

УДК 532.7:536.423.4.033

© 1990 г.

ШНЕЙДМАН В. А., ШУБЕНКО А. Л.

**ФОРМИРОВАНИЕ И ЭВОЛЮЦИЯ СПЕКТРА РАЗМЕРОВ ЧАСТИЦ
ЖИДКОЙ ФАЗЫ ПРИ НЕРАВНОВЕСНОЙ ГОМОГЕННОЙ
КОНДЕНСАЦИИ**

Рассматривается эволюция распределения по размерам капель жидкости при их зарождении, росте и переиспарении. Для четырех младших моментов функции распределения получена замкнутая система уравнений, последовательно учитывающая зависимость скорости роста капель от их размера и обеспечивающая достаточно точное решение основного кинетического уравнения. На основе предложенной системы, а также путем прямого решения кинетического уравнения проведены сравнительные расчеты конденсации в расширяющемся объеме пара при постоянной и периодической во времени скорости расширения.

1. Кинетическое уравнение. Эволюция функции распределения f капель жидкости по их размерам описывается уравнением непрерывности

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial R} j = 0 \tag{1.1}$$

$$j = \dot{R}f \tag{1.2}$$

где R — радиус капли, \dot{R} — скорость ее роста, равная нулю для капель критического размера R_* , j — поток капель в пространстве их размеров.

В дальнейшем будет в основном рассматриваться свободномолекулярный изотермический рост, при котором

$$\dot{R} = \alpha_c \beta v_i \left\{ 1 - \exp \left[\ln S \left(\frac{R_*}{R} - 1 \right) \right] \right\} \tag{1.3}$$

Здесь α_c — коэффициент конденсации, β — частота соударений молекул пара с единичной поверхностью, v_i — молекулярный объем жидкой фазы, S — степень пересыщения пара.

Уравнение (1.1) с потоком (1.2) справедливо вплоть до размеров капель порядка нескольких молекулярных; для меньших капель существенным становится случайное изменение радиуса. Рассмотрение таких размеров актуально, если значение R_* настолько мало, что работа образования капли критического размера $W(R_*)$ сравнима с тепловой энергией kT (k — постоянная Больцмана). Согласно [1], величина \dot{R} в этом случае сохраняет смысл усредненной (макроскопической) скорости роста, а поток j приобретает дополнительную диффузионную составляющую: при $R \gg R_*$ (а при $\ln S < 1$ для всех R)

$$j = -D \frac{\partial f}{\partial R} + \dot{R}f \tag{1.4}$$

Здесь $D(R)$ — коэффициент диффузии капли вдоль оси R , связь которого с макроскопической скоростью роста следует из соотношений Эйнштейна

$$-\frac{D(R_*)}{kT} \frac{\partial^2 W}{\partial R^2} \Big|_* = \frac{\partial \dot{R}}{\partial R} \Big|_*$$

Граничными условиями к уравнению (1.1), (1.4) являются условия

$$f(R) \rightarrow 0, \quad R \rightarrow \infty; \quad f(R) \rightarrow N(R), \quad R \rightarrow 0, \quad N(R) \sim \exp\left\{-\frac{W(R)}{kT}\right\}$$

где $N(R)$ — равновесная функция распределения.

Уравнение (1.1) с потоком (1.4) описывает этап зародышеобразования, а с потоком (1.2) — последующий этап переконденсации (рост образовавшихся капель и переиспарение тех из них, размер которых оказался меньше R_*).

Кинетическое уравнение связано с уравнениями газодинамики — параметры течения пара определяют величину R_* и в свою очередь зависят от третьего момента функции распределения (рассматриваются ситуации, характерные для малых капель, когда с газодинамической точки зрения двухфазная среда однородна). В реальных расчетных схемах увеличение размерности за счет добавления к пространственным координатам радиуса R крайне нежелательно. В особенности это относится к тем ситуациям, где конденсация является лишь частью сложных газодинамических процессов (включающих многомерность течения, его нестационарность, турбулентность). В этих случаях выход заключается в том, чтобы вместо эволюции функции распределения рассматривать эволюцию нескольких младших ее моментов Ω_v . В частности, при допущениях о независимости скорости роста от радиуса капель и о возможности определения скорости зародышеобразования как стационарного значения потока (1.4) j_* кинетическое уравнение заменяется следующими соотношениями [2]:

$$\begin{aligned} \dot{\Omega}_v &= v \dot{R} \Omega_{v-1} \quad (v=1, 2, 3) \\ \dot{\Omega}_0 &= j_* = \frac{\Delta}{2\sqrt{\pi}} \left. \frac{\partial \dot{R}}{\partial R} \right|_* N(R_*), \quad \Delta^{-2} = - \left. \frac{1}{2kT} \frac{\partial^2 W}{\partial R^2} \right|_* \end{aligned} \quad (1.5)$$

