МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 6 · 1989

УДК 532.5:534.23–13

МАКАРОВ С. Н., СЕМЕНОВА Н. Г., СМИРНОВ В. Е.

МОДЕЛЬ АКУСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ ДЛЯ ИНТЕНСИВНОГО ЗВУКОВОГО ПУЧКА В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Под стационарным акустическим течением в свободном пространстве понимают постоянное движение жидкости или газа, возникающее в поле звукового луча и направленное от источника звука. Течения такого рода используются в ряде технологических процессов [1], в частности при конструировании акустических насосов [2, 3]. Экспериментально наблюдаемая скорость течения в воде не превышает нескольких м/с, в воздухе – десятков м/с [3].

В отличие от эккартовских (одномерных потоков в трубе) акустические течения в свободном пространстве теоретически изучены менее подробно. В работе [4] сформулированы общие уравнения потока, подобные уравнениям Прандтля для пограничного слоя. Модельное решение для плоского пучка получено в [5]. Медленное течение при $\mathrm{Re}<1$ исследовалось в работе [6]. В реальных условиях интенсивные потоки характеризуются существенно большими значениями гидродинамического числа Рейнольдса $\mathrm{Re}\gtrsim 100$.

Ниже рассмотрено стационарное акустическое течение в жидкой баротропной среде (воде), возбуждаемое плоским круглым излучателем на частотах мегагерцевого диапазона, при больших гидродинамических числах Рейнольдса. Исследована область течения, меньшая дифракционной длины, но включающая зону образования разрыва и нелинейного затухания пилообразной волны конечной амплитуды.

Экспериментально установлено, что в данных условиях прямое течение практически не выходит за границу пучка. Подтекание жидкости в основной поток происходит в каждой точке боковой поверхности пучка [7], исключая, может быть, область вблизи излучателя, где звуковое поле существенно неоднородно [8]. Эта область ниже не рассматривается.

Считаем также, что акустическое течение не изменяет параметров звуковой волны внутри пучка. Воздействие постоянного течения на звуковое поле связано в основном с увеличением скорости звука в движущейся среде [9]. Для воды оно составляет менее 0,1% и, следовательно, пренебрежимо мало.

1. Пусть ρ, p, v – мгновенные значения плотности, давления и колебательной скорости внутри пучка в отсутствие потока, ρ_0, p_0, c_0 – равновесные значения параметров жидкости. Элементарный объем жидкости совершает периодические колебательные движения в звуковом поле и одновременно движется поступательно вдоль линии тока акустического течения со скоростью $\mathbf{W}$. Выпишем интеграл механической энергии (интеграл Бернулли) для поступательных движений.

В поле плоского звукового пучка, распространяющегося в направлении оси x, на жидкость действует объемная сила $\mathbf{F}$ вида [6, 10]

$$F_x=-\rho_0\frac{d\langle v^2\rangle}{dx}>0,\quad r<R,\quad F_x=0,\quad r>R,\quad F_r=0 \tag{1.1}$$

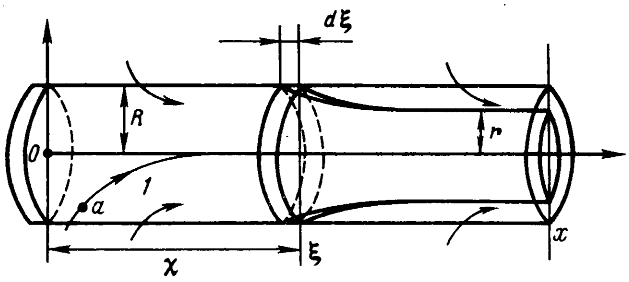
где r – радиальная координата, R – радиус пучка. Во внутренней области пучка сила $\mathbf{F}$ (1.1) имеет потенциал $\varphi=\rho_0\langle v^2\rangle$.

Потенциал объемного действия сил давления равен среднему значению функции давления P [11] в звуковом поле. Разлагая давление в ряд Тэйлора около равновесного значения p_0 и преобразуя нелинейное слагаемое с помощью равенства $p-p_0=\rho_0c_0v$, находим

$$\langle P\rangle=\langle p-p_0\rangle/\rho_0-{}^1/_2\langle v^2\rangle \tag{1.2}$$

В соответствии с условием «поджатия» (см. [10, 12]) среднее от избыточного гидростатического давления $\langle p-p_0\rangle$ для ограниченной по сечению волны равно нулю.

