

**МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА**
№ 6 • 1989

УДК 532.546

© 1989

ШВИДЛЕР М. И.

**ОСРЕДНЕННОЕ ОПИСАНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПЕРЕНОСА
НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ В СРЕДАХ
С МАЛОМАСШТАБНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ**

Фильтрационный перенос однородной жидкости в неоднородных по проводимости средах описывается эллиптическими или параболическими системами уравнений с переменными коэффициентами и в случае мелкомасштабных неоднородностей проблема осредненного описания эквивалентна задаче осреднения соответствующих операторов с быстро осциллирующими коэффициентами [1–4].

Осредненное описание реализует связь между средними по ансамблю реализаций или объему полями и эффективными характеристиками неоднородной среды. Если неоднородная система состоит из однородных подобластей, глобальное (моно-континуальное) осреднение недостаточно информативно. Для описания средних полей в компонентах композитной системы естественно использовать мультиконтинуальные модели, в которых фигурируют условно осредненные уравнения, содержащие члены, ответственные за межконтинуальные обмены веществом, импульсом, энергией.

В [5–8] на примерах задач фильтрации однородной жидкости показано, что в тех случаях, когда для одного и того же процесса может быть реализовано моно-континуальное описание и получены законы сохранения мультиконтинуальной модели, замыкающие обменные члены для бинарной системы могут быть выражены через характеристики моноконтинуума, вычисляются и средние поля в компонентах композита. Полученная при этом информация позволяет оценить известные феноменологические гипотезы замыкания мультиконтинуальных моделей и указать области их применимости.

Реализация осредненного описания, построение как моно-, так и мультиконтинуальных моделей фильтрационного переноса неоднородных жидкостей сопряжены со значительными трудностями, связанными в первую очередь с нелинейностью осредняемых систем уравнений. Далее будет показано, что замкнутое описание удается осуществить, если неоднородность среды достаточно мелкомасштабна, а процесс переноса мезоравновесный [8]. Построена теория, моно- и мультиконтинуальные модели переноса несмешивающихся жидкостей и вычислены функции, фиксирующие такие модели, как модифицированные фазовые проницаемости, обменные характеристики и т. п. Рассмотрены примеры слоистых систем, для которых реализована процедура осреднения и найдены характеристики моно- и мультимоделей.

1. Рассмотрим процесс фильтрационного переноса двух несмешивающихся и неожимаемых жидкостей в композитной пористой среде, компоненты которой однородны, но имеют различные пористость и проницаемость. В каждой точке области Ω фильтрационный перенос описывается системой уравнений

$$m(\mathbf{x}) \frac{\partial \sigma_j}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{v}_j = f_j, \quad j=1, 2 \quad (1.1)$$

$$\mathbf{v}_j = - \frac{k(\mathbf{x}) k_j^\circ(\sigma_j)}{\mu_j} (\nabla p_j + \rho_j \mathbf{g}) \quad (1.2)$$

$$p_2 - p_1 = p_h(\sigma_1), \quad \sigma_1 + \sigma_2 = 1 \quad (1.3)$$

где σ_j , p_j , \mathbf{v}_j , ρ_j , μ_j — соответственно насыщенность, давление, вектор скорости фильтрации, плотность и вязкость жидкой фазы (для определен-

ности: $j=1$ соответствует смачивающей фазе). Пористость $m(\mathbf{x})$ и тензор абсолютной проницаемости $k(\mathbf{x})$ — разрывные на границах компонентов композита функции, относительные проницаемости $k_j^0(\sigma_j)$ полагаются для некоторого класса подобных поровых микроструктур универсальными функциями насыщенности, а капиллярное давление p_k считается функцией пористости, проницаемости и насыщенности.

В изотропных пористых средах капиллярное давление p_k может быть выражено через универсальную характеристику насыщенности — функцию Леверетта

$$p_k(\sigma_j) = \alpha \sqrt{m/k} J(\sigma_j) \quad (1.4)$$

где α — коэффициент межфазного натяжения.

Формальное обобщение записи (1.4) для локально-анизотропных сред приведено в [9], где предложено вместо k использовать линейный инвариант тензора проницаемости. При этом, по-видимому, функция Леверетта может считаться универсальной только в некотором классе анизотропных систем, поскольку локальная анизотропия тесно связана с микроструктурой пористой среды.

