

УДК 533.6.011.72

© 1989

КЕЛДЫШ В. В.

К ОБРАЗОВАНИЮ «СИЛЬНОГО» СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ НА ПЕРЕДНЕЙ КРОМКЕ ТЕЛА

Теоретические и экспериментальные исследования показывают, что скачки уплотнения, образующиеся на стреловидных передних кромках тел, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа, в нормальных к ним плоскостях могут быть как слабыми, так и сильными в соответствии со сверх- или дозвуковой скоростью течения за ними в этих плоскостях при условии, что полная величина скорости в пространстве сверхзвуковая. Простейшим примером является течение в окрестности тел, наветренная поверхность которых на некоторых режимах обтекается с плоским присоединенным к передним кромкам скачком уплотнения. В зависимости от формы передних кромок тела один и тот же скачок уплотнения в нормальных к ним плоскостях будет слабым или сильным [1-3].

В [4] сильный скачок уплотнения получен на передней кромке треугольного крыла с полуконусом на наветренной поверхности на некотором режиме их обтекания при расчете поля течения сквозным методом.

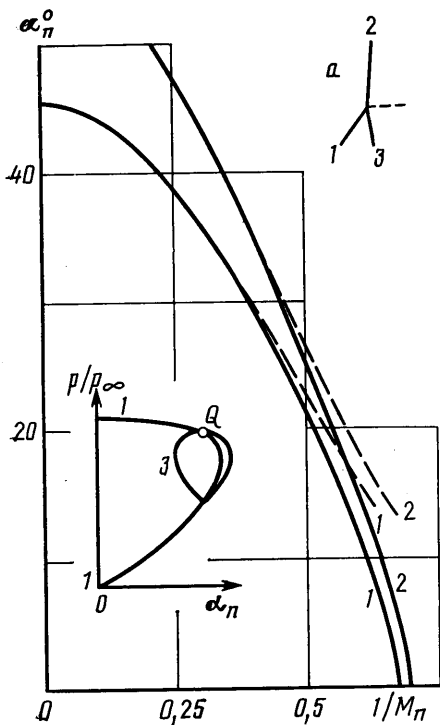
При расчетах с выделением скачка уплотнения, которые, вообще говоря, обладают большей точностью, чем метод сквозного счета, режимы течения с присоединенным к передней кромке скачком уплотнения обычно определяют из рассмотрения течения в перпендикулярной к ней плоскости, как на клине [5]. Результаты и сходимость расчета поля течения за присоединенным к кромке скачком уплотнения существенно зависят от выбора для него одного из двух возможных решений [3]. Поэтому представляет интерес рассмотрение вопроса, когда и как в пространственных течениях может образоваться сильный скачок уплотнения на передней кромке тел.

В известных примерах образование такого скачка уплотнения присуще конкретным режимам обтекания. При небольших изменениях этого режима или формы тела, например в результате изменения угла атаки или уменьшения угла раствора полуконуса на треугольном крыле, на передней кромке образуется слабый скачок уплотнения, а во внутренней части поля течения за этим скачком появляется внутренний скачок, который смещается к передней кромке с приближением к режиму обтекания с сильным скачком на ней [1-4].

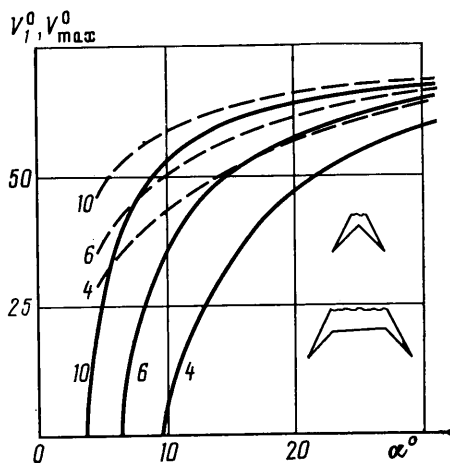
Поэтому естественно предположить, что сильный скачок уплотнения может образоваться в результате пересечения слабого и внутреннего скачков в предельном случае, когда линия их пересечения совпадает с передней кромкой тела.

Далее рассматривается возможность такого образования скачков уплотнения на передних кромках тел, обтекаемых невязким газом. В силу безотрывности обтекания поверхность внутреннего скачка уплотнения в месте пересечения его с телом должна быть перпендикулярна поверхности последнего. Поэтому, если этот скачок смещается на переднюю кромку, в перпендикулярной к ней плоскости он будет прямым в поле течения за слабым присоединенным скачком уплотнения. Дальнейшее рассмотрение задачи ведется в этой плоскости.