Зафиксируем сечение пучка с координатой x и рассмотрим линию тока акустического течения, проходящую через его центр (кривая *1* на фиг. 1). Линия тока *1* пересекает боковую поверхность пучка в непосредственной



Фиг. 1

близости от излучателя, а скорость течения на ней $W(x)$ максимальна по сечению. Интеграл Бернулли вдоль линии тока имеет вид

$$^1/_2W^2+\langle P\rangle+\varphi/\rho_0=\mathrm{const} \tag{1.3}$$

Выберем на линии тока *1* точку a вблизи ее пересечения с боковой поверхностью пучка и будем считать, что $|\mathbf{W}_a|\ll W(x)$. Подставляя в (1.3) значения $\langle P\rangle$ (1.2) и φ и определяя постоянную, получим

$$W^2=\langle v^2(0)\rangle-\langle v^2(x)\rangle \tag{1.4}$$

Формула (1.4) задает максимальную скорость акустического течения в сечении x при $r=0$. На оси пучка и только на ней сумма динамического давления акустического потока ρ_0W^2 и радиационного давления звука $\rho_0\langle v^2(x)\rangle$ [10] остается постоянной. Этот результат соответствует известной теореме Боргниса [13].

2. Определим скорость затекания жидкости в звуковой пучок и профиль акустического течения. Обозначим $V_n(x)$ нормальную компоненту скорости течения на боковой поверхности пучка и рассмотрим «трубку тока», входящую в пучок вблизи точки ξ с сечением на боковой поверхности $2\pi Rd\xi$ (фиг. 1). Вновь используя схему рассуждений разд. 1, находим, что скорость в трубке тока в сечении x $W(x, \xi)$ будет равна

$$W^2=\langle v^2(\xi)\rangle-\langle v^2(x)\rangle \tag{2.1}$$

а площадь dS, занятая трубкой тока в сечении x, определяется равенством $WdS=V_n(\xi)2\pi Rd\xi$. Разделив на W и проинтегрировав по ξ в пределах 0, x, получим

$$R=2\int\limits_0^x\frac{V_n(\xi)}{W(x,\xi)}d\xi \tag{2.2}$$

Решая интегральное уравнение (2.2) с учетом (2.1), находим скорость затекания как функцию расстояния от источника

$$V_n(x)=-\frac{R}{2\pi\sqrt{\langle v^2(0)\rangle-\langle v^2(x)\rangle}}\frac{d\langle v^2\rangle}{dx} \tag{2.3}$$

Из (2.3) следует, что скорость затекания жидкости в пучок неравномерна и определяется в основном градиентом величины $\langle v^2\rangle$.

Профиль акустического течения $V_a(r, x)$ находится из решения интегрального уравнения

$$\int_0^r V_a r_1\, dr_1 = R\int_0^\chi V_n(\xi)\, d\xi \qquad (2.4)$$

где $\chi(r, x)$ — размер зоны, через которую жидкость поступает в круг радиуса r в сечении x (фиг. 1). Если в левой части (2.2) заменить R на r, χ будет верхним пределом интеграла правой части. Взяв значение V_n из (2.3), получим неявное решение $\langle v^2(0)\rangle-\langle v^2(\chi)\rangle=(\langle v^2(0)\rangle-\langle v^2(x)\rangle)\times\sin^2({}^1/_2\pi(r/R)^2)$. Подставляя результат в (2.4), находим

$$V_a=\sqrt{\langle v^2(0)\rangle-\langle v^2(x)\rangle}\cos({}^1/_2\pi(r/R)^2) \qquad (2.5)$$

Профиль акустического течения (2.5) имеет платообразный характер и отличается от профиля эккартовского течения в круглой трубе [10]. При $r=0$ из (2.5) следует (1.4).