Локальная система уравнений (1.1)–(1.3) замкнута и состоит в случае трехмерного пространства из 10 уравнений относительно 10 функций — двух насыщенностей, двух давлений и шести компонентов скорости фильтрации.

Полагая, что δ — характерный масштаб неоднородности полей $m(\mathbf{x})$ и $k(\mathbf{x})$ удовлетворяет условию $\delta \ll l_\alpha$, где l_α — масштаб области фильтрации, будем считать, что усреднение по ансамблю эквивалентно усреднению по одной достаточно представительной реализации, т. е. объему области ω_Δ , масштаб которой Δ удовлетворяет неравенствам $\delta \ll \Delta \ll l_\alpha$.

Условимся в дальнейшем называть: δ — микромасштабом, Δ — мезомасштабом, l_α — макромасштабом композитной системы, и, следовательно, принятый способ осреднения эквивалентен осреднению по объему мезомасштаба, значительно меньшему масштаба области фильтрации, но, с другой стороны, содержащему достаточно много микромасштабных элементов композитной системы.

Введем средние по мезообъему поля насыщенности, давлений и скоростей фильтрации

$$S_j = \langle \sigma_j \rangle, \quad P_j = \langle p_j \rangle, \quad \mathbf{V}_j = \langle \mathbf{v}_j \rangle \quad (1.5)$$

и, называя осредненное описание в этих терминах моноконтинуальным, перейдем к построению мульти континуальных моделей, полагая, что согласованная с ними мономодель должна быть следствием мульти моделей.

2. Пусть индекс i соответствует i -той компоненте композитной системы и определена функция-индикатор

$$z_i = \begin{cases} 1, & X \in \Omega_i \\ 0, & X \in \Omega \setminus \Omega_i \end{cases}$$

Введем средние по компонентам поля фазовых давлений, насыщенностей и скоростей фильтрации

$$P_{ij} = \theta_i^{-1} \langle p_j z_i \rangle, \quad \sigma_{ij} = \theta_i^{-1} \langle \sigma_j z_i \rangle, \quad \mathbf{V}_{ij} = \theta_i^{-1} \langle \mathbf{v}_j z_i \rangle$$

где $\theta_i = \langle z_i \rangle$ — объемная доля i -того компонента в композите.

Выпишем условно осредненное уравнение (1.1)

$$\begin{aligned} m_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{V}_j + \theta_i^{-1} Q_{ij} &= f_{ij} \\ Q_{ij} = -\langle \mathbf{V}_j \nabla z_i \rangle, \quad \sum_i Q_{ij} &= 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Как показано в [5, 6], корреляционный момент Q_{ij} является удельным средним перетоком j -той жидкости из континуума i в остальные континуумы.

Условно осредняя уравнение (1.2), запишем

$$\mathbf{V}_{ij} = -\frac{k_i \theta_i^{-1}}{\mu_j} \langle z_i k_j^\circ (\sigma_j) (\nabla p_j + \rho_j \mathbf{g}) \rangle \quad (2.2)$$

и при вычислении тройной корреляции будем считать, что во включениях i -той компоненты, попавших в мезомасштабный объем осреднения, флуктуации насыщенности малы по сравнению со средней насыщенностью. Фактически это предположение эквивалентно гипотезе о близости распределения насыщенности к капиллярно-равновесному, при котором указанные флуктуации точно равны нулю. Очевидно, реализация такого приближения связана с ограничениями на скорость установления капиллярного равновесия в объеме мезомасштаба и совместима с достаточно медленными макропроцессорами.

Полагая в (2.2) приближенно $\sigma_i = \sigma_{ii}$, получим

$$\mathbf{V}_{ij} = -\frac{k_i k_j^\circ (\sigma_{ii})}{\mu_j} (\nabla P_j + \rho_j \mathbf{g} + \theta_i^{-1} \Psi_{ij}) \quad (2.3)$$

$$\Psi_{ij} = -\langle p_j \nabla z_i \rangle, \quad \sum_i \Psi_{ij} = 0$$

где Ψ_{ij} — интенсивность обмена импульсом в j -том жидкокомпонентном потоке из i -того континуума в остальные континуумы [5, 6].

