

**МЕХАНИКА  
ЖИДКОСТИ И ГАЗА**  
**№ 6 • 1989**

УДК 533.6.011.5

© 1989

ФОЛЛЭ М. И.

**СОХРАНЕНИЕ ВЕКТОРА РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ СИЛЫ  
В ПЛОСКОСТИ УГЛА АТАКИ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ  
ОБТЕКАНИИ ТОНКИХ ЗВЕЗДООБРАЗНЫХ ТЕЛ**

При больших сверхзвуковых скоростях полета тел со звездообразным поперечным и степенным продольным контуром оптимальны по волновому сопротивлению [1–3]. В большинстве последующих экспериментальных [4–6] и теоретических [6–9] работ рассматривались только конические звездообразные тела. Именно для таких тел при некоторых режимах обтекания обнаружено всплытие точки Ферри [10]. В [11] была решена краевая задача для удлиненных звездообразных тел со степенным продольным контуром при сверхзвуковом обтекании. В данной работе рассматривается обтекание этих тел под углом атаки. Оказывается, что аэродинамические силы для произвольных звездообразных тел и с любым продольным (в частности, коническим) профилем сводятся лишь к волновому сопротивлению и подъемной силе, а боковая сила для таких тел равна нулю при любом положении поперечного контура.

1. Совместим начало координат с носиком тела, ось  $x$  направим по вектору скорости невозмущенного потока, ось  $y$  — вертикально вверх, введем в поперечной плоскости комплексную координату  $\omega = y + iz$

$$\begin{aligned}\omega - \omega_g &= R_0(\beta) f(x) e^{i(\beta - \beta_0)}, \quad \omega_g = -\alpha x \\ R_0(\beta) &= \frac{R \sin \gamma}{\sin(|\beta| + \gamma)}, \quad -\frac{\pi}{n} < \beta < \frac{\pi}{n}\end{aligned}\quad (1.1)$$

Здесь угловой параметр  $\beta$  отсчитывается от луча звезды (в плоскости поперечного сечения),  $\beta_0$  — отклонения луча звезды от оси  $y$ ;  $\alpha$  — угол атаки;  $\omega_g$  — отклонения центра тяжести поперечного сечения; произвольная с учетом требования остроконечности [11] функция  $f(x)$  описывает продольный контур; периодическая функция  $R_0(\beta)$  — поперечный контур;  $R$  — отношение длины луча в миделевом сечении к длине тела;  $\gamma$  — полупространство луча звезды в поперечном сечении. Формулы (1.1) задают поперечное сечение без искажений, связанных с появлением угла атаки. Это означает пренебрежение множителем  $1+O(\alpha^2)$  [12], что соответствует точности, принятой в линейной теории. Границы ее применимости при расчете аэродинамических характеристик звездообразных тел будут обсуждены ниже.

Границное условие  $\partial\phi/\partial v = dv/dx$  (где  $\phi(x, y, z)$  — приближение истинного трехмерного потенциала,  $v$  — внешняя нормаль в поперечной плоскости) преобразуется для функции  $\psi(x, y, z)$  (связанной с функцией  $\phi$  условиями Коши — Римана в любой поперечной плоскости  $\omega = y + iz$ ) к виду

$$\psi = \psi_0(x, y, z) + \psi_\alpha(x, y, z)$$

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial \beta} = -f'(x) f(x) R_0^2(\beta)$$

$$\frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial \beta} = \alpha f(x) [R_0'(\beta) \sin(\beta - \beta_0) + R_0(\beta) \cos(\beta - \beta_0)] \quad (1.2)$$

Таким образом, функция  $\psi_0$  соответствует нулевому углу атаки. При  $\beta_0=0$  картина обтекания тела имеет плоскость симметрии и справа в (1.2) стоят четные функции  $\beta$ , однако при произвольном  $\beta_0$  симметрия формулы для  $\psi_\alpha$  пропадает.

