (\varphi_-^t)_0 = 2\varphi_A - \Delta\beta_A - \varphi_-^{\rightarrow}$, либо в виде поступательного потока: $(\varphi_+^t)_0 = \varphi_+^{\rightarrow}, (\varphi_-^t)_0 = \varphi_-^{\rightarrow}$. Поскольку задача последовательно решалась для нескольких значений скачка плотности на K , в качестве нулевого приближения для большего скачка плотности ниже K выбиралось решение для предыдущего значения Δ , что позволило ускорить процесс сходимости.

Как правило, итерационный процесс сходил за три-пять итераций, время на итерацию зависело от типа решения. Расходимость итерационного процесса толковалась как отсутствие автомодельного решения. В этом случае прослеживался выход последовательности состояний на границу обобщенной поляры. Увеличение числа итераций было связано с близостью решения к предельным случаям: наличие R_*^+ , включающих ударных волн S_*^+ и т. п.

Таблица 1

Δ	$\varphi^\circ=100$	105	110	115	120	125	130	135
10,0								
5,0								
2,0								
1,4								
0,8				SR		RR	RR	RR
				SR		RS	RR	RAR
0,5	SR	SR	SR	SR		RR	RR	RR
	SR	SR	SR	SR		RR	RR	RR
0,1	SR	SR	SR	SR		RR	RR	RR
	SR	SR	SR	SR		RR	RR	RR
0,01		SS	SS	SS		RR	RR	RR
		SS	SS	SS		RR	RR	RR
Δ	$\varphi^\circ=140$	145	150	155	160	165	170	175
10,0								RAS
								RAS
5,0								RS
								RAS
2,0							RAS	RS
							SAS	RAS
1,4						SS	RS	RS
						SAS	SAS	RAS
0,8	RR				RR	RR	SR	SR
	RAR				RAR	RAR	SAR	SAR
0,5	RR				RR	RR	SR	SR
	RR				RAR	RAR	SAR	SAR
0,1	RR				RR	RR	SR	SR
	RR				RAR	RAR	SAR	SAR
0,01	RR				RR	RR	SR	SR
	RR				RAR	RAR	SAR	SAR

4. Результаты проведенного численного анализа обработаны в виде диаграмм для различных значений угла падения φ_A и перепада плотности Δ при фиксированном магнитном поле ($N=\text{const}$, $\psi=\text{const}$). На них представлены качественный вид течения и порядок величины динамического воздействия на среду каждой из образующих его волн. Эти диаграммы позволяют легко определить характер возникающего течения в зависимости от определяющих параметров (φ_A , Δ , N , ψ) и его качественную перестройку при изменении последних. Ниже в качестве примера представлены диаграммы для $N=3$, $\psi=30^\circ$ (табл. 1 и 2) и для $N=1,4$, $\psi=60^\circ$ (табл. 3 и 4).

По горизонтали отложен угол падения альфвеновского разрыва, по вертикали — перепад плотности на K . Преломленные и отраженные волны (табл. 1 и 3) обозначены буквами S , A и R . Верхняя комбинация соответствует отраженным, нижняя — преломленным волнам. Индексы плюс и минус у волн не ставились, левая волна всегда быстрая, правая — медленная. Например, комбинация RS/SAS при $\varphi_A=170^\circ$, $\Delta=1,4$ в табл. 1 обозначает отраженные волны R^+S^- и преломленные волны S^+AS^- , т. е. течение вида $R^+S^-KS^+AS^-$. Пропуски в таблицах означают отсутствие решения рассматриваемого класса. Исключение представляет случай $\varphi_A=\psi+90^\circ$, который соответствует падающему альфвеновскому разрыву нулевой интенсивности ($\theta=0$, фронт A перпендикулярен H , скачок величин на A равен нулю).