На фиг. 1, а приведена соответствующая схема пересекающихся скачков уплотнения. Цифрами 1 и 2 отмечены слабый и сильный скачки на передней кромке, цифрой 3 — внутренний скачок, прямой в поле течения за скачком 1. Штриховая линия — след поверхности тангенциального разрыва скорости течения, отходящей от линии пересечения скачков. В силу равенства давления в поле течения за скачками уплотнения 2 и 3 должно



Фиг. 1



Фиг. 2

удовлетворяться следующее соотношение:

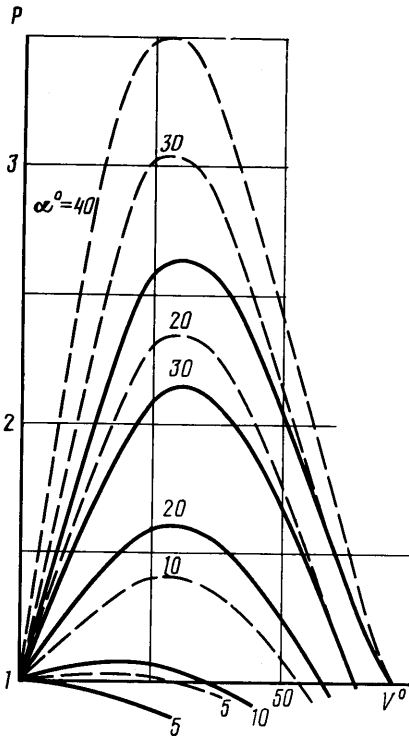
$$\begin{aligned} & (2\kappa M_n^2 \sin^2 \gamma_{n1} + 1 - \kappa) (2\kappa M_{n1}^2 + 1 - \kappa) = \\ & = (\kappa + 1) (2\kappa M_n^2 \sin^2 \gamma_{n2} + 1 - \kappa) \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь M_n и M_{n1} — числа Маха скорости течения перед скачками уплотнения и за скачком 1, γ_{n1} и γ_{n2} — углы наклона скачков 1 и 2 относительно вектора скорости перед ними, поворачивающих его на угол α_n , κ — отношение удельных теплоемкостей газа, $M_{n1}(M_n, \alpha_n, \kappa)$ и $\gamma_{ni}(M_n, \alpha_n, \kappa)$, $i=1$ и 2 — известные зависимости в теории скачков уплотнения [6].

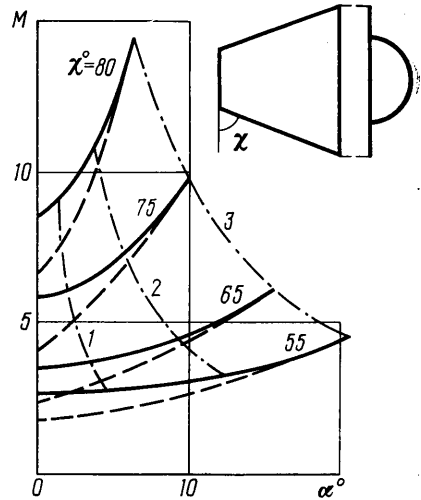
Анализ уравнения (1) вместе с этими зависимостями показывает, что когда $M_n > \sqrt{0,5(3+\kappa)}$, имеется хотя бы еще одно решение рассматриваемой задачи, кроме очевидного: $\gamma_{n1} = \arcsin(1/M_n)$, $\gamma_{n2} = \pi/2$, $\alpha_n = 0$. При $M_n = \infty$ этим решением является максимальный угол поворота скорости течения в скачке уплотнения. Для конечных значений числа M_n решение получено численно. Соответствующая зависимость $\alpha_n(M_n, \kappa)$ приведена на фиг. 1 сплошными линиями для $\kappa=1,4$ (кривая 1) и $\kappa=1,2$ (кривая 2). Когда $M_n < \sqrt{0,5(3+\kappa)}$, задача имеет решение только при $\alpha_n = 0$.

Решения уравнения (1) определяют необходимое условие образования сильного скачка уплотнения на передней кромке, когда внутренний скачок доходит до нее по поверхности тела. Штриховыми линиями на фиг. 1 показаны зависимости $\alpha_{ns}(M_n, \kappa)$ для угла поворота вектора скорости в скачке уплотнения со звуковой скоростью за ним ($M_{n1}=1$). При $M_n > 3$, $\alpha_{ns} - \alpha_n < 0,2^\circ$, и уравнение (1) определяет решение, близкое к этому скачку.