В рамках рассматриваемого приближения условное осреднение уравнений (1.3) дает

$$P_{i2} - P_{i1} = P_k^i(\sigma_{ii}), \quad \sum_j \sigma_{ij} = 1 \quad (2.4)$$

при этом, очевидно, второе уравнение точное.

Система условно осредненных уравнений (2.1), (2.3), (2.4) незамкнута, так как при фильтрации двухфазной системы в двухкомпонентной композитной среде содержит 28 уравнений относительно 35 скалярных функций.

Легко, однако, заметить, что предположение о быстром установлении капиллярного равновесия на мезомасштабе автоматически налагает условие быстрой релаксации средних фазовых давлений в различных компонентах композита, входящих в объем мезомасштаба. Отсюда следует, что

$$P_{11} = P_{21} = P_1, \quad P_{12} = P_{22} = P_2 \quad (2.5)$$

т. е. в мультиконтигуальной модели фигурируют фазовые давления (1.4), идентичные для компонентов композита.

Отсюда имеем формальное равенство средних капиллярных давлений в различных компонентах

$$P_k^1(\sigma_{11}) = P_k^2(\sigma_{21}) \quad (2.6)$$

и, следовательно, в мультиконтигуальной модели фигурирует лишь одна независимая насыщенность, все остальные могут быть выражены через нее.

Таким образом, для замкнутого мультиконтигуального описания остается указать связь обменных параметров Q_{ij} и Ψ_{ij} с характеристиками модели, что может быть, как и в [5–8], реализовано с помощью моноконтигуальной модели рассматриваемого процесса, совместной с предлагаемой мультимоделью.

3. При построении глобально осредненной системы уравнений двухфазной фильтрации, согласованной с мульти моделью, ограничимся мезоравновесным приближением, в соответствии с которым в осредненных операторах, представляющих собой разложение по масштабу неоднородности δ , сохраняются лишь главные члены, не содержащие этого параметра. В этом случае, осредняя уравнение (1.1), получим условие сохранения фазы

$$m_0 \frac{\partial S_j}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{V}_j = F_j, \quad m_0 = \langle m \rangle, \quad F_j = \langle f_j \rangle \quad (3.1)$$

С другой стороны, умножив уравнение (2.1) на θ_j и суммируя по i , получим эквивалентное уравнение

$$\sum_i m_i \theta_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{V}_j = F_j, \quad \mathbf{V}_j = \sum_i \theta_i \mathbf{V}_{ij} \quad (3.2)$$

Сопоставив (3.2) и (3.1), запишем связь средней насыщенности фазой с насыщенностями этой же фазой отдельных компонентов композитной среды

$$S_j = \left(\sum_i \theta_i m_i \right)^{-1} \sum_i \theta_i m_i \sigma_{ij} \quad (3.3)$$

Если учесть, что в рассматриваемом приближении все насыщенности выражаются через одну из них, можно из (3.3) выразить насыщенности в компонентах σ_{ij} через S_j — среднюю насыщенность всей системы.

Осредняя глобально систему (1.1), (1.2) в целом при тех же предположениях о мелкомасштабности неоднородностей и квазивесном распределении средних насыщенностей по компонентам композитной среды, получим в дополнение к (3.1) уравнение

$$\mathbf{V}_j = - \frac{K_j}{\mu_j} (\nabla P_j + \rho_j \mathbf{g}) \quad (3.4)$$

где K_j — тензор эффективной проводимости двухкомпонентной системы с концентрациями компонентов θ_i и проводимостями $k_i k_j^0(\sigma_{ij})$. Пусть K_0^* — эффективная проводимость двухкомпонентной системы с концентрациями компонентов θ_i и проводимостями k_i , т. е. эффективная проводимость композитной системы для однородной жидкости.

Тогда (3.4) можно записать в виде

$$\mathbf{V}_j = - \frac{K_0^* K_j^*}{\mu_j} (\nabla P_j + \rho_j \mathbf{g}), \quad K_j^* = (K_0^*)^{-1} K_j \quad (3.5)$$

и тензор K_j^* естественно назвать эффективной фазовой проницаемостью неоднородной композитной системы.

