

УДК 532.595.2.013.4

© 1990 г.

ГЕРЦЕНШТЕЙН С. Я., ФИЛЯНД Л. В.

КОНЕЧНО-АМПЛИТУДНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАТОПЛЕННЫХ СТРУЙ

Проведено численное моделирование явлений, связанных с конечно-амплитудной неустойчивостью затопленных струй. Исследование проводилось в рамках невязкой модели Эйлера с помощью метода Бубнова — Галеркина. Рассмотрена устойчивость осесимметричной струи воздуха, затопленной в бесконечном объеме жидкости, с учетом сил поверхностного натяжения. Прослежена нелинейная эволюция синусоидального крупномасштабного возмущения, устойчивого по линейной теории. Изучено воздействие интенсивной мелкомасштабной поверхностной ряби на развитие основного крупномасштабного тона, а также обратное влияние этого тона на амплитуду мелкомасштабной ряби.

В рамках линеаризованных уравнений возмущенное движение жидких затопленных струй изучалось в ряде работ [1–5]. В настоящей работе основное внимание уделено исследованию нелинейного завития и взаимодействия разномасштабных конечно-амплитудных возмущений.

1. Рассматривается устойчивость затопленной струи воздуха с плотностью ρ_1 , проникающей в другую жидкость с плотностью ρ_2 .

Предполагается, что основное осесимметричное течение с потенциалом скорости внутри струи Φ_{01} и потенциалом скорости Φ_{02} вне струи однородны:

$$\Phi_{01} = U_1 z, \quad \Phi_{02} = U_2 z \quad (1.1)$$

где U_i ($i=1, 2$) — скорость движения внутри струи и вне струи соответственно; z — продольная координата. Возмущения, наложенные на основное течение, также предполагаются имеющими потенциал скорости как внутри струи — $\Phi_1(r, z, t)$, так и вне ее — $\Phi_2(r, z, t)$. Задача сводится к решению уравнений Лапласа удовлетворяющих на границе $r=1+\eta(z, t)$ обычным кинематическим и динамическим граничным условиям:

$$\Delta \Phi_1 = 0, \quad 0 < r < 1 + \eta, \quad -\infty < z < \infty \quad (1.2)$$

$$\Delta \Phi_2 = 0, \quad r \geq 1 + \eta, \quad -\infty < z < \infty$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial r} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} + V_i \frac{\partial \eta}{\partial z}, \quad (i=1, 2) \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho_2}{\rho_1} \Phi_{2t} - \Phi_{1t} &= \frac{1}{2} (\Phi_{1r}^2 + \Phi_{1z}^2) + U_1 \Phi_{1z} - \\ &- \frac{\rho_2}{\rho_1} \left[\frac{1}{2} (\Phi_{2r}^2 + \Phi_{2z}^2) + U_2 \Phi_{2z} \right] + k - 1 \\ k &= [(1 + \eta_z^2) / (1 + \eta) - \eta_{zz}] (1 + \eta_z^2)^{-1/2} \end{aligned}$$

Здесь a — диаметр невозмущенной струи; $V^* = (T/\rho_1 a)^{1/2}$ — характерная скорость; T — поверхностное натяжение.

Задача решалась с помощью прямых методов [6–9]. Решение предполагалось периодическим по пространственной координате z и представля-

лось в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \sum_{n=0}^N [A_n^{(1)}(t) I_0(\alpha nr) \cos \alpha nz + B_n^{(1)}(t) I_0(\alpha nr) \sin \alpha nz] \\ \Phi_2 &= C(t) \ln r + \sum_{n=1}^N [A_n^{(2)}(t) K_0(\alpha nr) \cos \alpha nz + B_n^{(2)}(t) K_0(\alpha nr) \sin \alpha nz] \\ \eta &= \sum_{n=0}^N [\eta_n(t) \cos \alpha nz + \xi_n(t) \sin \alpha nz]\end{aligned}\tag{1.4}$$