На фиг. 1 показан так же пример графического решения уравнений (1) в плоскости ударных поляр $p/p_\infty(\alpha_n)$ внешних и внутреннего скачков уплотнения, обозначенных цифрами 1 и 3 соответственно, p и p_∞ — статическое давление в поле течения за и перед скачком. Искомым решением является точка пересечения поляр Q.



Фиг. 3



Фиг. 4

Далее приводятся примеры обтекания тел с сильным скачком уплотнения на передней кромке, удовлетворяющие уравнению (1).

Течение в окрестности V-образного крыла с круговым сектором, полученное вырезкой из осесимметричного обтекания кругового конуса. Передние кромки крыла расположены на соответствующем осесимметричном скачке уплотнения. В перпендикулярной к ним плоскости этот скачок прямой $\gamma_{n2} = \pi/2$ и совпадает с внутренним скачком, обусловленным обтеканием сектора, а слабый скачок на передних кромках выродился в волну Маха ($\alpha_n = 0, \gamma_{n1} = \arcsin(1/M_n)$). На стороне крыла, обращенной к сектору, давление повышено. При заданных геометрических параметрах — углах при вершине конуса и крыла — соответствующее число Маха скорости течения в пространстве определится из известного решения для осесимметричного обтекания конуса.

У тел, обтекаемых на некоторых режимах с плоским присоединенным к передним кромкам скачком уплотнения, наветренная поверхность линейчатая; вогнутая, а передняя кромка произвольной формы расположена на плоскости. Угол наветренной поверхности с плоскостью кренок обозначим μ . Для таких поверхностей число Маха перед скачком уплотнения на передней кромке и угол атаки в пространстве M и α и в нормальной к кромке плоскости M_n и α_n связаны зависимостью

$$M_n = M \sqrt{1 - \sin^2 \chi \cos^2 (\alpha + \mu)} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \frac{\sin \alpha \cos \chi}{\cos \alpha - \sin^2 \chi \cos \mu \cos (\alpha + \mu)} \quad (3)$$

где χ — местный угол стреловидности передней кромки, угол α отсчитывается относительно образующей наветренной поверхности.

Режимы обтекания с плоским скачком уплотнения определяются из условия $\mu = \gamma - \alpha$, где γ и α — параметры этого скачка в пространстве при некотором значении числа M скорости течения перед ним.

Когда задана величина числа M и угла α или γ , формулы (2), (3) совместно с решением уравнения (1) $\alpha_n(M_n, \kappa)$ однозначно определяют параметры поверхности $\mu = \gamma - \alpha$ и χ , обтекаемой с плоским скачком уплотнения, сильным на кромке, который образуется в результате рассмотренной выше системы пересекающихся скачков уплотнения. Эти поверхности имеют треугольную или трапециевидную переднюю кромку. На фиг. 2 показаны их поперечные сечения и угол наклона боковых граней к вертикальной плоскости симметрии V_1 :

$$V = \arctg(\operatorname{ctg} \chi / \sin \mu) = V_1 \quad (4)$$

в зависимости от угла атаки α при $\kappa = 1,4$ и нескольких значениях числа M (сплошные линии), величина которого приведена на соответствующих кривых.

Штриховыми линиями на фиг. 2 показана максимальная величина угла $V = V_{\max}$, ограничивающая область значений геометрических параметров поверхности $0 \leq V \leq V_{\max}$, когда заданный в пространстве плоский скачок уплотнения на передней кромке сильный.

Очевидно, уравнение (1) не определяет все возможные случаи образования такого скачка уплотнения. В частности, в экспериментах, подтвердивших возможность его реализации [1], уравнение (1) не удовлетворяется.

Когда $V_{\max} \geq V \neq V_1$, давление за внутренним скачком уплотнения в окрестности передней кромки может в несколько раз превышать давление за сильным скачком на ней. На фиг. 3 приведено отношение давления за внутренним скачком уплотнения на передней кромке p_3 к давлению за сильным скачком p_2 ($p = p_3/p_2$) на режиме обтекания с плоским скачком в зависимости от величины углов V и α при числе $M = 6$ (сплошные линии), $M = 10$ (штриховые линии) и $\kappa = 1,4$. Когда это отношение не равно единице, рассмотренная схема скачков уплотнения не реализуется и внутренний скачок не может достигать передней кромки.

