

УДК 532.5.013.4:536.25

© 1989

ВАЛЬЦИФЕРОВ Ю. В., РЯЗАНЦЕВ Ю. С., ШЕВЦОВА В. М.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОЙ
И ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЖИДКОСТИ
ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ**

Наличие градиентов температуры в находящейся в поле тяжести жидкости со свободной поверхностью может вызвать сложное конвективное движение жидкости, обусловленное действием объемных термогравитационных и поверхностных термокапиллярных сил. Одной из задач, возникающих при анализе такого движения, является сравнительная оценка роли термокапиллярной и термогравитационной конвекции. В последнее время в связи с космическими приложениями был выполнен ряд экспериментов, в которых исследовалось движение жидкости при совместном действии термокапиллярных и термогравитационных напряжений (например, [1, 2]).

При разработке теоретического описания термокапиллярного и термогравитационного движений жидкости особый интерес представляют эксперименты с простой геометрией, позволяющие получить доступные для сравнения теории и эксперимента данные. К таким экспериментам можно отнести наблюдение движения в слое жидкости, вызванного локальным нестационарным нагревом среды под действием распространяющегося по нормали к поверхности жидкости луча ультрафиолетовой радиации [3]. После мгновенного повышения температуры в следе луча в эксперименте наблюдалось сложное нестационарное движение жидкости, зависящее от толщины слоя жидкости и интенсивности нагрева. Возникновение этого движения в [3, 4] связывалось с термокапиллярным эффектом.

В данной работе содержатся результаты численного решения задачи о нестационарном конвективном движении в слое жидкости, порожденном возникновением в начальный момент времени нагретой области в виде тонкого цилиндрического столба, простирающегося от поверхности в глубь жидкости. В отличие от [4] при формулировке задачи приняты во внимание как термокапиллярная, так и термогравитационная конвекция. Проведен параметрический анализ влияния термокапиллярного и термогравитационного эффектов на движение жидкости при различных толщинах слоя.

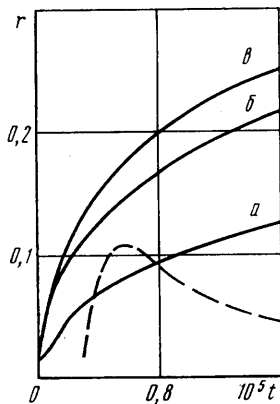
1. Постановка задачи. Предполагается, что в начальный момент времени в слое жидкости толщиной H , заполняющей цилиндрическую кювету радиуса R , вблизи оси симметрии создается область с повышенной температурой.

Математическая формулировка задачи включает записанные в цилиндрических координатах в переменных вихрь ω , функция тока ψ и температура θ осесимметричные нестационарные уравнения Навье — Стокса в приближении Буссинеска с учетом гравитации и уравнение переноса тепла [4, 5].

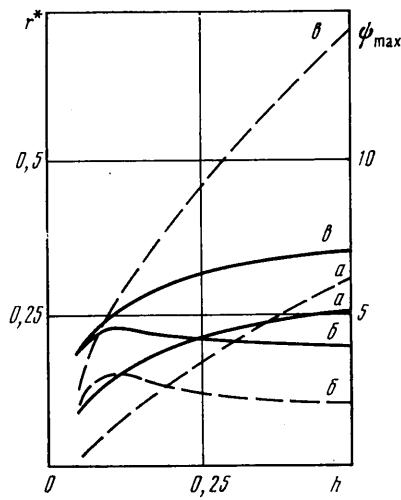
На свободной поверхности жидкости, $z=h$, которая считается плоской, заданы условия баланса вязких и термокапиллярных сил (эффект Марангони) и условие непротекания

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \text{Ma} \frac{\partial \theta}{\partial r}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \text{Ma} = - \frac{d\sigma}{dT} \frac{R(T_1 - T_0)}{\rho \nu k} \quad (1.1)$$

Как и в [4], граничные условия для скорости на боковых стенках $r=1$ и дне кюветы $z=0$ — условия прилипания жидкости.



Фиг. 1



Фиг. 2

Дно, боковые стенки и свободная поверхность считаются теплоизолированными. На оси симметрии кюветы заданы условия симметрии. Начальными условиями служат условие неподвижности жидкости и заданное осесимметричное распределение температуры

$$\theta(r, z, 0) = \exp(\alpha(z-h)), \quad 0 \leq r \leq a$$

(1.2)

$$\theta(r, z, 0) = 0, \quad r > a$$

которое соответствует стандартному закону поглощения излучения жидкостью с коэффициентом поглощения α .