Выписанные выражения удовлетворяют исходным уравнениям Лапласа. Зависимость решения от поперечной координаты задается внутри струи функциями Бесселя (так как при $r=0$ $I_0(\alpha r) \rightarrow 0$, $K_0(\alpha r) \rightarrow \infty$), а вне струи — функциями Макдональда (так как при $r \rightarrow \infty$, $I_0(\alpha r) \rightarrow \infty$, $K_0(\alpha r) \rightarrow 0$). На границе струи выражения для функций Бесселя и Макдональда представлены в виде рядов Тейлора:

$$\begin{aligned}I_0(\alpha nr) &= \sum_{m=0}^M \frac{I_0^{(m)}(\alpha n) (\alpha n)^m}{m!} \eta^m \\ K_0(\alpha nr) &= \sum_{m=0}^M \frac{K_0^{(m)}(\alpha n) (\alpha n)^m}{m!} \eta^m\end{aligned}\tag{1.5}$$

Подставим решение (1.4) в граничные условия (1.3). Используя разложение (1.5) и разрешив систему линейных алгебраических уравнений относительно $A_n^{(i)'}(t)$, $B_n^{(i)'}(t)$, выпишем систему обыкновенных дифференциальных уравнений для неизвестных $A_n^{(i)}(t)$, $B_n^{(i)}(t)$.

Получение такой системы сводится к многократному перемножению тригонометрических рядов, которое и выполняется на ЭВМ в общем виде, допускающем произвольное конечное число базисных функций.

Интегрирование такой системы дифференциальных уравнений проводилось численно методом Кутты — Мерсона с автоматическим выбором шага интегрирования.

Первоначально была рассмотрена линейная устойчивость заданного течения. При этом задача сводится к отысканию решений уравнений Лапласа, удовлетворяющих на границе струйного течения при $r=1+\eta(z, t)$ линеаризованным граничным условиям

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Phi_i}{\partial r} &= \frac{\partial \eta}{\partial t} + V_i \frac{\partial \eta}{\partial z} \quad (i=1, 2) \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} \Phi_{2t} - \Phi_{1t} &= U_1 \Phi_{1z} - \frac{\rho_2}{\rho_1} U_2 \Phi_{2z} + k - 1 \\ k &= \frac{1}{1+\eta} - \eta_{zz}\end{aligned}\tag{1.6}$$

Представив искомое решение в виде

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= A_1 I_0(\alpha r) \exp(i\alpha z - \omega t), \\ \Phi_2 &= B_1 K_0(\alpha r) \exp(i\alpha z - \omega t), \quad \eta = H \exp(i\alpha z - \omega t)\end{aligned}\tag{1.7}$$

и подставив эти выражения в граничные условия, получим выражение для

коэффициентов нарастания возмущений:

$$\gamma_1'' = \frac{i\varepsilon}{1+\rho N} \sqrt{\frac{I_0'(\varepsilon)}{I_0(\varepsilon)}} \sqrt{\frac{\varepsilon^2-1}{\varepsilon}(\rho N-1) - \frac{\rho We}{2} \frac{K_0(\varepsilon)}{K_0'(\varepsilon)}} \quad (1.8)$$

$$We = \frac{(U_1-U_2)^2}{T} \rho_1 a; \quad \gamma_1 = (\omega - kU_1) \sqrt{\frac{\rho_1 a^3}{T}}$$

Здесь We — число Вебера, γ_1 — частота колебаний (γ_1'' — ее мнимая часть); $\rho = \rho_2/\rho_1$ — плотность; $\varepsilon = \alpha a$ — волновое число.