Конформное отображение внутренности единичного круга  $\zeta = \rho e^{i\theta}$ ,  $|\zeta| < 1$  на внешность  $n$ -лучевой звезды производится аналогично [11]

$$(\omega - \omega_g) e^{i\beta_0} = C_1 \int_{-1}^1 \frac{(\zeta^n - 1)^{F_1} d\zeta}{(\zeta^n + 1)^{F_2} \zeta^2} + C_2 \quad (1.3)$$

$$F_1 = 1 - \frac{2\gamma}{\pi}, \quad F_2 = 1 - \frac{2\gamma}{\pi} - \frac{2}{n}, \quad C_2 = Rf(x), \quad C_1 = RCf(x)$$

$$C = \frac{\sin(\pi/n)}{I \sin(\pi/n + \gamma)}, \quad I = \frac{2^{2/n}}{I_1 n}, \quad I_1 = \frac{\Gamma(1+1/n)}{\Gamma(1-\gamma/\pi) \Gamma(\gamma/\pi + 1/n)}$$

В последней формуле использована Г-функция Эйлера. Заметим, что  $C_1$  – действительная и положительная константа.

Вводя функцию  $\psi^*(\theta) = \psi(\alpha)$ , получим [11]

$$\frac{\partial \psi_0^*(\theta)}{\partial \theta} = -\frac{I_1}{2} S'(x) G(\theta); \quad G(\theta) = \left( \sin \frac{n\theta}{2} \right)^{F_1} \left( \cos \frac{n\theta}{2} \right)^{-F_2} \quad (1.4)$$

$$0 < \theta < \pi/n \quad (-\pi/n < \beta < 0)$$

Здесь  $S(x)$  – площадь поперечного сечения. При других  $\theta$   $\partial \psi_0^*(\theta)/\partial \theta$  определяется по условиям четности и периодичности

$$\frac{\partial \psi_\alpha^*}{\partial \theta} = \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial \beta} \frac{d\beta}{dl} C_1 2^{2/n} G(\theta), \quad l = \frac{R \sin \beta f(x)}{\sin(|\beta| + \gamma)} \quad (1.5)$$

Здесь  $l$  – длина контура звезды в поперечной плоскости ( $-\pi/n < \beta < \pi/n$ ). Для упрощения формулы (1.5) необходимо разбить поперечное сечение на  $2n$  секторов по  $\beta$  и отдельно записать граничные условия для нечетных (1.6) и четных (1.7) секторов

$$-\frac{\pi}{n} (2p+1) < \beta < -\frac{2\pi}{n} p, \quad \frac{2\pi}{n} p < \theta < \frac{\pi}{n} (2p+1), \quad p=0, 1, 2, \dots, n-1$$

$$\frac{\partial \psi_\alpha(x, \theta)}{\partial \theta} = \alpha \sin \left( \gamma - \frac{2\pi}{n} p - \beta_0 \right) C_1 2^{2/n} G \left( \theta - \frac{2\pi}{n} p \right) \quad (1.6)$$

$$-\frac{2\pi}{n} p < \beta < -\frac{\pi}{n} (2p-1), \quad \frac{\pi}{n} (2p-1) < \theta < \frac{2\pi}{n} p, \quad p=1, 2, \dots, n$$

$$\frac{\partial \psi_\alpha(x, \theta)}{\partial \theta} = \alpha \sin \left( \gamma + \frac{2\pi}{n} p + \beta_0 \right) C_1 2^{2/n} G \left( \frac{2\pi}{n} p - \theta \right) \quad (1.7)$$

Таким образом, граничные условия в точках  $\beta = -\pi p/n$ ,  $p=1, \dots, 2n$ , терпят разрыв. Именно эти точки (в отличие от всех остальных) при конформном преобразовании (1.3) сохраняют по абсолютной величине свой аргумент.