Условие независимости \dot{R} от R означает, что средний радиус $\langle R \rangle$ существенно превышает критический, в связи с чем в (1.5) не приведены слагаемые, связанные с образованием капель критического размера (относительная малость таких слагаемых подтверждается конкретными численными оценками [3]). Ниже будет показано, что это же условие позволяет использовать стационарное значение скорости зародышеобразования. Аналитические соотношения между моментами в рамках приведенных выше допущений получены в [4].

Система уравнений (1.5) используется для исследования конденсации в самых различных ситуациях (см., например, [3, 5]). Однако эти уравнения имеют весьма ограниченную область применимости в связи с тем, что условие независимости \dot{R} от R (т. е. $\langle R \rangle \gg R_*$) достаточно быстро нарушается после прекращения зародышеобразования. Согласно теории [6], эволюция выделений новой фазы на больших временах в замкнутой стационарной системе выходит на асимптотический режим с функцией распределения [7]

$$f(R) = \frac{\Omega_0}{R_*} P\left(\frac{R}{R_*}\right), \quad P(u) = 24e^3 \frac{u}{(2-u)^5} \exp\left(-\frac{6}{2-u}\right) \quad (1.6)$$

и все размеры оказываются порядка критического. При этом $\Omega_v \sim R_*^{-(3-v)}$, т. е. моменты младше третьего убывают со временем. В этом смысле уравнения (1.5), из которых следуют неотрицательные значения $\dot{\Omega}_v$, дают качественно неверные результаты.

Цель настоящей работы состоит в построении метода описания конденсации, который бы учитывал зависимость скорости роста капель от их размера как при зародышеобразовании, так и при переконденсации

и тем самым обеспечивал достаточно точное решение основного кинетического уравнения.

2. Начальный этап конденсации. Обозначим через $B=W(R_0)/kT$ основной большой параметр теории зародышеобразования. Согласно [8], где было получено асимптотически точное по параметру B решение уравнения (1.1), (1.4), обобщающее стационарное решение [1], частота образования устойчивых капель I определяется выражением

$$I=J\left(\frac{R_0-R_*}{R_*}\right)^{-n}, \quad n=-\left(\frac{\partial R}{\partial R}\Big|_*\right)^{-1}\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$J=j\cdot\Gamma(n+1)\left\{6B\exp\left(-\frac{25}{12}\right)\right\}^{-n} \quad (2.1)$$

Здесь n — показатель нестационарности, Γ — гамма-функция, R_0 — начальный размер, удовлетворяющий условию $\Delta \ll R_0 - R_* \ll R_*$.

Скорость изменения $\dot{\Omega}_3$ следующим образом связана с I :

$$\dot{\Omega}_3=3\int_0^{\infty} I(t-\tau)R^2(\tau)\dot{R}(\tau)d\tau \quad (2.2)$$

Неявная зависимость R от τ определяется выражением

$$\tau(R, R_0)=\int_{R_0}^R \frac{dR}{\dot{R}} \quad (2.3)$$

Вклад крупных зародышей с размерами $R \gg R_*$ в величину $\dot{\Omega}_3$ предполагается преобладающим (критерий получен ниже), иначе в (2.2) было бы незаконным пренебрежение областью малых размеров.