Легко найти границу между устойчивыми и неустойчивыми колебаниями для различных волновых чисел в зависимости от скорости движения струи. Ниже приводятся значения волновых чисел и безразмерного параметра скорости We , отвечающих нейтральным колебаниям струи для струи воздуха, проникающей в воду при $\rho_1/\rho_2 = 0,0012$

$\varepsilon=1$	2	3	4	5
$We=0$	2,096	4,3266	6,48626	8,5887

Существенно, что при относительно небольших значениях числа Вебера We область неустойчивости может увеличиваться в несколько раз. Аналогичные эффекты наблюдаются и для других соотношений ρ_1/ρ_2 . При малых значениях We основной механизм неустойчивости, определяющий физику рассматриваемых явлений, связан с действием сил поверхностного натяжения. Неустойчивые моды, связанные с механизмом Кельвина — Гельмгольца или с механизмом неустойчивости Рэлея для градиентных течений начинают «работать» при больших значениях относительной скорости воздушного потока. Рассматриваемые классические механизмы неустойчивости принципиально отличаются друг от друга, действуют в различном диапазоне параметров и масштабов и могут изучаться независимо.

В простейшей постановке, когда относительная скорость движения и плотность внутри струи равны нулю, нелинейная задача о неустойчивости затопленной струи сводится к решению уравнения $\Delta \Phi_2 = 0$; $r \geq 1 + \eta$; $-\infty < z < \infty$ с граничными условиями

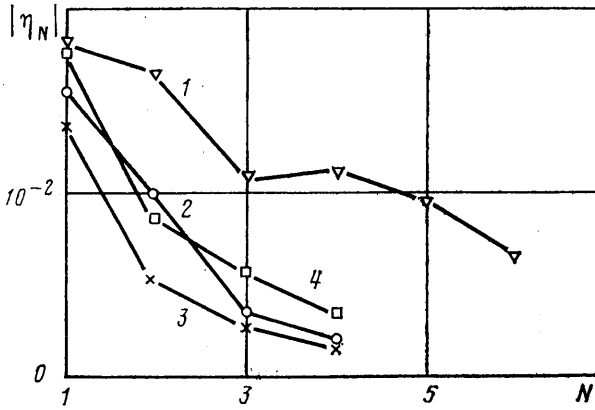
$$\Phi_{2r} = \eta_t + \Phi_{2z} \eta_z, \quad \Phi_{2t} + (\Phi_{2r}^2 + \Phi_{2z}^2) - 1 + k = 0 \quad (1.9)$$

Исследование данной модели проведено с помощью метода Канторовича, описанного ранее [7–9]. В данном случае вид решения может быть несколько упрощен

$$\Phi_N = \sum_{n=0}^N A_n(t) K_0(\alpha n r) \cos \alpha n z, \quad \eta_N = \sum_{n=0}^N \eta_n(t) \cos \alpha n z \quad (1.10)$$

Предварительно в данной работе был проведен ряд методических расчетов для волновых чисел, находящихся в зоне устойчивости. Эти исследования показали, в частности, достаточность учета четырех-пяти гармоник при относительно небольших временах развития. Так, например, расчеты, проведенные при $\alpha = 0,16$ и $N = 2, 4, 6$ и при достаточно большом начальном искажении формы поверхности $\eta_1(0) = 0,5$, установили, что вклад третьей — пятой гармоник (при $t \leq 7$) примерно на порядок меньше, чем вклад первых двух гармоник, а вклад шестой гармоники еще на порядок меньше (фиг. 1, точки 1). Аналогичная картина наблюдается при $\eta_1(0) = 0,1$ (фиг. 1, точки 2).

Применяемая методика дает точные результаты при относительно малых амплитудах рассматриваемых волновых возмущений. При малых начальных амплитудах возмущений порядка ε их поведение описывается линеаризованной системой уравнений гидродинамики, решение которой имеет явный вид. С увеличением амплитуды начинает «работать» второе приближение порядка ε^2 , явный вид которого также известен и т. д. Учет N гармоник равносильно учету всех членов порядка ε^N , и по меньшей мере на начальной стадии нелинейной эволюции данное решение оказывается практически точным (невязка оказывается порядка ε^{N+1}).