2. Комплексный потенциал для остроконечного тела записывается в виде [11, 12]

$$w(\omega, x) = \varphi(\omega, x) + i\psi(\omega, x) = a_0(x) \ln[(\omega - \omega_g) e^{i\beta_0}] + b_0(x) + \sum_{m=1}^{\infty} b_{-m} (\omega e^{i\beta_0})^{-m} \quad (2.1)$$

$$a_0(x) = \frac{S'(x)}{2\pi}, \quad b_0(x) = \left[ S'(x) \ln \frac{B}{2} - \int_0^x S(s) \ln(x-s) ds \right],$$

$$B^2 = M_\infty^2 - 1, \quad S(x) = S^* f^2(x) R^2, \quad S^* = \frac{n \sin(\pi/n) \sin \gamma}{\sin(\pi/n + \gamma)}$$

Параметр  $S^*$  относится к звездообразному телу, для осесимметричного  $S^* = \pi$ .

Обозначим  $Y, Z$  проекции аэродинамической силы на оси  $y, z$ ;  $Y+iZ=F$ . Понимая под  $a_{-1}$  коэффициент при  $1/\omega$  в разложении потенциала  $w(\omega, x)$ , запишем [12]

$$\frac{F}{1/2\rho_1 U^2} = 4\pi a_{-1}(1) + 2S'(1) \omega_g(1) + 2S(1) \omega_g'(1) \quad (2.2)$$

Здесь  $1/2\rho_1 U^2$  — скоростной напор. Следовательно, основная задача — получить формулу для  $a_{-1}$ . Нетрудно видеть

$$a_{-1} = \frac{S'(x)}{2\pi} \alpha x + \frac{b_{-1}}{e^{i\beta_0}}, \quad \frac{F}{\rho_1 U^2 / 2} = \frac{4\pi b_{-1}}{e^{i\beta_0}} - 2S(1)\alpha \quad (2.3)$$

Обозначим ограниченную часть потенциала заглавными буквами [11]

$$W(\omega, x) = \Phi(\omega, x) + i\Psi(\omega, x) = \sum_{m=1}^{\infty} b_{-m}(x) (\omega e^{i\beta_0})^{-m} \quad (2.4)$$

Границные условия для  $\Psi_\alpha(x, \theta)$  (1.6)–(1.7) останутся такими же, как для  $\psi_\alpha(x, \theta)$ , а граничные условия для  $\Psi_0(\theta, x)$  примут вид

$$\Psi_0(\theta, x) = \frac{S'(x)}{2} \left[ \frac{\theta}{\pi} - I_1 \int_0^\theta G(\theta) d\theta \right], \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{n} \quad (2.5)$$

При других значениях  $\theta$  эта функция определяется по свойствам нечетности и периодичности. Разлагая граничные условия для потенциала (2.4) при  $x=1$  в ряд Фурье, легко видеть

$$\Psi(\rho, \theta) = \sum_{k=0}^{\infty} \rho^k \Psi_k(\theta), \quad \Psi_k(\theta) = A_k \cos k\theta + B_k \sin k\theta$$

$$A_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Psi_0(\theta) d\theta, \quad A_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Psi_k(\theta) \cos k\theta d\theta, \quad B_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Psi_k(\theta) \sin k\theta d\theta$$

$$W(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} \zeta^k (B_k + iA_k) \quad (2.6)$$

Используя теорему о вычетах и раскладывая интеграл Кристоффеля — Шварца (1.3) в ряд в окрестности  $\zeta=0$ , получим

$$\frac{2\pi b_{-1}i}{e^{i\beta_0}} = \int_{|\omega|=1} W(\omega) d\omega = \int_{|\zeta|=1/\epsilon} W(\zeta) \frac{d\omega}{d\zeta} d\zeta =$$

$$= \int_{|\zeta|=1/\epsilon} \sum_{k=0}^{\infty} \zeta^k (B_k + iA_k) \{-C_1 e^{-i\beta_0} [\zeta^{-2} - (F_1 + F_2) \zeta^{k-2} + \dots]\} d\zeta$$

$$b_{-1} = (B_1 + iA_1) C_1$$

$$\frac{F}{1/2\rho_1 U^2} = 4\pi C_1 (B_1 + iA_1) e^{-i\beta_0} - 2S(1)\alpha \quad (2.7)$$