Поскольку насыщенности σ_{ij} однозначно связаны со средней насыщенностью S_j , тензор $K_j^* = K_j^*(S_j)$, но в отличие от функций k_j^0 не является универсальной функцией насыщенности, пригодной для любой среды, а соответствует данной композитной неоднородной системе.

Осреднение уравнения для капиллярного давления и тождества для насыщенности дает

$$P_2 - P_1 = \theta_1 p_k(\sigma_{11}) + \theta_2 p_k(\sigma_{21}) = P_k^* \quad (3.6)$$

$$S_1 + S_2 = 1 \quad (3.7)$$

и в принятом приближении эффективное капиллярное давление — функция средней насыщенности, поскольку таковыми являются σ_{11} и σ_{21} .

Таким образом, глобально осредненные уравнения двухфазной фильтрации (3.1), (3.5), (3.6), (3.7) имеют тот же вид, что исходная система

(1.1) – (1.3). Система в терминах средних насыщенностей S_j , средних фазовых давлений P_j и средних фазовых скоростей фильтрации замкнута. Реализация такого описания связана с определением зависимостей средних фазовых насыщенностей компонентов от средней насыщенности всей системы из уравнений (2.5), (3.3), вычислением эффективных проводимостей композитной системы для однородной жидкости и соответствующей жидкой фазы, вычислением эффективного капиллярного давления из соотношения (3.6).

Учитывая замечание относительно равенства (1.4), введем формально эффективную функцию Леверетта $J^*(S_1)$ с помощью соотношения

$$P_k^* = \alpha \sqrt{m_0/K} J^*(S_1) \quad (3.8)$$

где $K = \text{Sp } K_0^*/n$ – линейный инвариант тензора K_0^* .

Завершая процедуру построения моноконтинуальной модели двухфазной фильтрации, следует отметить ее существенное отличие от известных в теории фильтрации моделей описания с применением так называемых «модифицированных фазовых проницаемостей», «псевдофункций» и т. п. [10], в которых фигурируют осредненные по толщине пласта поля давления и насыщенности.

Замкнутое описание в этом случае достигается на основе гипотез о капиллярном, капиллярно-гравитационном равновесии вдоль вертикали и в отличие от приведенного способа не связано с неоднородностью системы и малостью ее пространственного масштаба неоднородности, т. е. по существу нелокально, и, следовательно, требует достаточно жестких ограничений на толщину пласта и характер процесса переноса. При этом на единицу снижается размерность пространства независимых переменных, что наряду с упрощением описания связано с потерей информации о процессе.

4. Комбинируя теперь уравнения моно- и мультиконтигуальных моделей точно так же, как это сделано в [5, 6] для случая фильтрации однородной жидкости, получим для бинарных композитных систем замыкающие соотношения

$$\begin{aligned} \psi_{ij} &= \lambda_{ij} (\nabla P_j + \rho_j g) \\ \lambda_{1j} &= -\lambda_{2j} = [k_1 k_j^\circ(\sigma_{1j}) - k_2 k_j^\circ(\sigma_{2j})]^{-1} \left[K_0^* K_j^* - \sum_i \theta_i k_i^\circ(\sigma_{ij}) \right] \end{aligned} \quad (4.1)$$

Или из (2.3) найдем средние фазовые скорости фильтрации в компонентах композитной системы, выраженные через среднее поле мономодели

$$V_{ij} = -\frac{k_i k_j^\circ(\sigma_{ij})}{\mu_j} (1 + \theta_i^{-1} \lambda_{ij}) (\nabla P_j + \rho_j g) \quad (4.2)$$

Подставив (4.2) в (2.1), вычислим перетоки фаз Q_{ij} – характеристики мультиконтигуальной системы.

Таким образом, для полной реализации мультиконтигуального описания необходимо получить эффективные характеристики мономоделей K_0^* – тензор эффективной проводимости композитной системы для однородной жидкости, $K_j^*(S_j)$ – тензоры эффективной относительной проницаемости для несмешивающихся жидкостей фаз как функций средней насыщенности, эффективное капиллярное давление P_k^* или эффективную функцию Леверетта $J^*(S_1)$. Очевидно, при сделанных предположениях о характере равновесия на мезомасштабе основная трудность построения этих характеристик связана с вычислением эффективных проводимостей гетерогенных систем, задачей, основные методы решения которой описаны в [1–4].