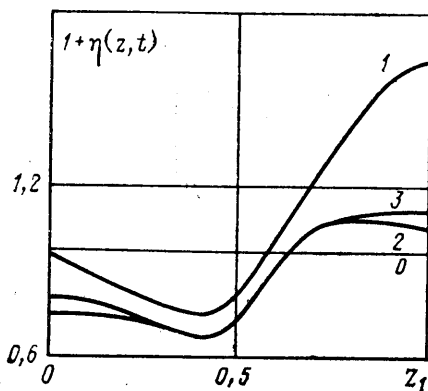


Фиг. 1

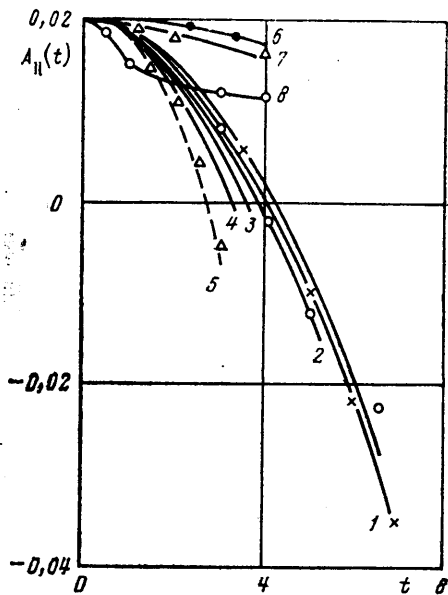
В работе было проведено исследование влияния начальной амплитуды возмущения на рассматриваемые нелинейные явления. Расчеты, проведенные, например, для $\eta_1(0) = 10^{-4}, 10^{-2}, 0,05; 0,1; 0,5$ (при $\alpha = 0,16$), показали, что при достаточно малом уровне начальных возмущений ($\eta_1 < 0,1$) длинноволновые возмущения из устойчивой части спектра ($\alpha > 1$) быстро выходят на автоколебательный режим, не изменяющейся при относительно больших временах развития ($t \approx 10^2$). При этом изменение числа гармоник N в диапазоне 3–6 фактически оказывается несущественным. При достаточно большом уровне начальных данных (например, при $\eta_1(0) = 0,5$) возмущения на поверхности струи интенсивно нарастают и при временах порядка $t \approx 10$ происходит разрушение струи. Характерное время этого разрушения оказывается практически одним и тем же при $N = 2, 4$ и 6. При этом амплитуды первой и второй гармоник выравниваются и форма поверхности затопленной струи существенно отличается от синусоидальной — струя становится двоякопериодической: сильные сужения струи чередуются с относительно слабыми расширениями. На фиг. 2 (кривая 1) показана форма поверхности струи, полученная с учетом двух гармоник, 2 — с учетом четырех гармоник, 3 — шести гармоник. Отметим, что подобные формы поверхности затопленной струи реализуются и при других рассмотренных возмущениях ($\alpha = 0,24; 0,36$).

Аналогичные расчеты проведены и для волнового числа $\alpha = 0,24$ с учетом двух — четырех гармоник. Начальные амплитуды возмущения поверхности струи $\eta_1(0)$ варьировались: $\eta_1(0) = 10^{-2}; 0,1; 0,5$. Показано, что в общих чертах ситуация оказывается аналогичной ранее рассмотренному случаю с $\alpha = 0,16$. Так, для $\eta_1(0) = 0,01$ при $t \approx 18$ амплитуды третьей и четвертой гармоник имеют значения на порядок меньше, чем вторая гармоника, и на два порядка меньше, чем основная волна (фиг. 1, кривая 3), т. е. вид возмущенной поверхности на этих временах развития определяется в основном поведением первой моды. Волновой режим $\alpha = 0,24$ с $N = 4$ с начальной интенсивностью $\eta_1(0) = 0,1$ при больших временах развития ($t \approx 40$) становится неустойчивым. Амплитуды кратных гармоник достигают порядка величины основной волны, а вторая гармоника даже превышает ее значение. При этом на поверхности струи отчетливо выделяются мелкомасштабные колебания с волновым числом $\alpha = 0,96$. Характерное время развития неустойчивости для того же варианта с учетом двух гармоник оказывается значительно меньшим ($t \approx 16$). Форма поверхности струи определяется главным образом развитием основной волны, так как вторая гармоника на порядок меньше нее.