Введем перенормированное время роста

$$\tau'(R)=\tau(R, R_0)+\left(\frac{\partial R}{\partial R}\Big|_*\right)^{-1}\ln\frac{R_0-R_*}{R_*} \quad (2.4)$$

которое в отличие от τ остается конечным при $R_0 \rightarrow R_*$. При небольшом различии τ' и τ с асимптотической точностью

$$I(t-\tau)=I(t-\tau')R_*^n(R_0-R_*)^{-n}$$

и из (2.1), (2.2) следует

$$\dot{\Omega}_3=3\int_0^{\infty} J(t-\tau')R_*^2\dot{R}d\tau' \quad (2.5)$$

Здесь нижний предел интегрирования оставлен без изменения в связи со сделанным выше замечанием об определяющей роли крупных зародышей, для которых $R \gg R_*$. Оценка максимума подынтегрального выражения в (2.5) при $\dot{R}=\text{const}$ приводит к условию $n \ll 2$ справедливости такого предположения.

Из уравнения роста (1.3) и определения τ' (2.3), (2.4) при $R \gg R_*$ имеем

$$\frac{R(\tau')}{R_*}-1=\frac{S-1}{S\ln S}\tau'\frac{\partial R}{\partial R}\Big|_*-\frac{\ln S}{S-1}\ln\left\{\frac{S-1}{S\ln S}\frac{\partial R}{\partial R}\Big|_*\tau'\right\}$$

Логарифмический член в последнем выражении описывает тормозящее влияние критического размера и благодаря условию $\tau'\frac{\partial R}{\partial R}\Big|_* \gg 1$ изменяется медленно по сравнению с линейным. Значение τ' под знаком

логарифма можно, следовательно, заменить некоторым характерным значением, соответствующим максимуму подинтегрального выражения в (2.5)

$$R(\tau') \simeq R_* \frac{S-1}{S \ln S} \tau' \left. \frac{\partial R}{\partial R} \right|_* - \delta, \quad \frac{\delta}{R_*} = \frac{\ln S}{S-1} \ln \left(\frac{2}{n'} \frac{S-1}{S \ln S} \right) - 1 \quad (2.6)$$

Здесь n' означает, что эту величину следует определять по адиабатической скорости охлаждения; капли, образовавшиеся на этапе адиабатического охлаждения, впоследствии (после увеличения их размера) дают основной вклад в поглощение пара. В отличие от величины n , которая меняет знак после достижения максимального пересыщения, $n' > 0$. Из (2.5), (2.6) следует

$$\dot{\Omega}_3 = 3\alpha_c \beta v_l (1-S^{-1}) \Omega_2, \quad \dot{\Omega}_2 = 2\alpha_c \beta v_l (1-S^{-1}) \Omega_1 + J \delta^2 \quad (2.7)$$

$$\dot{\Omega}_1 = \alpha_c \beta v_l (1-S^{-1}) \Omega_0 - J \delta, \quad \dot{\Omega}_0 = J$$

Отметим, что формулы (2.7) не содержат начального размера образующихся зародышей R_0 — условной величины, возникающей при сшивке решения основного кинетического уравнения в области макроскопических размеров с решением в области около- и докритических размеров. Независимость окончательных результатов от R_0 обусловлена взаимосвязью этой величины со скоростью зародышеобразования, следующей из (2.1). В стационарной теории зародышеобразования начальный размер зародыша вообще не определялся и вопрос о его выборе мог быть решен лишь с логарифмической точностью [1].

В существующих расчетных схемах можно выделить два предельных подхода к выбору R_0 — этот размер либо считается заметно превышающим R_* (сюда может быть отнесена система (1.5), пренебрегающая тормозящим влиянием критического размера), либо предполагается практически совпадающим с R_* (см., например, [9]). В разд. 4 показано, что неопределенность такого выбора при использовании стационарной скорости зародышеобразования может приводить к заметному разбросу результатов. В стационарном пределе при $n \rightarrow 0$ относительный вклад слагаемых, содержащих δ в (2.7), исчезает как $n \ln n$, величина J совпадает с j , и (2.7) переходит в (1.5).

Полученная система уравнений (2.7) предназначена для достаточно точного определения момента Ω_3 , непосредственно влияющего на газодинамику. Для моментов меньшего порядка вклад малых зародышей более существен и можно ожидать несколько меньшую точность (в особенности это относится к полному числу капель). Традиционный смысл величины $\Omega_0, \Omega_1, \Omega_2$ приобретают после прекращения зародышеобразования (см. разд. 4).