В табл. 2 и 4 представлены количественные характеристики структуры течения. Величина динамического воздействия магнитогидродинамических волн на среду I_d определялась изменением полной величины импульса среды, обусловленным как изменением давления, так и магнитного поля. Для обзорности полученных результатов проведено разбиение интенсивностей волн на классы. В качестве характеристики класса взяты логарифмы величин динамического воздействия, причем масштаб (основание логарифмов) выбран так, что наибольшему воздействию соответствует цифра 9, волнам слабой интенсивности — нуль, а отсутствию волны (альфвеновского разрыва) — тире.

Таблица 2

Δ	$\varphi=100$	105	110	115	120	125	130	135
	$f=8$	7	6	4	0	4	6	7
10								
5								
2								
1,4								
0,8				4-0		4-0	6-0	7-0
				4-0		4-0	6-0	740
0,5	8-0	8-0	6-0	5-0		4-0	6-0	7-0
	8-1	8-0	6-0	5-0		4-0	6-0	7-0
0,1	8-0	8-0	6-0	5-0		4-0	6-0	7-0
	8-0	8-0	6-0	5-0		4-0	6-0	7-0
0,01		7-0	6-0	5-0		5-0	6-0	7-1
		7-0	6-0	5-0		5-0	6-0	7-1
Δ	$\varphi=140$	145	150	155	160	165	170	175
	$f=8$				9	9	9	9
10								976
5								765
2								9-5
								685
							943	9-3
							293	483
1,4						9-1	9-1	9-1
						591	091	291
0,8	8-0				9-1	9-0	9-1	9-1
	740				480	290	091	190
0,5	8-1				9-1	9-1	9-2	9-1
	8-1				681	481	191	391
0,1	8-1				9-1	9-2	9-2	9-2
	8-1				771	482	392	692
0,01	8-1				9-1	9-2	9-2	9-2
	8-1				771	481	391	792

Например, для $N=3$, $\psi=30^\circ$ из табл. 2 находим, что при $\varphi_A=170^\circ$ падающий альфвеновский разрыв был очень сильным ($f_a=9$), при $\Delta=1,4$ преломленный альфвеновский разрыв и отраженная волна R^+ имели одинаковый порядок интенсивности, остальные волны были существенно менее интенсивны, причем преломленная S^+ слабая. Недостатком принятой оценки динамического воздействия является невозможность из значения f_a установить, насколько сильно происходит падение плотности в простых волнах.

Опишем основные особенности возникающих течений. Автомодельное решение существует не для всех значений определяющих параметров. При падении альфвеновского разрыва на более разреженный газ ($\Delta > 1$) решение существует только при достаточно больших углах падения. С увеличением Δ и ψ область существования решения уменьшается. Причиной отсутствия автомодельного решения в этом случае является эллиптико-гиперболический характер течения ниже контактного разрыва.

В случае падения альфвеновского разрыва на более плотную среду ($\Delta < 1$) решение не существует по двум причинам. Во-первых, при сильных магнитных полях ($N \geq 1,4$) и небольших значениях ψ ($\psi \leq 30^\circ$) решение отсутствует для промежуточных углов падения φ_A из-за эллиптико-гиперболического характера течения за падающим альфвеновским разрывом. Такое «исчезновение» решения при монотонном изменении φ_A связано с немонотонной зависимостью скорости за падающим альфвеновским разрывом от φ_A . В табл. 1 это соответствует области изменения φ_A от 145 до 155° , в табл. 3 такая область отсутствует.

Во-вторых, при приближении угла падения к 90° взаимодействие становится нерегулярным. Вблизи границы регулярное решение отвечает

Таблица 3

Δ	$\varphi=120$	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175
10											SR	SAS
5											SR	SR
2						RS		SR	SR	SR	SR	SR
1,4					RS	RS		SR	SR	SR	SS	RS
0,8			SR	SR	RAS	RS		SR	SAR	SAR	SAS	RAS
0,5	SR	SR	SAR	SAR	SAR	SAR		RAS	RAS	RAS	RAS	RAS
0,1	SAR	SAR	SR	SR	SR	SR		RS	RS	RR	RR	SR
0,01	SR	SR	SR	SR	SR	SR		RS	RAS	RAR	SAR	SAR
		SR	SR	SR	SR	SR		RS	RR	RAR	SAR	SR
									RAS	RAR	SAR	SAR

