

экране от времени, связанные с углом поворота вектора нормали к зеркалу модели в точке падения луча соотношением  $\beta = h/2l \cos \varphi$ , где  $l$  — текущее значение расстояния от зеркала модели до экрана. Верхняя осциллограмма 1 соответствует  $L=60$  мм,  $V_0=273$  м/с, нижняя 2 —  $L=120$  мм,  $V_0=192$  м/с, расстояние от зеркала модели до экрана в момент касания модели с поверхностью воды  $l_0=1617$  мм, угол падающего луча лазера с осью канала ствола  $\varphi=31,2^\circ$ .

Сравнение экспериментальных (фиг. 3) и расчетных (фиг. 4) кривых обнаруживает несомненное сходство волновых картин. Штриховые линии, изображенные на фиг. 4, соответствуют повороту абсолютно твердого цилиндра под действием момента гидродинамических сил. Наклон штриховых линий определяет величину угловой скорости и соответствует значению суммарного момента гидродинамических сил. В количественном отношении результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментом. Периоды колебаний и другие характерные времена отличаются от измеренных не более чем на 10%, амплитуды колебаний в точках максимума и минимума приблизительно в 1,3 раза выше, чем в эксперименте.

Приведенная методика исследования существенным образом расширяет возможности экспериментального изучения процесса проникания. Вместе со способом определения осевых ударных нагрузок [5] эти две методики позволяют составить довольно полное представление о характере волновых процессов, протекающих в цилиндрическом теле под действием импульсных нагрузок при ударе о воду и другие среды. Удовлетворительное согласование экспериментальных результатов с расчетными данными подтверждает теоретическую модель описания процессов, основанную на разделении задач гидродинамики и динамической теории упругости. Уравнения изгибных колебаний балки Тимошенко позволяют установить простую связь между гидродинамическими ударными нагрузками на нижнем основании цилиндра и перемещениями, которые регистрируются на его верхнем основании.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шорыгин О. П., Шульман Н. А. Вход в воду диска с углом атаки // Уч. зап. ЦАГИ, 1977. Т. 8. № 1. С. 12—21.
2. Осьминин Р. И. Измерение коэффициента момента силы, действующей на изолированный диск при погружении его под углом к свободной поверхности воды // Тр. ЦАГИ. 1976. Вып. 1741. С. 19—23.
3. Алев Г. А. Пространственная задача о погружении диска в сжимаемую жидкость // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 1. С. 17—20.
4. Ерошин В. А. Погружение диска в сжимаемую жидкость под углом к свободной поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 2. С. 142—144.
5. Ерошин В. А., Романенков Н. И., Серебряков И. В., Якимов Ю. Л. Гидродинамические силы при ударе тупых тел о поверхность сжимаемой жидкости // Изв. АН СССР. МЖГ. 1980. № 6. С. 44—51.
6. Тимошенко С. П. Статические и динамические проблемы теории упругости. Киев: Наук. думка, 1975. 562 с.
7. Годунов С. Н., Рябенкий В. С. Разностные схемы. Введение в теорию. М., 1973. 400 с.

Москва

Поступила в редакцию  
10.VIII.1988

УДК 532.516.5

© 1989

ВОИНОВ О. В., ПЕТРОВ А. Г., ШРАГЕР Г. Р.

#### О МОДЕЛИ ТЕЧЕНИЯ ВНУТРИ ЖИДКОЙ КАПЛИ, ОБТЕКАЕМОЙ ГАЗОМ

Предлагается аналитическая модель расчета внутреннего течения в капле. Расчетная модель проверяется с помощью численного решения точной краевой задачи для уравнений Навье — Стокса.

1. Задача стационарного обтекания вязкой сферической капли характеризуется тремя безразмерными параметрами [1, 2]

$$\text{Re}_1 = \frac{2av_\infty}{\nu_1}, \quad \text{Re}_2 = \frac{2av_\infty}{\nu_2}, \quad \mu = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (1)$$

где  $a$  — радиус капли,  $v_\infty$  — скорость обтекания капли,  $\nu_1, \mu_1$  — соответственно кинематическая и динамическая вязкости жидкости внутри капли, соответствующие характеристики жидкости вне капли снабжены индексом 2.