3. Переконденсация. После прекращения зародышеобразования происходит снижение пересыщения. При $\ln S \ll 1$

$$R_{S=1} = \alpha_c \beta v_l \ln S \left(1 - \frac{R_*}{R} \right) \quad (3.1)$$

В этом случае кинетическое уравнение (1.1), (1.2) эквивалентно цепочке уравнений

$$\dot{\Omega}_v = \nu \alpha_c \beta v_l \ln S (\Omega_{v-1} - R \cdot \Omega_{v-2}), \quad v \geq 1 \quad (3.2)$$

$$\dot{\Omega}_0 = \lim_{R \rightarrow 0} j(R)$$

Замыкание этой цепочки может быть произведено путем упрощения двух уравнений ($\nu=0,1$) в предположении, что вид функции распределения близок к (1.6) с $u=R/R_c$, где, однако, R_c является свободным пара-

метром (функцией моментов) и не связан с R_* . В этом случае

$$\lim_{R \rightarrow 0} j(R) = -\frac{3}{4} \Omega_0 \alpha_c \beta v_l R_* \ln SR_c^{-2}$$

$$\Omega_1 = \left(\frac{8}{9} \Omega_0 \Omega_2 \right)^{1/2}, \quad R_c = \frac{9\Omega_1}{8\Omega_0}$$

Значения численных коэффициентов получены в разд. 7.

Для сшивки с уравнениями зародышеобразования (2.7) требуется делинеаризация моментных уравнений (3.2) по следующему правилу:

$$\ln S \left(1 - R_* \frac{\Omega_{v-1}}{\Omega_v} \right) \rightarrow 1 - \exp \left\{ \ln S \left(R_* \frac{\Omega_{v-1}}{\Omega_v} - 1 \right) \right\}$$

которое соответствует переходу от (3.1) к (4.3). В результате полная система уравнений переконденсации имеет вид

$$\dot{\Omega}_v = v \alpha_c \beta v_l \Omega_{v-1} \left\{ 1 - \exp \left[\ln S \left(R_* \frac{\Omega_{v-2}}{\Omega_{v-1}} - 1 \right) \right] \right\}, \quad v=2, 3$$

$$\dot{\Omega}_0 = -\frac{3}{4} \alpha_c \beta v_l \Omega_0 R_* \ln SR_c^{-2}$$

$$\Omega_1 = \left(\frac{8}{9} \Omega_0 \Omega_2 \right)^{1/2}, \quad R_c = \left(\frac{9\Omega_2}{8\Omega_0} \right)^{1/2}$$

4. Результаты численных расчетов. Рассматривался процесс конденсации в однородно расширяющемся объеме пара. На начальном этапе конденсации решалась система (2.7), а затем, после прекращения зародышеобразования, — система (3.3). Эти системы уравнений замыкались соотношениями для изменения температуры и удельного объема пара

$$T = -T(\gamma-1) \frac{\dot{v}}{v} + \dot{\Omega}_3 \frac{q}{c}, \quad c = c_v \frac{v}{v_0} + \frac{4\pi}{3} \Omega_3 \frac{c_l}{v_l}$$

$$v \frac{v_l}{v_0} + \frac{4\pi}{3} \Omega_3 = v_l$$

Здесь γ — показатель адиабаты сухого пара, v — молекулярный объем двухфазной смеси, c_v , c_l — молекулярные изохорные теплоемкости пара и жидкости соответственно, q — скрытая теплота фазового перехода в расчете на одну молекулу. Моменты также определяются в расчете на одну молекулу двухфазной смеси. Использовались известные аналитические аппроксимации для температурной зависимости давления насыщенного водяного пара [10] и поверхностного натяжения воды [11].

Рассматривалось расширение с постоянной скоростью $\dot{v}(t)/v(0) = \alpha$, а также расширение с периодической во времени скоростью $\alpha = \alpha'(1 + A \sin \{\omega(t-t_0)\})$. В последнем случае периодическое сжатие задавалось в момент времени $t=t_0$ после прекращения зародышеобразования. Заход в область перегретого пара формально означает изменение знака величины R_*^{-1} , которая непрерывно изменяется при пересечении линии фазового равновесия; произведение $R_* \ln S$ при этом остается конечным (формула Кельвина), так что особенностей в системе (3.3) не возникает.