Для больших начальных значений амплитуды возмущения поверхности струи $\eta_1(0) = 0,5$ (при прежнем $\alpha = 0,24$ и $N = 4$) картина роста и



Фиг. 2



Фиг. 3

развития возмущений до времени $t \approx 8$ остается подобной случаю с $\alpha = 0,16$ (фиг. 1, кривая 4). Дальнейшее развитие во времени (до $t = 18,5$) возмущения с $\alpha = 0,24$ и четырьмя гармониками приводят к сильному росту мелкомасштабных спектральных составляющих (третьей η_3 и четвертой η_4 гармоник), опережающему рост основной волны и ее второй гармоники. На указанных временах все кратные гармоники имеют значения порядка 10^{-1} . Тем самым форма поверхности раздела на масштабе первоначально заданного длинноволнового возмущения на этих временах сильно изменяется со временем — на поверхности появляются два, три или четыре относительно плавных возвышения, чередующихся с резкими пережатиями струи.

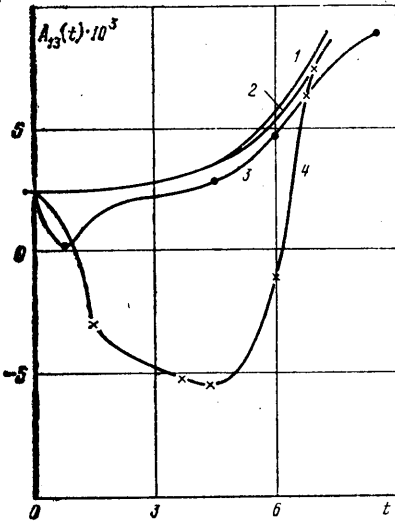
Отметим, что влияние рассмотренных высших гармоник из зоны нейтральных колебаний оказывает стабилизирующее воздействие на той стадии нелинейного развития, где амплитуда этих гармоник достаточно мала. Например, сопоставление вариантов 1 ($\alpha = 0,24$; $N = 2$; $\eta_1(0) = 0,1$) и 2 ($\alpha = 0,24$; $N = 4$; $\eta_1(0) = 0,1$) показывает, что добавление трех и четырех гармоник замедляет разрушение струи: время разрушения струи в первом случае равно $t = 16$, а во втором — $40,27$. Подобная картина наблюдалась и для того же $\alpha = 0,24$ с начальной амплитудой $\eta_1(0) = 0,5$. Этот эффект объясняется, по-видимому, перекачкой энергии от основной моды к высшим.

Был также проведен ряд расчетов, в которых учитывались старшие гармоники, входящие в неустойчивую часть спектра. Например, при $\alpha = 0,24$ с учетом шести гармоник при малой начальной амплитуде $\eta_1(0) = 10^{-2}$. Волновые числа, соответствующие пятой и шестой гармоникам ($\alpha = 1,2$ и $\alpha = 1,44$ соответственно), неустойчивы по линейной теории. При малом начальном возмущении ($\eta_1(0) = 10^{-2}$) до времени $t \approx 15$ форма струи определяется главным образом формой поверхности основной волны: высшие гармоники оказываются по крайней мере на два порядка меньше основной волны. (При большой начальной амплитуде $\eta_1(0) = 0,5$ все спектральные составляющие при этих временах уже выросли до значений порядка $10^{-2} - 10^{-1}$.) На более поздних стадиях нелинейного развития амплитуды мелкомасштабных составляющих (пятой и шестой гармоник) достигают заметных величин порядка 10^{-2} , и неустойчивость струи резко нарастает. При этом на фоне крупномасштабной основной