При рассмотрении движения жидких капель в газе целесообразно ввести вме-

сто (1) следующие три безразмерных числа [3]:

$$\text{Re}_+ = \frac{av_\infty}{v_+}, \quad R = \frac{\mu_+}{\mu_-} \sqrt{\text{Re}_+}, \quad \text{Re}_- = \frac{av_\infty R}{v_-} \quad (2)$$

где индекс плюс соответствует внешней среде; а минус – внутренней.

При выполнении условия  $R \ll 1$  система параметров (2) удобнее, чем (1). В этом случае поле скорости вне капли  $v_+$  мало отличается от поля скорости при обтекании твердого шара, а внутри капли скорость  $v_-$  пропорциональна параметру  $R$

$$v_- = v_\infty R v_-^{(1)} \quad (3)$$

Поле скорости  $v_-$  определяется из решения краевой задачи для уравнений Навье – Стокса с касательным напряжением на поверхности сферы

$$\sigma_\theta = \mu_+ \frac{v_\infty}{a} \sqrt{\text{Re}_+} \tau(\theta, \text{Re}_+) \quad (4)$$

равным касательному напряжению на границе твердого шара, обтекаемого вязким потоком.

Безразмерная функция  $v_-^{(1)}$  определяется двумя безразмерными критериями:  $\text{Re}_+$ , входящим в граничное условие (4), и внутренним числом Рейнольдса  $\text{Re}_-$ .

В пределе при  $\text{Re}_- \rightarrow \infty$  течение внутри сферы определяется функцией тока (вихрь Хилла)

$$\Psi = \frac{r^2 - R^2}{10} C \sin^2 \theta, \quad v_\theta^{(1)} = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (5)$$

$$C(\text{Re}_+) = -\frac{5}{4} \int_0^\pi \tau(\theta, \text{Re}_+) \sin^2 \theta d\theta \quad (6)$$

где безразмерная функция  $C(\text{Re}_+)$ , характеризующая интенсивность вихря внутри капли, выражается через касательное напряжение на границе.

Наибольшее значение скорости внутри капли достигается на границе и при  $\text{Re}_- \rightarrow \infty$  равно

$$\max |v_-| = \frac{1}{5} v_\infty R C(\text{Re}_+) \quad (7)$$

Ниже приведены значения  $C(\text{Re}_+)$ , найденные по формуле (6) с помощью данных численных расчетов и эксперимента для касательного напряжения на твердом шаре [2, 4–6]:

$\text{Re}_+$	0,5	2,5	5	10	15	20	50	150	500	78 600
$C$	4,01	2,34	1,99	1,69	1,55	1,50	1,29	1,11	0,78	0,7

Другой предельный случай  $\text{Re}_- \rightarrow 0$  сводится к решению линейных уравнений Стокса. Функция тока в этом случае оказывается равной [7]

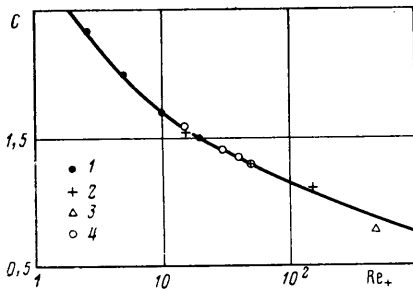
$$\Psi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^{n+1} - r^{n+3}}{4n+2} g_n \sin \theta P_n^1(\cos \theta), \quad (8)$$

$$\tau = \sum_{n=1}^{\infty} g_n P_n^1(\cos \theta)$$

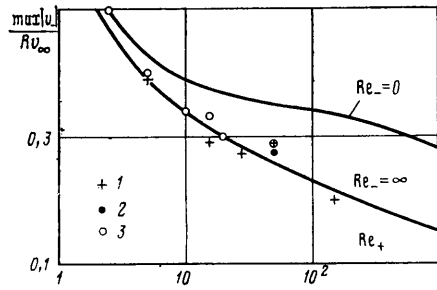
где  $g_n$  – коэффициенты разложения  $\tau$  по присоединенным полиномам Лежандра  $P_n^1(\cos \theta)$ .