Таблица 4

Δ	$\varphi=120$	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175
	$f=6$	6	5	5	4	2		2	4	5	5	6
10											5-1	641
5										5-0	5-0	041
2						3-0		2-0	4-0	5-0	5-0	621
1,4					4-0	2-0		2-0	4-0	350	150	141
0,8			6-0	5-0	320	2-0		2-0	240	150	050	060
0,5	8-0	8-0	260	250	240	230		110	130	140	050	060
0,1	581	581	7-0	6-0	4-0	3-0		2-0	4-0	5-0	610	7-1
0,01	9-0	9-0	571	561	4-1	3-0		3-0	320	240	060	171
	9-6	9-4	8-3	7-2	6-1	3-0		3-0	410	350	061	372
		9-0	9-0	8-0	6-0	4-0		4-0	6-0	6-1	553	8-4
		9-2	9-2	8-2	6-1	4-1		4-1	510	351	172	483

сильной ветви автомодельного решения, содержащего ударные волны с большим сжатием среды при одинаковом повороте скорости потока. В табл. 1 предельное значение φ_A около 100° , в табл. 3 — порядка 120° . При увеличении φ границы сильного решения отвечают большие значения угла падения, т. е. область существования решения при этом уменьшается.

Возникающее при падении альфвеновского разрыва на контактный течение обусловлено существенно нелинейным характером взаимодействия, поэтому говорить о преломлении альфвеновского разрыва можно условно, так как фактически происходит нелинейный его распад. При слабом падающем альфвеновском разрыве (угол θ мал) для небольшого (но конечного) перепада плотности на K , он распадается на быстрые ударные волны (отраженные и преломленные) при $\theta < 0$ и на быстрые волны разрежения при $\theta > 0$. Медленные волны в этом случае слабые. Характер возникающего течения (тип волн) определяется отклонением потока в A вниз при $\theta < 0$ и вверх при $\theta > 0$. В табл. 5 изображена качественная картина возникающих течений в окрестности точки $\theta=0$, $\Delta=1$, ($N=3$, $\psi=60^\circ$), из которой видно, что преломленный альфвеновский разрыв отсутствует в результирующем течении в секторах, примы-

Таблица 5

Δ	$\varphi^\circ=145$	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155
	$\theta^\circ=-5$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
1,4	RS	RS	RS	RS	RS		SR	SR	SR	SR	SR
	RS	RS	RS	RS	RS		SR	SR	SR	SR	SR
1,3	RS	RS	RS	RS	RS		SR	SR	SR	SR	SS
	RS	RS	RS	RS	RS		SR	SR	SR	SR	SAR
1,2	RS	RS	RS	RR	RR		SR	SR	SR	SR	SS
	RAS	RAS	RS	RS	RR		SR	SR	SAR	SAR	SAR
1,1	RS	RS	RS	RS	RR		SR	SR	SR	SR	SS
	RAS	RAS	RAS	RAS	RR		SS	SAR	SAR	SAS	SAS
0,95	SR	SR	SR	SR	SR		RS	RS	RS	RS	RR
	SAR	SAR	SAR	SAR	SAR		RAR	RAR	RAR	RAR	RAR
0,9	SR	SR	SR	SR	SR		RS	RS	RS	RS	RR
	SAR	SAR	SAR	SAR	SR		RS	RAR	RAR	RAR	RAR
0,85	SR	SR	SR	SR	SR		RS	RS	RS	RS	RR
	SAR	SAR	SAR	SR	SR		RS	RS	RAR	RAS	RAS
0,8	SR	SR	SR	SR	SR		RS	RS	RS	RS	RR
	SAR	SAR	SR	SR	SR		RS	RS	RAR	RAS	RAS
0,5	SR	SR	SR	SR	SR		RS	RS	RS	RR	RR
	SR	SR	SR	SR	SR		RS	RS	RS	RS	RR

кающих к линии $\Delta=1$, когда контактный разрыв «сильнее» альфвеновского.