3. Сравним полученное решение с данными по измерению скорости интенсивного акустического течения в воде. Полагая $c_0=1,5\cdot10^3$ м/с, $\rho_0=10^3$ кг/м^3, $\gamma=7$, перепишем (1.4) в виде

$$V_a{}^*=47p_a\sqrt{\frac{\tau_i}{\tau_f}}\sqrt{1-E(x)},\qquad p_a=0{,}173\sqrt{I} \qquad (3.1)$$

где $V_a{}^*$ — максимальная скорость течения в см/с, p_a — амплитуда звукового давления на излучателе в мегапаскалях, x — расстояние до излучателя в см, I — интенсивность звука у излучателя в Вт/см^2; τ_i, τ_f — длительность импульса и период следования для импульсного режима излучения. Величина E (удвоенное среднее квадрата безразмерной колебательной скорости) определяется из решения уравнения Бюргерса [14]

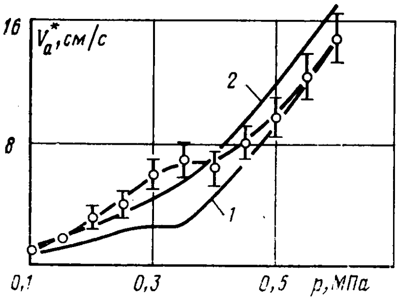
$$\begin{gathered} E(x)=2\langle V^2(z)\rangle;\ V_z-VV_\theta-\Gamma V_{\theta\theta}=0 \\ V(z=0)=\sin\theta;\ z=fp_a x/13{,}4,\ \Gamma=3{,}4\cdot10^{-3}f/p_a \end{gathered} \qquad (3.2)$$

Здесь f — частота излучения в МГц, z — безразмерное расстояние, значение Γ вычислено для коэффициента поглощения воды $\alpha/f^2=25\cdot10^{-15}$ с^{2}м$^{-1}$.

Величина $E(x)$ определялась численным интегрированием краевой задачи (3.2) спектральным методом [15] с погрешностью не более 0,5%.

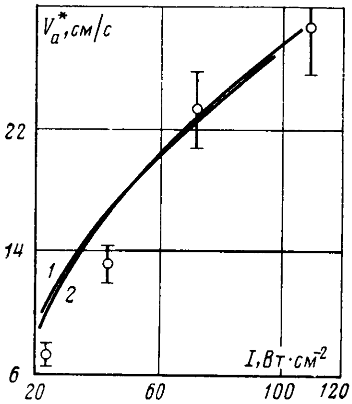
На фиг. 2 приведены экспериментальные данные для скорости акустического потока на расстоянии 40 см от излучателя, работающего в непрерывном режиме на частоте $f=1{,}2$ МГц [7] (в [7] допущена неточность: масштаб по оси абсцисс на фиг. 4, как следует из текста, необходимо уменьшить в 2 раза). Теоретическая кривая *1*, рассчитанная по формуле (3.1), хорошо соответствует экспериментальным точкам в области $p_a\geqslant0{,}45$ МПа, где основную роль в уменьшении величины E играет нелинейное поглощение пилообразной волны. Заметим, что скачок в гармонической на входе волне в точке наблюдения образуется при $p_a\approx0{,}3$ МПа. Расхождение в области $p_a\leqslant0{,}45$ МПа связано скорее всего с избыточным малоамплитудным поглощением за счет присутствия в жидкости визуализирующих частиц, пузырьков воздуха и т. д. Расчет по формуле Лэмба [1] показывает, что при наличии в 1 см^3 воды 10 частиц с плотностью $\rho=\rho_0$ и радиусом 0,15 мм коэффициент поглощения первой гармоники возрастает в 1,4 раза, второй — в 2,5 раза, а третьей — более чем в 4 раза. Кривая *2* на фиг. 2 рассчитана для среднего коэффициента поглощения, превышающего нормальный в 2,5 раза. Отклонение от экспериментальных данных во всей области измерений составляет при этом не более 25%.