Коэффициенты  $g_n$  приведены в [4] для  $\text{Re}_+ = 0,05; 0,01; 0,25; 0,4; 0,5; 2,5; 5; 10; 20$ . Они вычисляются по следующим рекуррентным формулам:

$$g_1 = -\frac{3}{4} \int_0^\pi \tau \sin^2 \theta d\theta, \quad g_2 = -\frac{5}{4} \int_0^\pi \tau \sin^2 \theta \cos \theta d\theta$$



Фиг. 1



Фиг. 2

$$\frac{(k+1)(k+2)}{2k+3} g_{k+1} = \frac{(k-1)k}{2k-1} g_{k-1} + \frac{2k+1}{2} \int_0^\pi \tau \sin^2 \theta P_k(\cos \theta) d\theta$$

Максимум безразмерной скорости внутри капли, определенной (3),  $v_{\max}(Re_+, Re_-) = \max |v_-^{(1)}|$  при изменении  $Re_-$  от нуля до бесконечности изменяется в относительно небольших пределах [7]. Оценка снизу определяется решением (5)–(7), а оценка сверху – решением (8).

$$v_{\max}(Re_+, \infty) \leq v_{\max}(Re_+, Re_-) \leq v_{\max}(Re_+, 0) \quad (9)$$

2. Проверка изложенной теории проводится на основе численного исследования стационарного обтекания сферической капли и твердого шара с использованием полных уравнений Навье – Стокса. Система уравнений записывается для физических переменных и является стационарным аналогом системы, используемой в [8]. На границе капли выполняются условия непрерывности касательной скорости и касательного напряжения, а также равенства нулю нормальной скорости. Кроме того, используются условия невозмущенности потока на бесконечности и условия осевой симметрии. В случае обтекания твердого шара на его границе выполняются условия прилипания. При численном решении вместо уравнения неразрывности используется уравнение Пуассона для давления, являющееся следствием уравнений движения и уравнения неразрывности [9]. При этом дополнительно требуется выполнение уравнения неразрывности на границах.

Численное решение задачи получено методом установления с использованием схемы переменных направлений.

Ниже представлены результаты численных расчетов обтекания твердого шара на сетке по  $r$  и  $\theta$   $50 \times 40$  (радиус внешней границы  $r=4$ ), функция  $C(Re_+)$  вычислялась интегрированием по формуле (6) с использованием полученных из численного решения значений касательного напряжения  $\tau$ :

$Re_+$	15	30	40	50
$C$	1,59	1,4	1,34	1,29

На фиг. 1 приведена зависимость  $C(Re_+)$ , построенная с помощью данных, приведенных выше. Точками 1 изображены данные [4, 2], 2 – данные [2], 3 – численное значение, определенное по данным [5], 4 – настоящие численные расчеты. Как видно из фиг. 1, все данные хорошо согласуются.

Были выполнены расчеты стационарного обтекания капли на сетке  $60 \times 30 / (10 \times 30)$ , результаты которых отражены ниже:

$Re_+$	2,5	5	10	15	20	50
$Re_-$	3,16	4,48	6,32	7,74	8,94	97,7
$R$	0,158	0,224	0,316	0,387	0,447	0,129
$v_{\max}$	0,5	0,42	0,35	0,33	0,31	0,29

Интенсивность скорости течения внутри капли в соответствии с (3) можно охарактеризовать величиной

$$v_{\max}(Re_+, Re_-) = \max \frac{v_-}{Rv_\infty}$$

На фиг. 2 приведены зависимости  $v_{\max}(Re_+, 0)$  и  $v_{\max}(Re_+, \infty)$ , определяющие верхнюю и нижнюю оценки максимальной скорости внутри капли. Сплошные линии изображают теоретические расчеты по формулам (7) и (8), 1 – результаты расчетов [2], 2 – данные численных расчетов [10], 3 – настоящие расчеты.