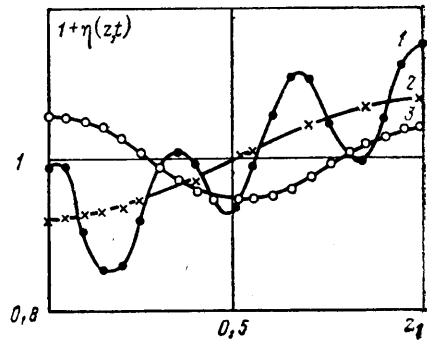
волны начинает интенсивно развиваться мелкомасштабная рябь. При большем времени ($t > 34$) амплитуды возмущений неустойчивой части спектра могут даже превышать амплитуду основной волны и начинают играть определяющую роль в развитии неустойчивости.

Значительное внимание в работе было уделено исследованию нелинейного взаимодействия длинноволновых составляющих спектра с коротковолновыми. Обнаружено, что наличие заметной мелкомасштабной ряби на поверхности затопленной струи приводит к уменьшению амплитуды крупномасштабного тона. Например, на фиг. 3 показано развитие амплитуды основной волны $\alpha_1 = 0,36$ начальной интенсивности $\eta_1(0) = 0,02$;

при наличии коротковолновых возмущений $\alpha_3 = 1,08$ разной интенсивности $\eta_3(0) = 10^{-3}; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5$. Соответствующие значения амплитуды основного тона обозначены кривыми 1-5. Кривая 0



Фиг. 4



Фиг. 5

иллюстрирует поведение амплитуды основной волны без учета коротковолновых возмущений. На фигуре отчетливо видно ослабление основного возмущения мелкомасштабной составляющей. Причем чем больше начальная амплитуда короткой волны (например, $\eta_3(0) = 0,3$), тем заметнее убывание амплитуды основной волны уже на ранних временах развития (кривая 4).

Более интенсивное развитие основной волны в отсутствие мелкомасштабной фракции легко объясняется тем, что развитие мелкомасштабных спектральных составляющих «черпает» энергию из основного тона и тем самым замедляет его развитие.

Вторая гармоника основного возмущения η_2 в отличие от основного тона, наоборот, увеличивается при изменении начальной амплитуды коротковолновой составляющей α_3 от $\eta_3(0) = 10^{-3}$ до 0,5 (табл. 1).

Установлено менее интенсивное нарастание мелкомасштабных возмущений на фоне крупномасштабного конечноамплитудного возмущения, устойчивого по линейной теории. Например, проведенное сравнение варианта с $\alpha = 1,08$; $N = 2$; $\eta_1(0) = 10^{-3}$ (фиг. 4, кривая 1) и вариантами с $\alpha = 0,36$; $N = 6$; $\eta_3(0) = 10^{-3}$; $\eta_1(0) = 0,02; 0,1; 0,2$ (фиг. 4, кривые 2-4), показало, что наличие длинноволнового возмущения с малой начальной интенсивностью $\eta_1(0) = 0,02$ за относительно короткое время развития

Таблица 1

t	$\eta_3(0) = 0$	10^{-3}	0,1	0,5
3	$1,45 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-4}$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$1,52 \cdot 10^{-2}$
6	$6,3 \cdot 10^{-4}$	$7,7 \cdot 10^{-4}$	$1,03 \cdot 10^{-2}$	-

Таблица 2

α	$n=1$	2	3	4	5	6	7	8
0,16	10^4	5	5	2	10	10^2	$5 \cdot 10^4$	10^2
0,36	$4 \cdot 10^3$	10^2	$4 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^3$	10^{-1}	$2,3 \cdot 10^3$	10^{-2}	10^{-3}
α	9	10	11	12	13	14	15	
0,16	10	5	2	8	10^2	$5 \cdot 10^2$	10^2	
0,36	$3 \cdot 10^{-3}$	—	—	—	—	—	—	

($t=9,7$) приводит к уменьшению амплитуды коротковолнового возмущения на $\sim 5\%$ (кривая 2). Увеличение начальных амплитуд основного тона усиливает этот эффект (кривые 3, 4). Резкий рост наблюдается у гармоник, кратных коротковолновому возмущению. Эти составляющие спектра играют определяющую роль в формировании поверхности затопленной струи на поздних стадиях ее развития (фиг. 5).