Результаты расчетов для температуры и безразмерных моментов Ω_v/a_v представлены точками на фиг. 1 ($\alpha/\alpha_c = 10^7 \text{ с}^{-1}$), фиг. 2 ($\alpha/\alpha_c = 10^6 \text{ с}^{-1}$) и фиг. 3 (периодическое изменение скорости расширения, $\alpha'/\alpha_c = 10^7 \text{ с}^{-1}$, $A=5$, $\omega/\alpha_c = 6 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$). При этом 1 означает температуру T , 2 — момент Ω_0 , 3 — Ω_1 , 4 — Ω_2 , 5 — Ω_3 . Начальные условия во всех вариантах: $T=363,2 \text{ К}$, $S=1,5$. Параметры a_v имеют следующие значения (верхний индекс — номер фигуры): $a_0^{1,3} = 3,3 \cdot 10^{-5}$; $a_0^2 = 3,3 \cdot 10^{-7}$; $a_1^{1,3} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ см}$; $a_1^2 = 3,2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$; $a_2^1 = 40^{-18} \text{ см}^2$; $a_2^2 = 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$; $a_3^1 = 3,6 \cdot 10^{-25} \text{ см}^3$; $a_3^2 = 3,2 \cdot 10^{-25} \text{ см}^3$; $a_3^3 = 4,7 \cdot 10^{-25} \text{ см}^3$.

Для этих же условий было проведено численное решение кинетического уравнения. Схема решения при зародышеобразовании соответствовала [12]. Эволюция функции распределения рассматривалась на основе уравнения роста (1.3) для каждой группы капель (всего этих групп капель было до 10^3 , чем обеспечивалась достаточно точная аппроксимация функций распределения). Результаты расчетов представлены на фиг. 1–3 сплошными линиями. Из сравнения следует, что предложенный метод позволяет весьма точно определять газодинамические параметры

Γ и Ω_3 . Точность определения остальных моментов несколько меньше, однако во много раз превышает достигаемую в экспериментах. Различие в значениях Ω_0 при зародышеобразовании связано с обсуждавшейся выше принципиальной неоднозначностью разделения микро- и макро размеров на начальном этапе конденсации и не связано с недостатками метода. При последующей переконденсации эта неоднозначность, а вместе с ней и заметное различие в величинах Ω_0 исчезают.

Описание начального этапа конденсации было также проведено на основе системы (1.5) и уравнения (1.1) с потоком (1.2), которое решалось в области $R > R_c$. при помещенном в точку $R = R_c$ источнике зародышей с интенсивностью j_* . В первом случае пренебрежение тормозящим влиянием критического размера и завышенное значение скорости зародышеобразования ($j_* > J$) приводит к завышенной интенсивности конденсации. В особенности существенным это может оказаться в случае быстрых расширений: так, при $\alpha/\alpha_c = 10^7$ с⁻¹ указанный метод почти на 5° завышает минимальную температуру, достигаемую на начальном этапе конденсации (в связи с этим отметим, что точность определения минимума температуры по системе (2.7) порядка 0,1° — см. фиг. 1). Во втором случае, когда начальный размер образующихся зародышей предполагается равным критическому, тормозящее влияние последнего оказывается слишком сильным и для медленных расширений минимальная температура занижена на 1–2°. В случае быстрых расширений эта ошибка частично компенсируется завышенным значением скорости зародышеобразования, однако точность предложенной системы (2.7) остается существенно выше.

5. Восстановление формы функции распределения. Согласно сделанным предположениям, функция распределения при переконденсации близка к $\Omega_0/R_c P(R/R_c)$. Однако в области малых размеров ($R/R_c \ll \ln S$) линеаризованный закон роста (3.1), определяющий вид функции $P(u)$, неприменим. Учесть возникающие отклонения можно, исходя из того, что поток $j(R)$ формируется в области $R/R_c \sim 1$, где функция распределения заметно отлична от нуля, а закон роста близок к (3.1). Этот поток без существенных изменений сносится в область малых размеров, где функция распределения вида (1.7) домножается на $R_{* - 1}/R_c$; этот же множитель можно сохранить и в области больших размеров, где при небольших пересыщениях он весьма близок к единице. В результате для

$$P' \left(\frac{R}{R_*} \right) = \Omega_0^{-1} R_* j(R)$$

получим

$$P'(u) \approx \frac{\ln S(1-u^{-1})}{1 - \exp\{\ln S(u^{-1}-1)\}} \frac{R_*}{R_c} P \left(u \frac{R_*}{R_c}, u = \frac{R}{R_*} \right) \quad (5.1)$$