Расчет обтекания капли на сетке  $60 \times 30 / 10 \times 30$  для  $Re_+=50$  дал следующие

результаты:

Re <sub>с</sub>	1,98	9,89	49,4	97,7
$v_{\max}$	0,31	0,31	0,30	0,29

Представленные результаты подтверждают слабую зависимость  $v_{\max}$  от Re<sub>с</sub> и согласуются с оценкой (9).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гонор А. Л., Ривкин В. Я. Динамика капли // Итоги науки и техники. Сер. мех. жидкости и газа. Т. 17. М.: ВИНТИ, С. 86—159.
2. Le Clair B. P., Hamielec A. E., Pruppacher H. R., Hall W. D. A theoretical and experimental study of the internal circulation in water drops falling at terminal velocity in air // J. Atmosph. Sci. 1972. V. 29. № 4. P. 728—740.
3. Воинов О. В., Петров А. Г. О течениях с замкнутыми линиями тока и движении капель при больших числах Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 5. С. 61—70.
4. Dennis S. C. R., Walker J. D. A. Calculation of the steady flow past a sphere at low and moderate Reynolds numbers // J. Fluid Mech. 1971. V. 48. Pt 4. P. 771—789.
5. Rimon Y., Cheng S. I. Numerical solution of a uniform flow over a sphere at intermediate Reynolds numbers // Phys. Fluids. 1969. V. 12. № 5. P. 949—959.
6. Tomotika S., Imai I. The distribution of laminar skin friction on a sphere placed in a uniform stream // Proc. Phys. Math. Soc. Japan. 1936. V. 20. № 3. P. 288—303.
7. Петров А. Г. Скорость диссипации энергии вязкой жидкости с условием для касательного напряжения на граничной линии тока // Докл. АН СССР. 1989. Т. 304. № 5. С. 1082—1086.
8. Васенин И. М., Нефедов А. П., Шрагер Г. Р. Метод расчета течений вязкой жидкости со свободной поверхностью // Числ. методы механики сплошной среды. Новосибирск: ИТПС СО АН СССР. 1985. Т. 16. № 6. С. 28—43.
9. Бутов В. Г., Васенин И. М., Шрагер Г. Р. Деформация капли в вязком потоке и условия существования ее равновесной формы // ПММ. 1982. Т. 46. № 6. С. 1045—1049.
10. Ривкин В. Я., Рыскин Г. М. Структура течения при движении сферической капли в жидкой среде в области переходных чисел Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 1. С. 8—15.

Москва  
Томск

Поступила в редакцию  
4.IV.1988

УДК 533.6+534.6

© 1989

ПИМШТЕЙН В. Г.

#### О ДЕЙСТВИИ ЗВУКА НА СВЕРХЗВУКОВУЮ СТРУЮ

Известно, что под действием звука от внешнего источника или звука, излучаемого самой сверхзвуковой струей на дискретных частотах на нерасчетных режимах истечения, сверхзвуковая струя быстрее расширяется и становится менее дальнотойбойной [1, 2]. Однако механизм воздействия звука на сверхзвуковую струю исследован недостаточно, не определено, в частности, при какой интенсивности внешнего воздействия можно добиться заметного изменения газодинамических параметров струи, как развивается процесс взаимодействия и какими особенностями он обладает. Эти вопросы рассматриваются в настоящей работе.

При помощи теневой фотосъемки с импульсным осветителем показано, что существенного изменения газодинамических характеристик сверхзвуковой струи можно добиться, действуя на ее основание звуком с интенсивностью, соответствующей 0,1—0,2% от полного давления в струе при нормальном к границе струи падении звука. Отмечено появление крупномасштабных возмущений на облучаемой стороне струи и направленное изучение звука сверхзвуковой струей на частоте внешнего воздействия.

Опыты проводились с воздушной сверхзвуковой струей, истекающей из конического сверхзвукового сопла с диаметром выходного сечения  $d_c=20$  мм, рассчитанного на число Маха на срезе сопла  $M=2,0$ , на режимах истечения со степенью нерасчетности  $n=0,5-2,0$  (полное давление в струе  $p_0=3,9-15,6$  атм). В качестве источников звука использовались газоструйные излучатели с центральным стержнем с частотами  $f=5-11$  кГц и излучаемой акустической мощностью соответственно