В формулах использованы безразмерные переменные $r=r'/R$ — радиальная координата, $z=z'/R$ — осевая координата, $t=(\kappa/R^2)t'$ — время, $v=(R/\kappa)v'$ — вертикальная скорость, $u=(R/\kappa)u'$ — радиальная скорость, $\omega=(\kappa/R^2)\omega'$ — вихрь, $\psi=\psi'/(\kappa R)$ — функция тока, $\theta=(T'-T_0)/(T_1-T_0)$ — безразмерная температура, $h=H/R$ — толщина слоя жидкости, $a=a'/R$ — радиус заданного теплового пятна, штрихом обозначены размерные переменные, T_0 — начальная температура среды, T_1 — максимальная температура в начальном температурном распределении (1, 2), $\text{Pr}=\nu/a$ — число Прандтля, Ma — число Марангони, $\text{Gr}=g\beta R^3(T_1-T_0)/\nu^2$ — число Грасгофа.

Для численного решения задачи применялась неявная разностная схема на неравномерной сетке с монотонной аппроксимацией конвективных членов [6]. При численной реализации задачи для вихря использовалось граничное условие, предложенное в [7], записанное на неравномерной сетке. Основные результаты были получены на сетке с числом узлов 46×21 . Поскольку наибольшие градиенты температуры и скорости имеют место вблизи оси и поверхности жидкости, то наименьшие шаги выбирались вблизи оси — 0,002 и поверхности слоя — 0,005.

2. Результаты расчетов. При проведении расчетов использовались данные для спирта $\text{Pr}=16$, $\kappa=9,23 \cdot 10^{-4}$ см²/с, $\text{Ma}=9 \cdot 10^4$. Радиус кюветы принимался равным $R=5$ см, диаметр нагретой области $2a=0,11$ см. Высота слоя жидкости варьировалась, рассматривались значения $H=0,25; 0,5; 1; 2,5$ см. Начальная температура среды $T_0=293$ К, максимальная температура нагретой области $T_1=295$ К. Для величины α было принято значение 1,12, в некоторых расчетах распределение температуры по вертикали в первоначально нагретой области принималось равномерным. Выбор исходных данных соответствовал эксперименту [3].

Рассматривались три случая: а) термогравитационная конвекция $\text{Ma}=0$, $\text{Gr}=10^7$; б) термокапиллярная конвекция $\text{Ma}=9 \cdot 10^4$, $\text{Gr}=0$; в) термокапиллярная и термогравитационная конвекция $\text{Ma}=9 \cdot 10^4$, $\text{Gr}=10^7$.

Результаты расчетов показывают, что во всех трех случаях в кювете возникает сложное вихревое нестационарное движение. На поверхности жидкость начинает двигаться в радиальном направлении от центра кюветы. С течением времени после достижения максимальной интенсивности движение замедляется и в конечном счете должно прекратиться. Эксперимент [3] позволяет исследовать лишь некоторые характеристики рассматриваемого движения. В эксперименте первоначально прогретая зона была окрашена и в результате конвективного движения на поверхности жидкости наблюдалось окрашенное пятно, размеры которого изменяются со временем, радиус пятна и скорость его изменения регистрировались путем кино съемки.

Результаты расчета дают более детальное описание полей температуры и скорости при вихревом движении жидкости в кювете, порожденном локальным нагревом. На фиг. 1 кривые *a*, *b*, *в* представляют собой траектории жидкой частицы, находящейся в начальный момент времени на поверхности слоя жидкости толщиной $h=0,1$ ($H=0,5$ см) в точке $z=h$, $r=a=0,055$, т. е. на границе нагретой и холодной областей. Кривая *a* соответствует случаю термогравитационной конвекции, *b* — термокапиллярной [4], *в* — одновременному действию термокапиллярных и термогравитационных сил. Видно, что при рассмотренных значениях параметров задачи основной вклад в генерацию вихревого движения жидкости вносят термокапиллярные силы. Из результатов расчета также следует, что движение некоторых точек поверхности жидкости оказывается немонотонным. Пример немонотонного движения на поверхности жидкости демонстрирует пунктирная кривая на фиг. 1, представляющая собой траекторию движения жидкой частицы, вышедшей из той же точки $z=0,1$, $r=0,055$ в момент времени $t=3 \cdot 10^{-5}$ ($Ma=9 \cdot 10^4$, $Gr=10^7$), а не в момент $t=0$.