Расчеты, проведенные, например, при $\alpha_1=0,36$, $\eta_1(0)=0,02$ и $\eta_3(0)=10^{-3}$, $N=6$, показали, что при относительно небольших временах развития ($t=9,7$) амплитуда второй гармоники ($\alpha_6=2,16$) коротковолновой составляющей спектра (с волновым числом $\alpha_3=1,08$) может существенно (примерно на порядок) превышать как амплитуду длинноволнового тона с $\alpha_1=0,36$, так и коротковолнового с $\alpha_3=3$, $\alpha_1=1,08$.

Для коротковолновых составляющих спектра характерно интенсивное нарастание их высших гармоник. Например, возмущение с $\alpha_9=3,24$, являющееся третьей гармоникой коротковолнового возмущения $\alpha_3=1,08$ с начальной интенсивностью $\eta_3(0)=10^{-3}$, заметно нарастает уже на ранних стадиях. Так, при временах $t=7,32$ амплитуда третьей гармоники коротковолновой составляющей $\alpha_9=3,24$ имеет тот же порядок величины, что и амплитуды $\alpha_3=1,08$ и $\alpha_6=2,16$.

Нелинейное взаимодействие крупномасштабного возмущения $\alpha_1=0,16$ из устойчивой зоны с начальной интенсивностью $\eta_1(0)=0,5$ и растущего возмущения $\alpha_7=7 \times \alpha_1=1,12$ с $\eta_7(0)=0,1$ также сопровождается сильным ростом гармоник, кратных коротковолновой составляющей. Форма поверхности изменяется аналогично предыдущему случаю.

Одной из наиболее характерных особенностей рассматриваемых нелинейных процессов является интенсивный рост комбинационных тонов с $\alpha_1 \pm \alpha_n$, где α_n — коротковолновое возмущение. Так, для $\alpha_1=0,16$ это — шестая и восьмая гармоники. Остальные комбинационные гармоники нарастают значительно менее интенсивно (табл. 2, амплитуда $\eta \cdot 10^3$).

Взаимодействие разномасштабных возмущений при их малой начальной амплитуде относительно неэффективно: наблюдается практически независимое развитие длинноволновых и коротковолновых составляющих спектра. Так, например, форма поверхности варианта с $\alpha=0,36$; $\eta_1(0)=0,02$; $\eta_3(0)=10^{-3}$, $N=6$ (фиг. 5, кривая 1), является почти линейной суперпозицией формы поверхности варианта с $\alpha=0,36$; $\eta_1(0)=0,02$; $N=2$ (фиг. 5, кривая 2) и варианта с $\alpha=1,08$, $\eta_1(0)=10^{-3}$, $N=2$ (фиг. 5, кривая 3). Аналогичное поведение наблюдается и для амплитудных функций η_N и A_{1N} . Проведенные расчеты показали, что характер нелинейного взаимодействия длинноволновых и коротковолновых возмущений слабо зависит от соотношения масштабов этих возмущений. Так, расчеты, выполненные при $\alpha=0,16$, $N=21$, $\eta_1(0)=0,1$ и $\eta_7(0)=0,5$ также показали существенный рост амплитуды второй гармоники для коротковолновых составляющих, причем даже численные значения этих амплитуд в обоих случаях оказываются близкими. Форма поверхности также изменяется аналогично предыдущему случаю.