Пусть теперь  $\alpha=0$ . Тогда  $\Psi_\alpha(\theta)=0$  согласно (1.6)–(1.7),  $\Psi(\theta)=\Psi_0(\theta)$ , эта последняя функция имеет период  $2\pi/n$ , но тогда в разложении (2.6) коэффициент Фурье  $B_k=B_n$  ( $B_k=0$ ,  $k < n$ ;  $A_k=0$ ,  $k \leq n$ ). Следовательно,  $F=0$ , что и физически очевидно — при нулевом угле атаки нет никаких боковых сил у тел с осевой симметрией. Пусть теперь  $\alpha \neq 0$ ,  $\Psi(\theta)=\Psi_0(\theta)+\Psi_\alpha(\theta)$ . Первая компонента  $\Psi_0(\theta)$  по-прежнему не дает вклада в  $b_{-1}$  по тем же соображениям, однако теперь  $b_{-k} \neq 0$ , начиная с  $k=1$ .

Используя формулы (2.6) и меняя порядок суммирования, можно вместо двух сумм в выражениях для  $A_1$  и  $B_1$  ограничиться одной

$$\begin{aligned} B_1(\beta_0) &= \frac{\alpha}{\pi} 2^{(2+n)/n} C_1 \cos \beta_0 \sum_{p=1}^n \sin \left( \gamma + \frac{2\pi p}{n} \right) G_-(p) \\ A_1(\beta_0) &= -\frac{\alpha}{\pi} 2^{(2+n)/n} C_1 \sin \beta_0 \sum_{p=1}^n \cos \left( \gamma + \frac{2\pi p}{n} \right) S_-(p) \\ G_-(p) &= \int_0^{\pi/n} G(\theta) \cos \left( \frac{2\pi p}{n} - \theta \right) d\theta, \quad S_-(p) = \int_0^{\pi/n} G(\theta) \sin \left( \frac{2\pi p}{n} - \theta \right) d\theta \end{aligned} \quad (2.8)$$

Тогда для силы, перпендикулярной плоскости угла атаки, можно записать

$$\begin{aligned} c_z &= 4\pi C_1 (A_1 \cos \beta_0 - B_1 \sin \beta_0) = -8C_1^2 2^{2/n} \sin \beta_0 \cos \beta_0 T \\ T &= \sum_{p=1}^n \left[ \cos \left( \gamma + \frac{2\pi p}{n} \right) G_-(p) + \sin \left( \gamma + \frac{2\pi p}{n} \right) S_-(p) \right] = \\ &= \int_0^{\pi/n} \left[ \sum_{p=1}^n \sin \left( \gamma + \frac{4\pi p}{n} - \theta \right) \right] G(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (2.9)$$

**3.** Легко видеть, что стоящая в квадратных скобках сумма равна нулю в любом натуральном  $n$ , начиная с  $n=3$  [13].

Таким образом,  $c_z$  не зависит от угла поворота поперечного контура  $\beta_0$ , а тогда подъемная сила тоже оказывается независимой от  $\beta_0$ . Окончательно для  $n=3, 4, \dots$