В [3] делается попытка объяснить образование сильного скачка уплотнения на передней кромке угла меньшего 180° при обтекании его с плоским скачком по результатам расчетов на близких к этому режимам. Экстраполируя по углу атаки положение внутреннего скачка уплотнения на грани, автор делает вывод, что на режиме с сильным скачком внутренний скачок смещается на переднюю кромку и вытесняет присоединенный к ней слабый скачок. Однако непосредственные расчеты этих скачков уплотнения показывают, что в рассмотренном примере давление на передней кромке за внутренним скачком в 1,5 раза больше, чем за сильным скачком, уравнение (1) настоящей работы не удовлетворяется и внутренний скачок уплотнения не может доходить до передней кромки.

Этот пример, а также экспериментальные исследования [1], дают основание полагать, что образование сильного на кромке скачка уплотнения в случае, когда уравнение (1) не удовлетворяется, сопровождается неисследованными еще явлениями в поле течения на близких к расчетному режиму. Возможно, в этом случае не существует непрерывный переход от течений с внутренними скачками уплотнения на наветренной поверхности к течению с сильным скачком на передней кромке.

Когда $\mu = 0$, выражения (2) и (3) переходят в формулы для крыла с плоской наветренной поверхностью. Если на ней расположены надстройки, вызывающие внутренний скачок уплотнения, эти формулы вместе с решением уравнения (1) определяют зависимость между величиной числа M и угла атаки α в пространстве и углом стреловидности передней кромки χ , когда на ней может образоваться сильный скачок уплотнения в результате рассмотренной выше системы пересекающихся скачков уплотнения. На фиг. 4 эта зависимость показана сплошными линиями для треугольных и трапециевидных крыльев при $\kappa = 1,4$. При $\alpha = 0$ приведено решение, когда $M_n = \sqrt{0,5(3 + \kappa)}$, штрихпунктирные линии соответствуют постоянным значениям числа M_n и угла α_n , удовлетворяющим уравнению (1). На линии 1 — $M_n = 1,6$, 2 — $M_n = 2$, 3 — $M_n = 3$.

Если в силу граничных условий на поверхности тела внутренний скачок уплотнения выходит с нее в окружающее пространство, он должен вытеснять с передней кромки присоединенный к ней скачок уплотнения [7]. Следовательно, у крыла с надстройкой отсоединение скачка уплотнения может произойти при меньших углах атаки, чем у того же изолированного крыла. На фиг. 4 штриховыми линиями показана зависимость $M(\alpha)$, соответствующая отсоединению скачка уплотнения от стреловидной передней кромки крыла без надстроек.

Примеры расчетов обтекания крыла с полуконусом на наветренной поверхности в [4] соответствуют условиям, удовлетворяющим уравнению (1) (см. фиг. 4). Следовательно, при некоторой величине угла полуконуса обусловленный им внутренний скачок уплотнения достигает передней кромки и на ней образуется присоединенный сильный скачок. При этом поверхность крыла в окрестности передней кромки соответствует стороне поверхности тангенциального разрыва скорости, отходящей от линии пересечения скачков, обращенной в сторону сильного скачка уплотнения. Поле течения с другой стороны этой поверхности, где расположены два входящих пересекающихся скачка, в рассматриваемом примере отсутствует. В [4] в пределах точности использованного численного метода расчета получен угол полуконуса, когда на передней кромке крыла образуется сильный скачок уплотнения при заданных значениях числа M и угла атаки. Это подтверждается также тем, что, как показывают расчеты, при небольшом увеличении этого угла обтекание происходит с отсоединенным от передней кромки скачком уплотнения. Однако правильного объяснения механизма образования сильного скачка уплотнения в рассчитанном примере в [4] не дано и даже говорится о «случайном» его появлении.

В уравнении (1) не учтена возможность деформации внутреннего скачка уплотнения, течение за которым конически дозвуковое. При пересечении в поле течения этого скачка со скачком уплотнения, отходящим от передней кромки, деформация его определяется известными газодинамическими условиями в окрестности линии их пересечения и приводит иногда к возникновению сложных структур скачков уплотнения с несколькими линиями пересечений [8]. В результате на режимах обтекания с сильным скачком уплотнения, когда уравнение (1) не удовлетворяется, обтекание внутреннего скачка уплотнения на поверхности тела не достигает передней кромки.