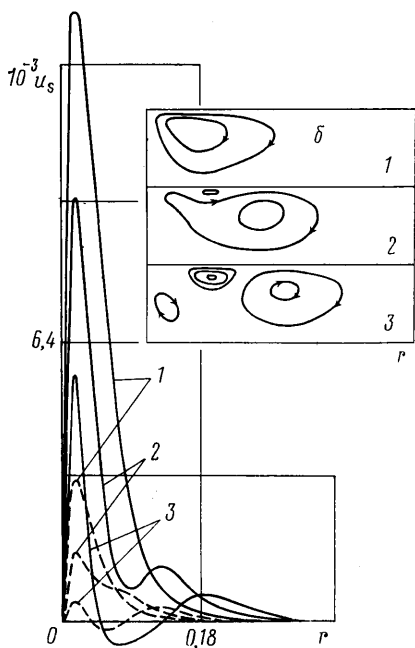
Жидкая частица, пройдя некоторое расстояние от центра кюветы, поворачивает назад, что говорит о появлении возвратных течений. Заметим, что возможность немонотонного движения на поверхности жидкости отмечалась в [3].

Существенное влияние на темп затухания движения, которое обусловлено действием вязкости, должно оказывать дно кюветы. Это влияние видно из фиг. 2, на котором для случаев *a*, *b*, *в* сплошными линиями показана зависимость радиуса окрашенного пятна r^* в некоторый фиксированный момент времени $t=2 \cdot 10^{-4}$ от глубины слоя жидкости h .

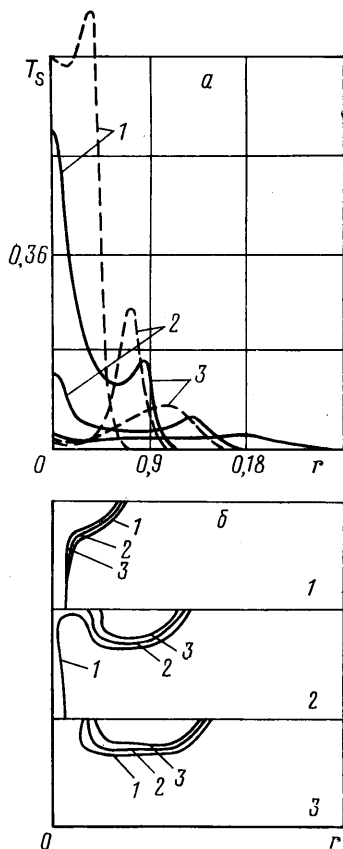
Наряду с величиной r^* важным показателем интенсивности движения, порожденного локальным нагревом, может служить абсолютный максимум величины функции тока ψ_{max} . На фиг. 2 зависимость ψ_{max} от толщины слоя для случаев *a*, *b*, *в* показана пунктирными линиями. Эти данные хорошо коррелируют с данными о величине радиуса окрашенного пятна r^* .

Из сравнения кривых на фиг. 2 следует, что при малых глубинах, $h < 0,1$, термокапиллярные силы играют определяющую роль, кривые *b* и *в* близки между собой. Начиная с $h \sim 0,1$ роль термогравитационных сил становится все более ощутимой. Появление максимума на кривой *b* вблизи $h \sim 0,1$ может быть связано с тем, что при меньших глубинах наряду с уменьшением запаса тепловой энергии сильнее сказывается вязкое взаимодействие жидкости с дном кюветы, а при больших глубинах поверхностные термокапиллярные силы приводят в движение больший объем жидкости. Монотонный характер кривой *в*, свидетельствующий об увеличении интенсивности термогравитационного движения с ростом глубины слоя, можно связать с увеличением начального запаса тепловой энергии с ростом h и объемным характером термогравитационных сил.

Некоторые характерные особенности движения жидкости на поверхности и в объеме слоя жидкости толщиной $h=0,1$ иллюстрирует фиг. 3. На фиг. 3, *a* показано распределение скорости на поверхности жидкости в различные моменты времени. Кривым 1—3 соответствуют значения $t=2 \cdot 10^{-5}$, $8 \cdot 10^{-5}$, $12 \cdot 10^{-5}$. Пунктирные линии соответствуют термогравитационной



Фиг. 3



Фиг. 4

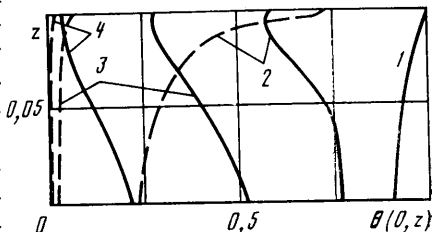
конвекции, сплошные — термокапиллярной. Влияние термогравитационных сил при данной глубине слоя относительно мало, распределение скорости в случае термокапиллярного движения близко к распределению скорости при совместном действии термогравитационного и термокапиллярного эффектов, поэтому эти данные не приведены. Как и следовало ожидать, в отсутствие сил Марангони скорость жидкости на поверхности существенно меньше, хотя качественное поведение кривых одинаково. На профиле скорости вблизи оси сосуда имеется четко выраженный максимум, который по мере развития конвекции уменьшается, перенос тепла в радиальном направлении приводит к появлению в распределении скорости точки перегиба. С течением времени скорость жидкости в некоторых точках поверхности меняет направление и распределение скорости на поверхности становится немонотонным. Эта немонотонность связана с образованием вихрей в объеме жидкости, наличие которых показано на фиг. 3, б, где для тех же последовательных моментов времени 1—3 показано несколько характерных линий тока движения, порожденного в объеме поверхностными термокапиллярными силами.