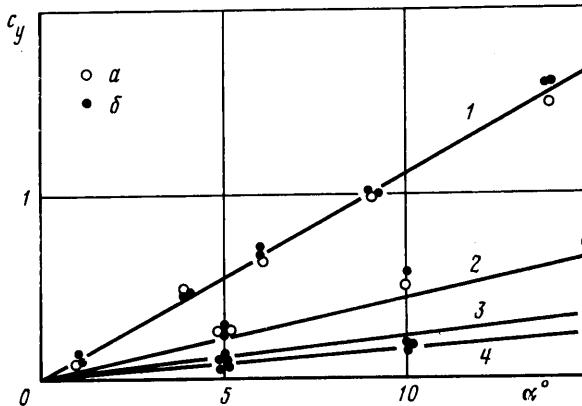
$$\frac{c_y}{S(1)\alpha} = \frac{8I_1 C}{\sin \gamma} \sum_{p=1}^n \sin \left( \gamma + \frac{2\pi p}{n} \right) G_-(p) - 2 \quad (3.1)$$

Поскольку прямых экспериментов по измерению боковой силы  $c_z$  для звездообразных тел не существует, удобно использовать эксперименты по измерению  $c_y$  для выяснения области применимости основного вывода данной работы — сохранения вектора равнодействующей силы в плоскости угла атаки при любом повороте тела вокруг своей оси. Действительно, независимость  $c_y$  от  $\beta_0$  (при  $n \geq 3$ ) и сам вид формулы (3.1) — прямое следствие этого вывода. Тзяню принадлежит результат по подъемной силе для осесимметричного тела  $c_y=2S(1)\alpha$ .

Таким образом, для осесимметричного тела подъемная сила не зависит ни от числа Маха, ни от продольного контура, а зависит линейно от угла атаки и площади поперечного контура. Эти закономерности целиком

и полностью сохраняются для звездообразных тел, но теперь существует сильная зависимость от формы поперечного сечения.

В рамках применимости предлагаемой теории все результаты по измерению  $c_y$  у конических звездообразных тел [4–6] можно перенести и на звездообразные тела с произвольным продольным контуром. Для сравнения с экспериментом введем  $r/R_0$  — отношение радиуса вписанного в



звездообразный контур круга к радиусу эквивалентного по миделевому сечению эквивалентного тела. При этом легко показать, что зависимость  $c_y$  от  $r/R_0$ , согласно формуле (3.1), очень сильная, от  $n$  — очень слабая.

Эксперименты проводились на конических звездообразных телах с площадью миделевого сечения  $19,6 \text{ см}^2$ , длиной  $6,5 \text{ см}$ ,  $M_\infty=2,04$  [4] (фигура). Кривые 1–3 относятся к звездообразным телам, кривая 4 — осесимметричное тело, при этом кривая 1 —  $n=4$ ,  $r/R_0=0,4$ ; 2 —  $n=3$ ,  $r/R_0=0,6$ , 3 —  $n=3$ ,  $r/R_0=0,8$ . Такие тела, конечно, не удовлетворяют предположениям линейной теории. В работе Лайтхилла [14] малый параметр  $TB \leq 0,25$ ,  $T$  — максимальный радиальный размер в поперечной плоскости, причем автором высказано опасение о влиянии членов более высокого порядка при дальнейшем увеличении малого параметра. Для трех звездообразных тел на фигуре соответствующие значения малого параметра  $RB=0,948$  для кривой 3, 1,376 для кривой 2, 1,897 для кривой 1,  $a$  — луч звезды направлен вверх,  $b$  — биссектриса между лучами звезды направлена вверх [4]. Известное различие в  $c_y$  наблюдается для тела 2 при различном его положении, в остальном совпадение теории с экспериментом хорошее.