При увеличении $|\theta|$ преломленные быстрые волны достигают предельной интенсивности (которая зависит от Δ) и происходит распад быстрой волны на ее комбинацию с преломленным альфвеновским разрывом. Для разных знаков θ это явление имеет качественно разную природу. При $\theta < 0$, $N > 1$ распад происходит нелинейно: ударная волна предельной интенсивности является включающей S^+ , от нее «отслаивается» альфвеновский разрыв с интенсивностью, большей интенсивности падающего, поскольку магнитное поле в S^+ и преломленном A разворачивается в разные стороны. Интенсивность S^+ одного порядка с интенсивностью A (табл. 3, 4: $\varphi_A=135^\circ$, $\Delta=0,5$, $\varphi_A=145^\circ$, $\Delta=0,8$). При $\theta > 0$ распад R^+ происходит «линейным» образом: возникающий преломленный альфвеновский разрыв имеет маленькую интенсивность (табл. 1, 2: $\varphi_A=135^\circ$, $\Delta=0,8$; табл. 3, 4: $\varphi_A=160^\circ$, $\Delta=0,5-0,01$).

При больших $|\theta|$ ($\theta < 0$) ударные волны в решении имеют большую интенсивность, причем максимальная интенсивность S^+ соответствует углам φ_+ , близким к 90° , при этом преломленная S^+ становится волной, наклоненной вперед по потоку (граница решения рассматриваемого класса) (табл. 1, 2: $\varphi_A=100^\circ$, табл. 3, 4: $\varphi_A=120^\circ$).

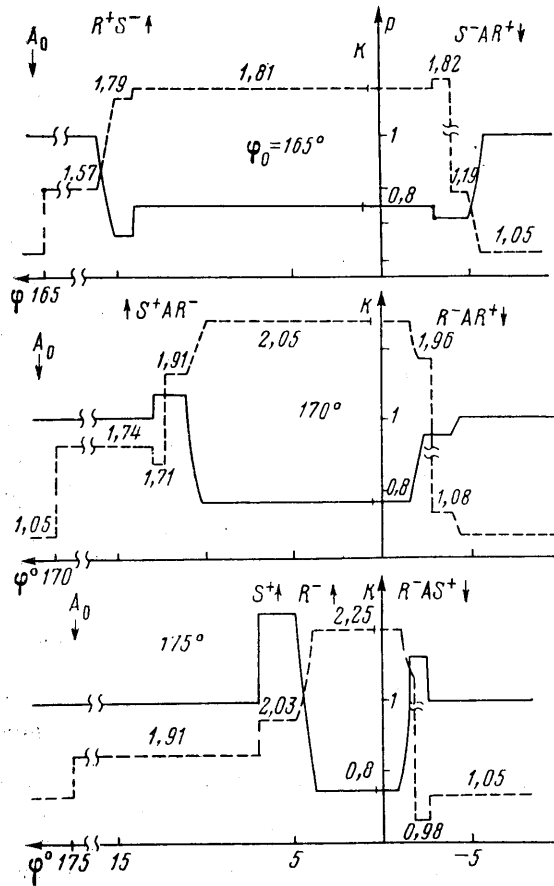
Таким образом, взаимодействие вращательного разрыва, в котором изменяются только касательные компоненты магнитного поля и скорости, с неоднородностями плотности (контактный разрыв) приводит к изменению термодинамических параметров среды и необратимой диссипации в ударных волнах. Этот процесс можно рассматривать как переход магнитной и кинетической энергии во внутреннюю энергию среды (нагрев, повышение давления).