В случае термогравитационной конвекции возвратные течения появляются позже и их интенсивность значительно слабее. Во избежание перегруженности на фиг. 3 не нанесены линии тока термогравитационного и суммарного движений.

Интерпретация результатов, касающихся распределения скорости, упрощается при одновременном рассмотрении данных о поле температуры.

На фиг. 4, а представлено распределение температуры на поверхности жидкости (пунктир — термогравитационная конвекция, сплошные линии —

термокапиллярная). На фиг. 4, 6 показаны изотермы, соответствующие значениям $\theta=0,002; 0,006; 0,01$ (кривые 1, 2, 3) в те же последовательные моменты времени, что и на фиг. 3. При этом приведены лишь изотермы, соответствующие термогравитационному движению. Фигуры 3, 4 позволяют выявить сходство и различие термокапиллярного и термогравитационного движений. Весьма характерно в обоих случаях появление на поверхности локальных максимумов температуры, вызывающее возникновение противоположных по направлению термокапиллярных напряжений и соответственно прямых и возвратных течений. Движение сильно влияет на распространение тепла в жидкости. При этом влияние термокапиллярного и термогравитационного движений оказывается существенно различным, что иллюстрируется фиг. 5, где показано распределение температуры по толщине слоя на оси кюветы. Кривая 1 соответствует начальному распределению температуры по глубине слоя, оно одинаково для всех рассматриваемых случаев конвекции. Пунктирные линии соответствуют термогравитационной конвекции, сплошные — термокапиллярной. Кривые 2—4 соответствуют моментам времени $t=2 \cdot 10^{-5}, 4 \cdot 10^{-5}, 1,0 \cdot 10^{-4}$. Видно, что в случае термокапиллярной конвекции тепло быстрее всего уносится из области, прилегающей к поверхности, и максимальная температура наблюдается на дне сосуда.



Фиг. 5

В случае термогравитационной конвекции скорость жидкости на поверхности сравнительно мала, но в объеме вихревые движения развиваются интенсивнее, оно приносит тепло на поверхность с нижних слоев. Температура на дне в данном случае оказывается минимальной. Совокупность полученных расчетных данных, часть которых приведена на фиг. 1—5, позволяет провести детальное численное моделирование процесса расплывания начальной цилиндрической тепловой неоднородности вследствие теплопроводности и конвекции. Совместное рассмотрение распределений скорости и температуры на поверхности и в объеме жидкости дает возможность установить взаимодействие тепловых и гидродинамических факторов, проследить механизм возникновения и затухания движения, выявить сравнительную роль термокапиллярных и термогравитационных сил. Сравнение установленной путем математического моделирования картины явления с имеющимися экспериментальными данными [3] показывает их хорошее качественное соответствие. Для строгого количественного сравнения требуются дополнительные экспериментальные данные, в частности о температуре жидкости в нагретой зоне в начальный момент времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pimpulkar S. M., Ostrach S. Transient thermocapillary flow in thin layers // Phys. Fluids. 1980. V. 23. № 6. P. 1281—1285.
2. Monti R., Napolitano L. G., Russo G. Experimental study of thermal marangoni flows in silicon oil floating zones // Acta Astronaut. 1984. V. 11. № 7—8. P. 369—378.
3. Альварес-Суарес В. А., Рязанцев Ю. С. О термокапиллярном движении, вызванном локальным нагревом жидкости импульсом ультрафиолетового излучения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 6. С. 165—168.
4. Вальциферов Ю. В., Рязанцев Ю. С., Шевцова В. М. Термокапиллярная конвекция в слое жидкости при локальном нагреве // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 5.
5. Ландау Л. А., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
6. Самарский В. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 616 с.
7. Кускова Т. В. Численное исследование двумерных течений вязкой несжимаемой жидкости // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике. Вязкие течения несжимаемой жидкости. М.: Изд-во МГУ, 1971. Вып. 3. С. 7—136.

Москва

Поступила в редакцию
27.X.1988