На фиг. 4 точками показана функция распределения (5.1); параметры S , R_c и R_* при этом соответствовали расчету для $\alpha/\alpha_c = 10^7$ с⁻¹ в момент времени $t\alpha_c = 1,5 \cdot 10^{-7}$ с. Сплошной линией показано численное решение кинетического уравнения, штриховой — распределение (1.6). Из их сравнения следует, что предлагаемый метод позволяет уточнить как положение максимума функции распределения, так и ее поведение в области малых и больших размеров.

6. Возможные модификации уравнений переконденсации. Система (3.3) соответствует простейшей двухпараметрической аппроксимации функции распределения. Учесть более сложное поведение $f(R)$, в частности отличие ее формы от (1.6), можно, используя более общее, чем (1.6), решение основного кинетического уравнения, характерное для системы с зависящим от времени степенным источником (см. разд. 7). При этом для Ω_1 используется уравнение общего вида (первое уравнение в системе (3.3)), а замыкание системы производится путем выражения Ω_{-1} через показатель источника — параметр, зависящий от безразмерной комбинации $\Omega_0 \Omega_2 / \Omega_1^2$. Модификация уравнения для Ω_0 приведена в разд. 7.

Система уравнений переконденсации несколько видоизменяется также и в тех случаях, когда закон роста капли отличен от (1.3).

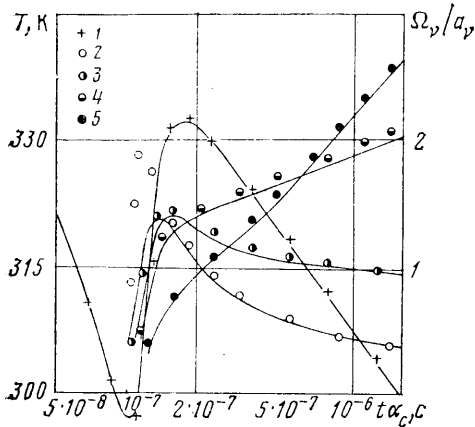
В случае неизотермического роста капли, который реализуется при достаточно больших значениях α_c , зависимость скорости роста от размера с точностью до множителя совпадает с (3.1) [13]. При этом уравнения для $\Omega_{2,3}$ заменяются линеаризованными уравнениями вида (3.2), а замыкающие соотношения системы (3.3) не изменяются. Соответствующая модификация уравнений зародышеобразования приведена в [14].

При диффузионном законе роста капли, обычно реализуемом после значительного увеличения ее размера, имеем

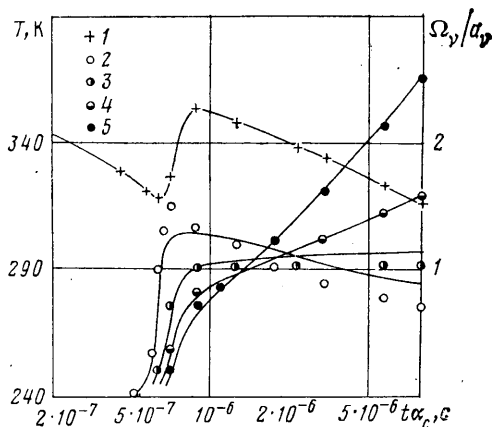
$$\dot{R} \sim \left(\frac{1}{R_*} - \frac{1}{R} \right) \frac{1}{R}$$

В этом случае связь между моментами имеет вид

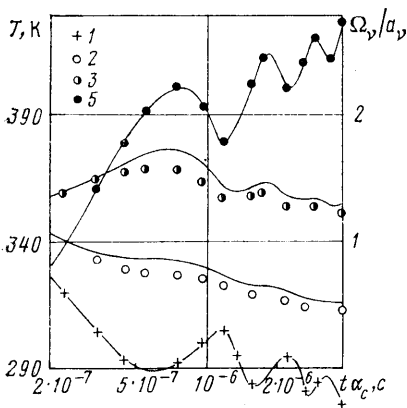
$$\dot{\Omega}_v \sim \frac{\Omega_{v-2}}{R_*} - \Omega_{v-3}$$