Другим проявлением нелинейного характера взаимодействия является резкая перестройка течения с изменением угла падения, которая имеет место при любых значениях N для $30^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$. Например, для $\varphi=60^\circ$ перестройка решения представлена ниже:

$$N=3, \Delta \sim 0,5:$$

$$\varphi_A^\circ=169 \quad - \quad 170 \quad - \quad 171 \quad - \quad 172$$

$$\frac{R+R^-}{R+AR^-} \quad \frac{R+R^-}{R+AR^-} \quad \frac{R+AR^-}{R+AR^-} \quad \frac{S+AR^-}{R+AR^-} \quad \frac{S+AR^-}{S+AR^-} \quad \frac{S+R^-}{S+AR^-} \quad \frac{S+R^-}{S+AR^-}$$



Фиг. 2

$N=1, \Delta \sim 0,1:$

$\varphi_A = 165$	166	167	168	169	170	171	172	173
$\frac{R+S^-}{R+AS^-}$	$\frac{R.+S^-}{R+AS^-}$	$\frac{R+AS^-}{R+AS^-}$	$\frac{R+AR^-}{R+AS^-}$	$\frac{R+AR^-}{R+AR^-}$	$\frac{S+AR^-}{R+AR^-}$	$\frac{S+AR^-}{S+AR^-}$	$\frac{S.+R^-}{S+AR^-}$	$\frac{S+R^-}{S+AR^-}$

Такая катастрофическая перестройка течения обусловлена разворотом магнитного поля в падающем альфвеновском разрыве до значений, при которых альфвеновские характеристики близки к быстрым ($N > 1$) или медленным ($N < 1$) магнитозвуковым, поэтому кардинальная перестройка течения происходит в основном в отраженных волнах, в то время как преломленное течение меняется в меньшей степени. Характерным моментом является большая интенсивность преломленной альфвеновской и отраженной быстрой (или альфвеновской) волн. Переход ударной волны в волну разрежения происходит во всех случаях через волны слабой интенсивности. Отметим, что подобные «катастрофы» решения имели место и при обтекании клина [1, 2].

Характер изменения физических величин при рассмотренной выше перестройке течения представлен на фиг. 2 для $N=1,0$, $\psi=60^\circ$, $\Delta=0,1$, где сплошные линии изображают давление p в плазме, а штриховые — наклон магнитного поля β_h (значения β_h указаны в радианах). Вертикальные стрелки у букв, обозначающих волны, показывают их направление распространения: вверх (отраженные), вниз (преломленные). При изменении φ_A от 165 до 175° профиль давления в интерференционной области сменяется на противоположный, при этом сама область сужается с 20 до 10° .

При всех $\psi \geq 90^\circ$ качественный характер течения в основном определяется скачком плотности. При любых $\Delta < 1$ решение имеет вид S^+R^-/S^+AR^- (фиг. 1), при умеренных $\Delta > 1$ решение «антисимметрично»: R^+S^-/R^+AS^- . При больших Δ (в зависимости от ψ , N это $\Delta \sim 5$ или 10) альфвеновский разрыв отсутствует. Этот эффект объясняется тем, что при прохождении газа через падающий разрыв угол между v и H становится острым и в течении над K невозможно слияние характеристик разных типов, поэтому перестройка решения, описанная выше, не происходит.

Отметим, что при сильных магнитных полях и $\Delta > 1$ основное изменение магнитного поля происходит в быстрых волнах, а в медленных магнитное поле почти не меняется, т. е. они являются «квазигазодинамическими».

Отраженный альфвеновский разрыв конечной интенсивности генерируется только при $160^\circ \leq \varphi_A \leq 175^\circ$ в случае критических режимов с перестройкой решения, описанных выше, и для больших $\Delta \sim 10$ при $15^\circ \leq \psi \leq 60^\circ$.

Важный качественный эффект имеет место для сильного магнитного поля при почти параллельном ($\varphi_A \sim 170-175^\circ$) падении фронта альфвеновского разрыва на контактный разрыв с большим повышением плотности ($\Delta \sim 0,01$). В этом случае возникают зоны разрежения, в которых плотность падает более чем на два порядка, а давление — более чем на три порядка по сравнению с первоначальными значениями. Эффект усиливается при увеличении напряженности магнитного поля. Это обусловлено большим касательным импульсом, сообщаемым полем веществу в альфвеновских разрывах.