Найдя эффективные характеристики, следует решить конкретную задачу для мономодели, найти поля P_j , а затем вычислить поля скоростей в компонентах и обменные члены – перетоки.

В качестве примера рассмотрим композитную систему, состоящую из однородных слоев, для которой эффективные характеристики могут быть определены точно. Пусть слои бинарной слоистой системы характеризуются параметрами k_i , m_i , θ_i . Примем в качестве универсальных локальных характеристик двухфазной системы модельные фазовые проницаемости $k_1^0 = \sigma_1^2$, $k_2^0 = \sigma_2^2$, функцию Леверетта $J(\sigma_i) = K_{i\parallel}^*, K_{i\perp}^*$

$$= (1 - \sigma_i)/\sigma_i.$$

Очевидно, в рассматриваемом случае $K_{0\parallel}^*$ – продольная проводимость и $K_{0\perp}^*$ – проводимость поперечная имеют вид

$K_{0\parallel}^* = k_1\theta_1 + k_2\theta_2$, $K_{0\perp}^* = (k_1^{-1}\theta_1 + k_2^{-1}\theta_2)^{-1}$ и при любых параметрах коэффициент анизотропии $v = K_{0\parallel}^*/K_{0\perp}^* \geq 1$, а равенство возможно лишь при $k_1 = k_2$.

Поскольку модельные фазовые проницаемости $k_i^0(\sigma) \leq 1$, фазовые проводимости слоев меньше их проводимости по однородной жидкости. В то же время анизотропия проводимости по фазе по сравнению с v может как увеличиваться, так и уменьшаться, поскольку зависит от соотношения фазовых проводимостей. В соответствии с принятой гипотезой капиллярного равновесия в объеме мезомасштаба и зависимостью (1.4) для капиллярного давления распределение смачивающей (несмачивающей) фаз по компонентам (слоям) определяется параметром $\beta = m_1 k_2 / m_2 k_1$, при $\beta > 1$ насыщенность смачивающей фазой больше во втором компоненте, при $\beta < 1$ – в первом. Физической причиной этого эффекта является известная тенденция преобладания смачивающей фазы в малопроницаемом и высокопористом компоненте. Поэтому при $\beta < 1$ и $k_1 < k_2$ анизотропия фазовой проводимости для смачивающей фазы меньше, чем анизотропия проводимости для однородной жидкости.

Для той же системы анизотропия проводимости для несмачивающей фазы, напротив, больше, чем анизотропия проводимости для однородной жидкости. Очевидно, при $\beta > 1$ указанный эффект имеет противоположный характер. Поскольку при вычислении относительных фазовых проницаемостей абсолютные фазовые проницаемости перенормированы по тензору проводимости для однородной жидкости, отношение продольной и поперечной относительных фазовых проницаемостей может быть как больше, так и меньше единицы.

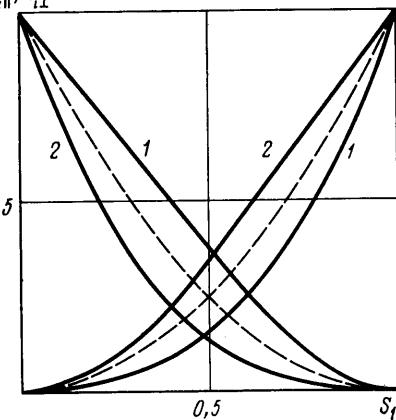
Так, при $\beta > 1$ и $k_1 < k_2$ продольная эффективная относительная проницаемость для смачивающей фазы меньше поперечной и модельной. Поперечная эффективная относительная проницаемость для несмачивающей фазы, напротив, меньше модельной, которая в свою очередь меньше продольной.