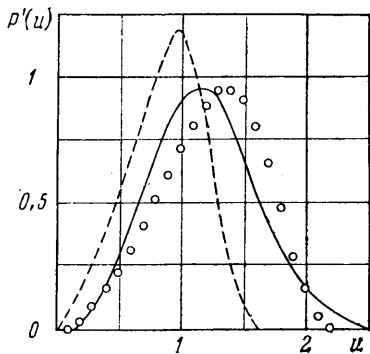
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Замыкающие соотношения могут быть получены из цепочки уравнений для асимптотических значений чисел $\mu_v = \Omega_v R_*^{-\nu} \Omega_0^{-1}$ аналогично тому, как это проделано в следующем разделе для свободномолекулярного закона роста.

7. Асимптотические соотношения между моментами. Уравнения (3.2) и (4.1) с учетом связи R_* и S при $S \approx 1$ представим в виде

$$\frac{d\Omega_v}{d\tau} = \nu(\Omega_{v-1} R_*^{-1} - \Omega_{v-2}) \quad (7.1)$$

$$\Omega_3 + \frac{a}{R_*} = Q \quad (7.2)$$

Здесь время τ , источник Q и коэффициент a очевидным образом связаны с введенными ранее параметрами пара, однако их явный вид не потребуется.

Пусть интенсивность источника является степенной функцией времени $Q \sim t^\lambda$ (для диффузионного закона роста соответствующее обобщение теории [6] получено в [15]). В простейшем случае $\lambda=0$ из (7.1), (7.2) следует, что при $R_* \rightarrow \infty$ $\Omega_2 \rightarrow R_* \Omega_1$. Так как последнее соотношение выполняется на любых достаточно больших временах, то единственно возможная координатная зависимость функции распределения $f(R) \sim P(R/R_*)$. Поэтому для любых моментов

$$\Omega_v = R_*^\nu \Omega_{0v}$$

где $\mu_\nu = \text{const}$, $\mu_0 = 1$. При этом из (7.1), (7.2) следует

$$\frac{dR_*^2}{d\tau} = 2\xi = \text{const}, \quad R_*^2 \frac{d \ln \Omega_0}{d\tau} = C = \text{const} \quad (7.3)$$

$$\mu_\nu = \frac{\nu}{\xi\nu + C} (\mu_{\nu-1} - \mu_{\nu-2}), \quad C + 3\xi = 2\xi\lambda = 0 \quad (7.4)$$

Решение уравнения (7.4) при $\nu \rightarrow \infty$ может быть представлено в виде линейной комбинации двух решений $\mu_\nu^{1,2} = (\mu^{1,2})^\nu$, где $\mu^{1,2}$ — корни уравнения

$$\xi\mu = 1 - 1/\mu \quad (7.5)$$

совпадающего по внешнему виду с одним из основных уравнений теории [6]. Экспоненциальное поведение старших моментов, однако, характерно лишь для разрывной функции распределения (например, $\delta(\mu - R^*/R_*)$) и не соответствует рассматриваемой физической ситуации. Следовательно, возможно лишь $\mu^1 = \mu^2$, когда поведение моментов может иметь не экспоненциальный характер. При этом из (7.5) $\xi = 1/4$ и из цепочки уравнений (7.4) следует $\mu_1 = \mu_2 = 8/9$, $\mu_{-1} = 13/9$ (для μ_1 результат совпадает с [7]). Из (1.6) $\mu_3 = 0,9567$; μ_ν при $\nu > 3$ могут быть определены из (7.4).