Из изложенного выше следует, что влияние магнитного поля приводит к существенному усложнению течения. Полученные результаты позволяют интерпретировать явления, наблюдаемые при таком взаимодействии волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пушкарь Е. А. Обтекание непроводящего клина в магнитной гидродинамике // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 2. С. 102–112.
2. Бармин А. А., Пушкарь Е. А. Стационарное магнитогидродинамическое обтекание непроводящего клина // Проблемы современной механики. Ч. 2. М.: Изд-во МГУ, 1983. С. 88–97.
3. Пушкарь Е. А. Обобщенные полярные плоскополяризованных стационарных автомодельных течений в магнитной гидродинамике // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979. № 3. С. 111–119.
4. Пушкарь Е. А. Регулярное отражение магнитогидродинамической ударной волны от проводящей стенки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 3. С. 103–109.
5. Бармин А. А., Пушкарь Е. А. Стационарное взаимодействие сильных разрывов в магнитной гидродинамике // 6-й Всесоюз. съезд по теоретической и прикладной механике, Ташкент, 24–30 сент. 1986; Аннот. докл. Ташкент, 1986. С. 79.
6. Бармин А. А., Пушкарь Е. А. Наклонное взаимодействие сильных разрывов в магнитной гидродинамике // Механика: Современные проблемы. М.: Изд-во МГУ, 1987. С. 100–105.
7. Natter M. Shock reflexion and shock-wave interaction in field-aligned flows // J. Plasma Phys. 1975. V. 14. № 1. P. 39–51.
8. Bestman A. R. Refraction of hydromagnetic shocks // J. Plasma Phys. 1977. V. 18. № 2. P. 189–208.
9. Bestman A. R. Confluence of three shocks waves for transverse shocks and shocks in an aligned MHD field // J. Plasma Phys. 1975. V. 13. № 1. P. 107–125.
10. Zhuang H. C., Russell C. T., Smith E. J., Gosling J. T. Three-dimensional interaction of interplanetary shock waves with the bow shock and magnetopause: a comparison of the theory with ISEE observations // J. Geophys. Res. 1981. V. A86. № A7. P. 5590–5600.
11. Neubauer F. M. Nonlinear oblique interaction of interplanetary tangential discontinuities with magnetogasdynamic shocks // J. Geophys. Res. 1975. V. 80. № 10. P. 1213–1222.
12. Neubauer F. M. Nonlinear interaction of discontinuities in the solar wind and the origin of slow shocks // J. Geophys. Res. 1976. V. 81. № 13. P. 2248–2256.

13. *Belcher J. W., Solodyna C. V.* Alfvén waves and directional discontinuities in the interplanetary medium // *J. Geophys. Res.* 1975. V. 80. № 1. P. 181–186.
14. *Kwok Y. C., Lee L. C.* Transmission of magnetohydrodynamic waves through the rotational discontinuity at the Earth's magnetopause // *J. Geophys. Res.* 1984. V. A89. № 12. P. 10697–10708.
15. *Grib S. A.* Some aspects of the interactions and evolution of the solar wind strong discontinuities during STIP intervals VI–XII // *STIP Symp. Solar interplanet. Intervals*, Maynooth, 4–6 Aug., 1982. Moynooth, 1984. P. 395–401.
16. *Пушкарь Е. А.* О косых магнитогидродинамических ударных волнах // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1978. № 4. С. 106–115.
17. *Пушкарь Е. А.* Простые стационарные волны в наклонном магнитном поле // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1976. № 5. С. 130–138.
18. *Бармин А. А., Куликовский А. Г.* О плоских стационарных течениях с ионизирующими ударными волнами в магнитном поле // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1974. № 5. С. 62–66.
19. *Калиткин Н. Н.* Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.

Москва

Поступила в редакцию
29.VI.1989