Таким образом, при определении  $c_y RB$  можно считать даже не малым параметром, как при расчетах волнового сопротивления, где, по-видимому, верны ограничения [14], а просто параметром подобия [11]. Естественно предположить, что до какого-то критического значения  $RB$  можно считать верным формулу (3.1), вопрос лишь, до какого именно значения. Такой подход требует анализа всех экспериментов по  $c_y$  для звездообразных конических тел, которые наряду с  $M_\infty=2,04$  проводились и при  $M_\infty=3-5$  и для большого числа тел. Наиболее подробно это сделано в отчете<sup>1</sup>. В этой работе, как и в [4–6],  $c_y$  приводится как функция угла атаки  $\alpha$ , причем при любых числах Маха и любых конфигурациях звездообразных тел  $c_y$  линейно зависит от  $\alpha$ . С точки зрения предлагаемой теории это естественный результат, но и ограничений на применение формулы (3.1) и всей теории не получено. Поэтому перегруппируем экспериментальные данные в табл. 1, где представлены  $c_y/c_{yo}$  ( $c_{yo}$  — коэффициент подъемной силы эквивалентного осесимметричного тела) и параметр подобия  $RB$ . В табл. 2  $c_y/c_{yo}$ , подсчитанные по формуле (3.1). Конечно, отличие теории от эксперимента здесь уже очень значительное, например при  $n=8$ ,  $r/R_0=0,4$ ,  $M_\infty=5$  — почти в 3 раза. Однако если ограничиться областью изменения параметра подобия  $RB \leq 2$  (или даже 2,5), то вновь заметно неплохое,

<sup>1</sup> Гонор А. Л., Остапенко Н. А., Зудин М. А. и др. Исследование сверхзвукового обтекания тел звездообразной формы // Отчет Ин-та механики МГУ. 1979. № 2280.

Таблица 1

$r/R_0$	$n=3$		$n=4$		$n=6$		$n=8$	
	$c_y/c_{y0}$	$RB$	$c_y/c_{y0}$	$RB$	$c_y/c_{y0}$	$RB$	$c_y/c_{y0}$	$RB$
$M_\infty = 2,04$								
0,8	3,5–3,0	1,342	1,5	0,9241	–	–	–	–
0,6	–	–	7,0	–	–	–	–	–
0,4	–	–	1,848	–	–	–	–	–
$M_\infty = 3$								
0,8	1,6	1,648	1,4	1,509	1,6	1,423	1,6	1,394
0,6	2,45	2,190	2,45	2,012	3,1	1,897	3,3	1,859
0,4	3,5	3,280	4,0	3,018	4,9	2,846	5,5	2,788
$M_\infty = 4$								
0,8	1,7	2,249	1,4	2,066	1,55	1,948	1,7	1,909
0,6	2,4	2,999	2,4	2,755	2,4	2,598	3,0	2,545
0,4	2,8	4,499	3,3	4,133	4,0	3,896	4,4	3,818
$M_\infty = 5$								
0,8	1,2	2,846	1,3	2,614	1,6	2,464	1,6	2,417
0,6	1,9	3,793	2,0	3,485	2,3	3,286	2,45	3,219
0,4	2,0	5,691	2,25	5,22	2,7	4,928	3,0	4,829

Таблица 2

$r/R_0$	$n=3$	$n=4$	$n=6$	$n=8$
0,8	1,496	1,4426	1,474	1,537
0,6	2,7554	2,7954	3,050	3,320
0,4	6,670	7,012	7,880	8,720

совпадение теории с экспериментом. За пределами этого диапазона по параметру подобия начинается довольно резкое падение  $c_y$  с ростом  $RB$ . За исключением уже отмеченного эксперимента, при  $M_\infty = 2,04$ ,  $n=3$ ,  $r/R_0 = 0,6$ , нигде более не наблюдалось изменений в  $c_y$  при различных положениях одного и того же звездообразного контура (следует оговориться, что все эти положения обязательно предполагали совпадение плоскости симметрии для звездообразного тела с плоскостью угла атаки).

4. Таким образом, одна и та же теория позволяет считать одну аэродинамическую характеристику (волновое сопротивление) в узком диапазоне  $RB \leq 0,25$ , другую (подъемную силу) — в неожиданно широком,  $RB \leq 2$ . Неожиданность эту с первого взгляда легко объяснить: вектор скорости набегающего потока составляет с нормалью к звездообразному телу меньший угол, чем, скажем, для эквивалентного осесимметричного тела. Однако это объяснение не позволяет ответить на вопрос, почему же тогда не удается правильно рассчитать волновое сопротивление в том же диапазоне по параметру подобия  $RB$ .