При переменном источнике $Q \sim t^\lambda$ большая часть приведенных выше рассуждений сохраняет силу. При этом в (7.4) $C + 3\xi = 2\lambda\xi \neq 0$. В случае резко ограниченной в пространстве размеров функции распределения, формируемой, например, в процессе зародышеобразования, снова получаем $\xi = 1/4$. Однако при $\lambda < 0$ возможно также более общее распределение со степенным хвостом $f(R) \sim R^{-4+2\lambda}$ ($R \rightarrow \infty$): при этом $\Omega_s < \infty$, а при $\nu = 3 - 2\lambda$, соответствующем первому расходящемуся моменту, происходит обрыв цепочки (7.4). Явный вид функции распределения, который приводится здесь для полноты изложения, следует из (1.1), (1.2), (7.3):

$$P_{\lambda,\xi} = u^{-3/2+\lambda} |\xi|^{-5/2+\lambda} \exp \left\{ \frac{3-2\lambda}{\sqrt{\varepsilon}} \left(\arctg \frac{1-2\xi u}{\sqrt{\varepsilon}} - \frac{\pi}{2} \right) \right\} \quad (7.6)$$

$$\xi(u) = 1 - \frac{1}{u} - \xi u, \quad \varepsilon = -1 + 4\xi$$

При $\lambda = 0$, $\xi \rightarrow 1/4$ (7.6) переходит в (1.6). При $\xi \rightarrow 1/4$, $\lambda \neq 0$ (7.6) определяет ограниченную в пространстве размеров функцию для системы с зависящим от времени источником

$$P_\lambda(u) \sim P(u) \left\{ (2-u) \exp \frac{2}{2-u} \right\}^{2\lambda}$$

Из цепочки (7.4) и найденных выше значений μ_ν при $\lambda = 0$ следуют значения моментов в линейном приближении по λ : $\mu_1 = 8/9 + 0,18\lambda$, $\mu_2 = 8/9 + 0,34\lambda$, $\mu_{-1} = 13/9 - 0,35\lambda$.

Таким образом, основные результаты, следующие из теории [6], а также некоторые дополнительные соотношения могут быть весьма просто получены из рассмотрения моментов; явный вид функции распределения при этом практически не используется. Как показано в настоящей работе, использование асимптотических соотношений между моментами позволяет весьма точно описать процесс перекоонденсации даже в тех условиях, где теория [6] формально неприменима.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. К теории образования новой фазы. Кавитация // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1942. Т. 12. № 11–12. С. 525–538.
2. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974. 212 с.

3. Вагажин А. Б., Лебедев А. Б., Мареев В. А. Математическое моделирование различных режимов конденсации в турбулентных изобарических струях // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 1. С. 59–67.
4. Гринин А. П., Куни Ф. М., Курасов В. Б. Метод моментов в кинетике гомогенной конденсации // Вестн. ЛГУ. Сер. 4. 1987. Вып. 2. С. 28–31.
5. Дейч М. Е., Филиппов Г. А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоиздат, 1981. 471 с.
6. Лифшиц И. М., Слезов В. В. О кинетике диффузионного распада пересыщенных твердых растворов // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1958. Т. 35. № 2. С. 479–492.
7. Слезов В. В., Сагалович В. В. Диффузионный распад твердых растворов // Успехи физ. наук. 1987. Т. 151. Вып. 1. С. 67–104.
8. Шнейдман В. А. Распределение по размерам частиц новой фазы при нестационарной конденсации переохлажденного газа // Журн. техн. физики. 1987. Т. 57. № 1. С. 131–140.
9. Треугода А. М. Метод расчета двумерных сверхзвуковых двухфазных течений в зоне начальной конденсации в каналах и решетках профилей: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Л., ЛПИ, 1988. 19 с.
10. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей: Пер. с англ. Л.: Химия, 1982. 591 с.
11. Ривкин С. Л., Александров А. А. Теплофизические свойства воды и водяного пара. М.: Энергия, 1980. 424 с.
12. Шнейдман В. А., Шубенко А. Л. Нестационарное ядрообразование в переохлажденном паре. Аналитическое описание и численные расчеты // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 2. С. 169–174.
13. Шубенко А. Л., Шнейдман В. А. Нестационарное неизотермическое зарождение жидкой фазы при конденсации // Докл. АН УССР. Сер. А. 1988. № 1. С. 69–72.
14. Шнейдман В. А. Нестационарное зародышеобразование при фазовых переходах 1-го рода: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Харьков, Физ.-техн. ин-т низких температур АН УССР. 1986. 15 с.
15. Слезов В. В., Шикин В. Б. Коалесценция пор при наличии объемных источников вакансий // Физика твердого тела. 1964. Т. 6. Вып. 1. С. 7–15.

Харьков

Поступила в редакцию
25.XI.1988