На фиг. 3 приведены значения максимальной скорости течения на расстоянии 37 см от того же излучателя, работающего в импульсном режиме с τ_i=3 мс, τ_f=20 мс, f=1, 2 МГц [7]. По оси абсцисс отложена интенсивность волны у экрана из звукопрозрачной пленки, помещенного на расстоянии 17 см от излучателя. В данном эксперименте звуковая волна за экраном всегда имеет пилообразную форму. Для расчета течения за экраном единицу в подкоренном выражении (3.1) следует заменить на $E(x=17)$. Теоретическая кривая *1* для $\gamma=7$ описывает экспериментальные данные с погрешностью $\leqslant 40\%$, кривая *2*, рассчитанная для $\gamma=6{,}1$,— с погрешностью $\leqslant 30\%$.

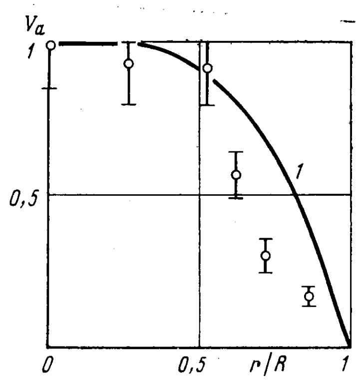


Фиг. 2

На фиг. 4 изображен профиль акустического течения на расстоянии 50 см от излучателя (f=1,1 МГц), найденный экспериментально по методике, описанной в [8], и рассчитанный по формуле (2.5) (кривая *1*). Погрешность в обла-



Фиг. 3



Фиг. 4

сти $r \leqslant {}^1/_2 R$ не превышает 7%.

Таким образом, предложенная модель интенсивного акустического течения в свободном пространстве удовлетворительно описывает имеющиеся экспериментальные данные. Одновременно она определяет местную скорость затекания жидкости в область звукового пучка (формула 2.3) и суммарный расход в произвольном сечении пучка. Этого достаточно, чтобы рассчитать оптимальную конструкцию акустического насоса, работающего в жидкой среде.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бергман Л.* Ультразвук и его применение в науке и технике: Пер. с нем. М.: Изд-во иностр. лит., 1957. 726 с.
2. *Dauphinee T. M.* Acoustic air pump // Rev. Sci. Instrum. 1957, V. 28. № 6. P. 452.
3. *Медников Е. П., Новицкий Б. Г.* Экспериментальное исследование мощного звукового ветра // Акуст. журн. 1975. Т. 21. Вып. 2. С. 245–249.
4. *Гусев В. Э., Руденко О. В.* Нестационарные квазиодномерные акустические течения в неограниченных объемах с учетом гидродинамической нелинейности // Акуст. журн. 1979. Т. 25. Вып. 6. С. 875–881.
5. *Островский Л. А., Папилова И. А.* О нелинейном акустическом ветре // Акуст. журн. 1974. Т. 20. Вып. 1. С. 79–86.
6. *Lighthill J.* Acoustic streaming // J. Sound and Vibr. 1978. V. 61. № 33. P. 391–418.
7. *Романенко Е. В.* Экспериментальное исследование акустических потоков в воде // Акуст. журн. 1960. Т. 6. Вып. 1. С. 92–95.

8. *Семенова Н. Г.* Экспериментальное исследование некоторых случаев акустических течений: Автореф. дис. ...канд. физ.-мат. наук: 01.02.05. М., 1969. 17 с.
9. *Бахвалов Н. С., Жилейкин Я. М., Заболотская Е. А.* Нелинейная теория звуковых пучков. М.: Наука, 1982. 174 с.
10. *Зарембо Л. К., Красильников В. А.* Введение в нелинейную акустику. Звуковые и ультразвуковые волны большой интенсивности. М.: Наука, 1966. 519 с.
11. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
12. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
13. *Borgnis F. E.* On the forced due to acoustic wave motion in a viscous medium and their use in the measurement of acoustic intensity // J. Acoust. Soc. Amer. 1953. V. 25. № 3. P. 546–548.
14. *Васильева О. А., Карабутов А. А., Лапшин Е. А., Руденко О. В.* Взаимодействие одномерных волн в средах без дисперсии. М.: Изд-во МГУ, 1983. 152 с.
15. *Макаров С. Н., Хамзина Б. С.* Численный расчет эволюции интенсивных импульсов в газодинамическом приближении // Вестн. ЛГУ. Сер. 1. 1987. Вып. 3. С. 108–111.

Ленинград

Поступила в редакцию
22.II.1988