Уравнение (1) является частным случаем задачи пересечения трех скачков уплотнения, расположенных последовательно в поле течения один за другим, когда от линии их пересечения отходит скачок, который в нормальной к ней плоскости сильный и поворачивает вектор скорости на тот же угол, что и первый по потоку из пересекающихся слабый скачок. В этой плоскости решение задачи определяется из известных соотношений в скачках уплотнения и условия равенства давления и направления скорости в поле течения за линией их пересечения

$$\begin{aligned} (2\kappa M^2 \sin^2 \gamma_1 + 1 - \kappa) (2\kappa M_1^2 \sin^2 \gamma_2 + 1 - \kappa) \\ (2\kappa M_2^2 \sin^2 \gamma_3 + 1 - \kappa) = (\kappa + 1)^2 (2\kappa M^2 \sin^2 \gamma_4 + 1 - \kappa) \\ \alpha_4 = \alpha_1, \alpha_3 = -\alpha_2, \alpha_2 < \alpha_{3 \max}(\kappa, M_2) \\ M > M_1 > M_2 > 1 \end{aligned}$$

Обозначения параметров скачков уплотнения γ , α , M те же, что и в уравнении (1). Индексы $i=1-3$ относятся к последовательно расположенным в поле течения скачкам, $i=4$ — отходящий от линии их пересечения сильный скачок, M — число Маха перед скачками $i=1$ и 4.

Определяющими параметрами этой задачи являются угол поворота скорости в 1-м скачке α_1 и число M перед ним. Численное исследование показывает, что задача имеет непрерывное решение при значениях числа $M > \sqrt{0,5(3+\kappa)}$ в области углов атаки $0 \leq \alpha_1 \leq \alpha(M)$, $\alpha(M)$ — решение уравнения (1), когда второй скачок уплотнения вырождается в волну Маха ($\alpha_2=0$), а третий скачок прямой ($\gamma_3=\pi/2$).

Возможность реализации такой системы скачков уплотнения с приближением к режимам обтекания тел с сильным скачком уплотнения на кромке, когда уравнение (1) не удовлетворяется, не исследована. В [8] рассматривается нерегулярное пересечение двух последовательных скачков уплотнения с деформацией 2-го из них. Однако ни одна из приведенных там схем не объясняет образование сильного скачка уплотнения на передней кромке тела на этих режимах.

Данная в [8] классификация пересечения скачков уплотнения не исчерпывает все возможные случаи, так как исходит из условия реализации решений «с наименьшими интенсивностями газодинамических разрывов», тогда как экспериментально и численно показано, что в пространстве граничные условия вниз по потоку от линии пересечения скачков уплотнения могут приводить к образованию газодинамических разрывов с наибольшей интенсивностью [1, 9].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зайцев Ю. И., Келдыш В. В.* Особые случаи течения вблизи сверхзвуковой кромки и линии пересечения скачков уплотнения // Уч. зап. ЦАГИ. 1970. Т. 1. № 1. С. 48–59.
2. *Келдыш В. В.* Исследование течения в окрестности V-образных крыльев, образованных поверхностями тока за плоским скачком уплотнения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1967. № 4. С. 50–55.
3. *Лапыгин В. И.* О решении задачи обтекания V-образного крыла с сильной ударной волной на передней кромке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 3. С. 114–119.
4. *Лобановский Ю. И.* Режимы невязкого обтекания треугольного крыла с полуконусом при больших сверхзвуковых скоростях // Численные методы механики сплошной среды. Т. 15. № 2. Новосибирск, 1984. С. 85–97.
5. *Stetson K. F., Scaggs N. C.* Shock detachment from the leading edge of delta wings. Springfield, Virginia: United States Air Force, 1972. 11 p. (Aerospace Res. Lab. № 72-00-79).
6. *Staff A. R.* Equations, tables and charts for compressible flow. Report 1135. NASA, 1953.
7. *Келдыш В. В.* Об отсоединении скачка уплотнения от острых кромок летательных аппаратов // Уч. зап. ЦАГИ. 1980. Т. 11. № 5. С. 18–29.
8. *Росляков Г. С., Старых А. Л., Усков В. Н.* Интерференция стационарных скачков уплотнения одного направления // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 4. С. 143–152.
9. *Лапыгин В. И.* О режимах обтекания V-образных крыльев со сверхзвуковыми передними кромками // Науч. тр. Ин-та мех. МГУ. 1971. № 11. С. 12–17.

Москва

Поступила в редакцию
19.IX.1988