В задаче той же физической природы, но существенно более простой — сверхзвуковом обтекании тонкого конуса — при построении равномерно-пригодного решения показано, что необходима коррекция либо радиуса (тогда решение строится вблизи ударной волны), либо числа Маха (решение строится вблизи поверхности тела [15]). С другой стороны, известно, что волновое сопротивление звездообразного тела аналогично сопротивлению некоторого осесимметричного тела с таким же продольным сечением, но модифицированным радиусом [11]. Но тогда в силу этой аналогии естественно предположить, что построение равномерно-пригодного решения для звездообразного тела приведет к корректировке этих же самых

параметров. В обоих случаях это означает корректировку параметра подобия  $RB$ . Но волновое сопротивление зависит от этого параметра очень сильно, а вот подъемная сила не зависит вовсе. Поэтому такая корректировка коснется только формулы волнового сопротивления, а формулу подъемной силы корректировать не придется.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Chernyi G. G., Gonor A. L. The determination of body shapes of minimum drag using the Newton and the Busemann pressure laws // Pap. presented Symp. extremal problems in aerodynamics. Boeing Sci. Res. Laboratories. Seattle, Washington, 1962. 23 p.
2. Гонор А. Л. О пространственных телах наименьшего сопротивления при больших сверхзвуковых скоростях // ПММ, 1963, Т. 27. Вып. 1. С. 185–189.
3. Миеле А., Друге Г., Притчард Р. и др. Теория оптимальных аэродинамических форм. М.: Мир, 1979. 507 с.
4. Гонор А. Л., Зубин М. М., Остапенко Н. А. Экспериментальное исследование аэродинамических характеристик звездообразных тел при сверхзвуковых скоростях // Неравновесные течения газа и оптимальные формы тел в сверхзвуковом потоке. М.: Изд-во МГУ, 1978. С. 28–39.
5. Ведеников Ю. А., Гонор А. Л., Зубин М. А., Остапенко Н. А. Аэродинамические характеристики звездообразных тел при числах  $M=3–5$  // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 4. С. 88–93.
6. Зубин М. А., Лапыгин В. И., Остапенко Н. А. Теоретическое и экспериментальное исследование структуры сверхзвукового обтекания тел звездообразной формы и их аэродинамических характеристик // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 3. С. 34–40.
7. Лапыгин В. И. Расчет сверхзвукового обтекания V-образных крыльев методом установления // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 3. С. 180–185.
8. Лапыгин В. И., Остапенко Н. А. Обтекание подветренной стороны конического крыла сверхзвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 1. С. 112–121.
9. Лапыгин В. М. О решении задачи обтекания V-образного крыла с сильной ударной волной на передней кромке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 3. С. 114–119.
10. Остапенко Н. А. О всплытии точки Ферри на наветренной стороне V-образных крыльев // Докл. АН СССР. 1986. Т. 287. № 2. С. 295–298.
11. Фоллэ М. И. Волновое сопротивление удлиненных звездообразных тел при уменьшенных сверхзвуковых скоростях полета // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 5. С. 146–151.
12. Ward G. N. Supersonic flow past slender pointed bodies // Quart. J. Mech and Appl. Math. 1949. V. 2. № 1. P. 75–97.
13. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1962. 1100 с.
14. Lighthill M. J. Supersonic flow past slender bodies of revolution, the slope of whose meridian section is discontinuous // Quart. J. Mech. and Appl. Methem. 1948. № 1. P. 90–102.
15. Васильченко В. И., Притуло М. Ф. Высшие приближения к точному решению задачи обтекания тела вращения сверхзвуковым потоком газа // Тр. ЦАГИ. 1975. Вып. 1666. С. 29–41.

Москва

Поступила в редакцию  
18.X.1988