Очевидно, при $\beta = 1$ насыщенности в компонентах одинаковы и равны средней, а эффективные относительные фазовые проницаемости совпадают с модельными. Рассмотрим конкретный пример. Пусть $k_1 = 1$, $k_2 = 10$, $m_1 = m_2 = 0,2$, $\theta_1 = \theta_2 = 0,5$, т. е. $\beta = 10$. Очевидно, в изучаемом примере продольная проводимость для однородной жидкости $K_{0\parallel}^* = 5,5$ и существенно больше поперечной проводимости $K_{0\perp}^* = 1,818$.

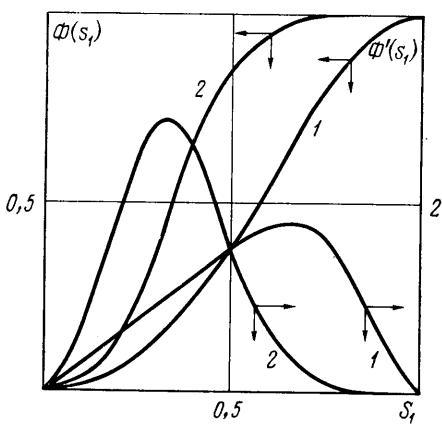
На фиг. 1 изображены зависимости эффективных продольных $K_{i\parallel}^*$ (кривые 1) и поперечных $K_{i\perp}^*$ (кривые 2) фазовых проницаемостей от S_1 – средней насыщенности смачивающей жидкостью. Здесь же пунктиром нанесены модельные зависимости $k_i^0(\sigma)$. Отметим характерные особенности эффективных характеристик, которые значительно отличаются от модельных. При этом во всем диапазоне насыщенностей выполняются неравенства $K_{1\parallel}^* < k_1^0 < K_{1\perp}^*$. Напротив, для несмачивающей фазы имеем $K_{2\perp}^* < k_2^0 < K_{2\parallel}^*$. Таким образом, для смачивающей жидкости продольная эффективная фазовая проницаемость существенно меньше поперечной, для несмачивающей жидкости картина обратная.

На фиг. 2 приведены зависимости соответствующих долей первой фазы в потоке $\Phi(S_1)$ и ее производных $\Phi'(S_1)$ при условии $\mu_2/\mu_1 = 10$. Очевидно, различие продольных (кривые 1) и поперечных (кривые 2) характеристик также достаточно велико. Продольная фронтовая насыщенность $S_1\parallel = 0,44$, поперечная $S_1\perp = 0,25$. Для модельных характеристик фронтовая насыщенность $S_1 \approx 0,3$. Таким образом, в рамках осредненного описания для данной системы процесс вытеснения несмачивающей жидкости более эффективен в продольном варианте (вдоль слоев).

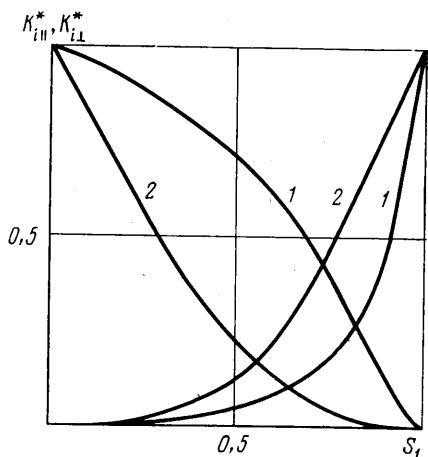
Следующий пример соответствует слоистой системе с параметрами слоев $k_1 = k_2 = 1$, $m_1 = 0,4$, $m_2 = 0,04$, $\theta_1 = \theta_2 = 0,5$ и потому, как и в предыдущем примере, $\beta = 10$. Однако по абсолютной проницаемости такая система макроскопически изотропна ($K_{0\parallel} = K_{0\perp} = 1$) и потому продольные относительные фазовые проводимости всегда больше поперечных, т. е. такая слоистая структура анизотрона для двухфазной системы несмешивающихся жидкостей. Фронтовые насыщенности в данном примере $S_1\parallel = 0,38$, $S_1\perp = 0,53$ и в отличие от предыдущего, поперечное вытеснение эффективнее продольного.