Увеличение начальной амплитуды коротковолновой составляющей спектра на начальной стадии развития $t \approx 1$ приводит в основном к сильному росту ее второй гармоники. Остальные составляющие спектра на начальной стадии нелинейной эволюции оказываются «малочувствительными» к этому увеличению. Так, например, расчеты, приведенные при $\alpha = 0,36$, $\eta_1(0) = 0,02$, $\eta_3(0) = 0,5$, $N = 6$ показывают, что уже при $t = 0,33$ амплитуда шестой гармоники достигает значений порядка 10^{-1} и существенно (более чем на порядок) превышает амплитуды всех остальных гармоник, включая первую и третью.

Исследование нелинейного взаимодействия длинноволновых составляющих спектра с коротковолновыми было проведено также в рамках полной постановки (1.2)–(1.5). Показано, что для струи воздуха ($\rho_1 = 0,0012$), затопленной в бесконечном объеме воды ($\rho_2 = 1$), наличие интенсивной мелкомасштабной ряби на поверхности затопленной струи также приводит к уменьшению амплитуды крупномасштабного тона. В частности, для основного тона $\alpha = 0,36$ с начальной интенсивностью $\eta_1(0) = 0,02$ и мелкомасштабного тона $\alpha_3 = 1,08$ с начальной амплитудой $\eta_3(0) = 0,1$; $0,3$; на относительно малых временах уменьшение амплитуды составляет $\sim 20\%$ (фиг. 3). Кривая 6 соответствует амплитуде основного тона с $\alpha = 0,36$, $\eta_1(0) = 0,02$ без коротковолновой компоненты. Кривые 7 и 8 соответствуют взаимодействию с коротковолновыми режимами, начальные интенсивности которых $\eta_3(0) = 0,1$ и $\eta_3(0) = 0,3$ соответственно.

В результате проведенных исследований показано, что наличие достаточно интенсивной мелкомасштабной ряби на поверхности затопленной струи приводит к уменьшению амплитуды крупномасштабного тона и нарастанию его второй гармоники. Установлено менее интенсивное нарастание мелкомасштабных возмущений на фоне крупномасштабных составляющих, начальная амплитуда которых мала ($\eta_1(0) < 0,1$). При значительной начальной интенсивности $\eta_1(0) \geq 0,1$ крупномасштабной компоненты обнаружено ее стабилизирующее воздействие на мелкомасштабную рябь в ранний период развития по времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы, каверны. М.: Мир, 1964. 466 с.
2. Буйвол В. И. Колебания и устойчивость деформируемых систем в жидкости. Киев: Наук. думка, 1975. 189 с.
3. Лышевский А. С. Распыливание топлива в судовых дизелях. Л.: Судостроение, 1971. 248 с.
4. Дитякин Ю. Ф., Клячко Л. А., Новиков Б. В., Ягодкин В. И. Распыливание жидкостей. М.: Машиностроение, 1977. 207 с.
5. Wu Th. Yao-tsu. Cavity and wake flows // Annu. Rev. Fluid Mech. V. 4. Palo Alto, Calif. 1972. P. 243–284.
6. Петров Г. И. Применение метода Галеркина к задаче об устойчивости течения вязкой жидкости // ПММ. 1940. Т. 4. Вып. 3. С. 3–12.
7. Шкадов В. Я. Некоторые методы и задачи теории гидродинамической устойчивости // Науч. тр. Ин-та мех. МГУ. 1973. № 25. 192 с.
8. Герценштейн С. Я., Филанд Л. В., Шкадов В. Я. Неустойчивость и образование капель во вращающейся капиллярной струе // Нелинейн. волнов. процессы в двухфаз. средах. Новосибирск: 1977. С. 172–180.
9. Филанд Л. В. Неустойчивость и распад капиллярных жидких струй в спутном потоке воздуха // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 3. С. 124–128.

Москва

Поступила в редакцию
25.V.1987