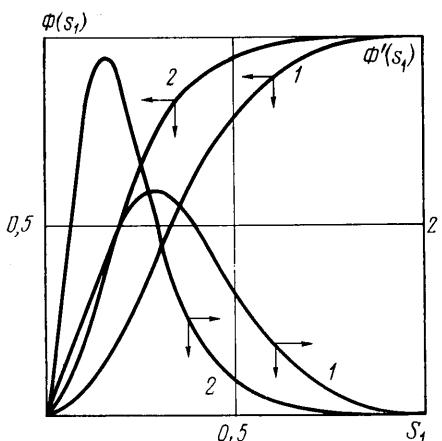
Фиг. 1



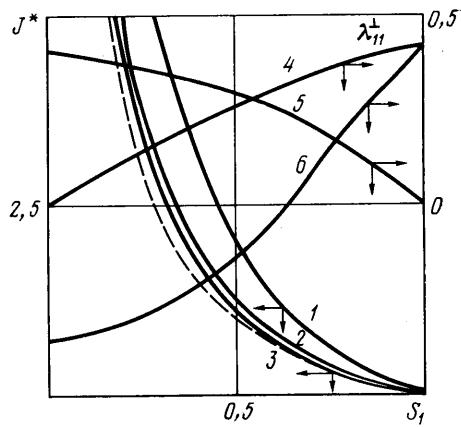
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

Пусть теперь система неоднородна по пористости и проницаемости и $k_1=1$, $k_2=10$, $m_1=0,2$, $m_2=0,03$, $\theta_1=\theta_2=0,5$. Так как $\beta>1$, то и в этом случае продольная относительная проницаемость смачивающей жидкости меньше поперечной, а для несмачивающей жидкости, напротив, продольная больше поперечной. В отличие от рассмотренных ранее примеров продольная относительная фазовая проницаемость почти во всем диапазоне насыщенности выпукла к оси насыщенности (фиг. 3). Продольные и поперечные доли в потоке и их производные сильно различаются (фиг. 4), фронтовые насыщенности в этом случае $S_1\parallel=0,83$, $S_1\perp=0,47$ и продольное вытеснение существенно эффективнее поперечного.

На фиг. 5 пунктиром изображены модельная функция Леверетта $J(S_1)$ и обезразмеренные в соответствии с формулой (1.4) кривые $J^*(S_1)$ для всех трех вариантов неоднородных слоистых систем (кривые 1, 2, 3). Зависимости характеристик мультиконтинуальной модели $\lambda_{11}^\perp(S_1)$ для тех же неоднородных систем приведены на фиг. 5 (кривые 4, 5, 6).

Очевидно, для слоистой системы при любых ее параметрах $\lambda_{11}\parallel=0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахвалов Н. С., Панасенко Г. П. Осреднение процессов в периодических средах. М.: Наука, 1984. 352 с.
2. Санчес-Паленсия Э. Неоднородные среды и теория колебаний: Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 472 с.
3. Жиков В. В., Козлов С. М., Олейник О. А. О G -сходимости параболических операторов // Успехи мат. наук. 1984. Т. 36. № 1. С. 11–58.
4. Швайдлер М. И. Статистическая гидродинамика пористых сред. М.: Недра, 1985. 288 с.
5. Швайдлер М. И. Условное осреднение фильтрационных полей в гетерогенных средах // Докл. АН СССР. 1986. Т. 288. № 5. С. 1074–1078.

6. Швидлер М. И. Об условном осреднении неустановившихся фильтрационных полей в случайных композитных пористых средах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 69–74.
7. Швидлер М. И. Об условном осреднении уравнений фильтрационного переноса в случайных композитных пористых средах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 1. С. 75–81.
8. Швидлер М. И. Мультиконтинуальное описание фильтрационного переноса в периодических неоднородных средах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 112–119.
9. Швидлер М. И., Данилов В. Л. О расщеплении задач многомерной фильтрации несжимаемых жидкостей // Докл. АН СССР. 1973. Т. 2. № 5. С. 1077–1078.
10. Каневская Р. Д. Методы введения модифицированных фазовых проницаемостей // Особенности разработки сложнопостроенных залежей нефти. Сб. научн. тр. ВНИИ. Вып. 94. М., 1986. С. 45–51.

Москва

Поступила в редакцию
20.X.1988