

УДК 532.546

© 1989

БЕДРИКОВЕЦКИЙ П. Г., ИСТОМИН Г. Д., КНЯЗЕВА М. Б.

СМЕШИВАЮЩЕЕСЯ ВЫТЕСНЕНИЕ ИЗ ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ СРЕД

Одним из перспективных методов разработки нефтяных месторождений является вытеснение нефти жидкими и газовыми растворителями. При этом наиболее эффективен режим смешивающегося вытеснения — после прокачки одного порового объема растворителя через однородный пористый коллектор происходит полное извлечение нефти.

При вытеснении нефти из трещиновато-пористой среды растворитель быстро прорывает по трещинам, извлечение нефти из низкопроницаемых блоков происходит с запаздыванием. Для оценки эффективности извлечения нефти растворителями необходимо выяснить, как влияют фильтрационно-емкостные свойства блоков и трещин и скорость вытеснения на основные показатели процесса воздействия на пласт. Это делается на основе результатов математического моделирования.

В [1] разработана модель фильтрации однородной сжимаемой жидкости в трещиновато-пористом коллекторе в рамках теории гетерогенных сред: фильтрационные потоки в трещинах и блоках рассматриваются как два взаимопроникающих континуума. В [2] приведена математическая модель фильтрации однородной сжимаемой жидкости в трещиновато-пористой среде, в которой фильтрация по трещинам моделируется движением континуума, а система блоков является распределенным источником, интенсивность которого получается из решения задачи о фильтрации в единичном блоке. В модели вытеснения нефти водой из трещиновато-пористой среды [3] также полагают, что фильтрация происходит только по системе трещин, а интенсивность единичного блока как источника находится из решения задачи о капиллярной пропитке [4]. Процесс вытеснения нефти растворителем из трещиновато-пористой среды описан в [5] без учета фильтрации через блоки. В модели вертикального вытеснения нефти растворителем из трещиновато-пористой среды [6] фильтрация также происходит только по системе трещин, а массообмен между блоками и трещинами осуществляется за счет гравитационной сегрегации растворителя, прорвавшегося по трещинам, и нефти в блоках. При рассмотрении многофазного многокомпонентного вытеснения из трещиновато-пористой среды в [7] блоки и трещины описываются как взаимопроникающие континуумы, массообмен между которыми пропорционален разности давлений.

В данной работе предлагается модель смешивающегося вытеснения несжимаемых жидкостей из трещиновато-пористой среды. Модель описывает процессы вытеснения нефти растворителями, сайклинг-процесс вытеснения жирного углеводородного газа сухим при небольших репрессиях на пласт и другие процессы однофазного многокомпонентного вытеснения из трещиновато-пористых сред. Получены решения задач о прокачке нейтральной примеси и ее оторочки через трещиновато-пористый пласт.

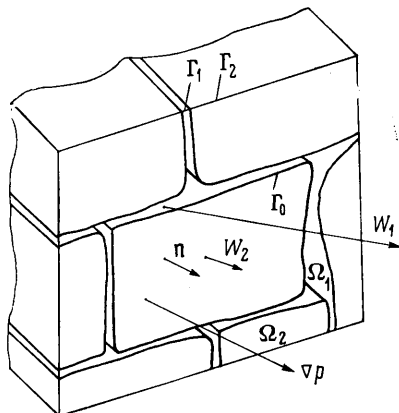
1. Уравнения неразрывности. При рассмотрении фильтрации в трещиновато-пористой среде принимаем геометрическую модель изолированных блоков, разделенных трещинами (модель Уоррена — Рута [8, 9]). Скорость фильтрации в трещинах W_1 и в блоках W_2 определяется через объемы жидкости, протекающие через единичную площадку по обеим системам в единицу времени [1] (фиг. 1). Если ω — локальная скорость, определенная в любой точке контрольного объема Ω , то по определению скоростей W_i , $i=1, 2$, имеем

$$\int_{\Gamma_1} \omega_n d\sigma = \int_{\Gamma} W_{in} d\sigma, \quad \partial\Omega = \Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \quad (1.1)$$

Будем считать, что движущаяся бинарная смесь подчиняется закону: объем смеси равен сумме парциальных объемов компонентов. Тогда можно ввести объемные концентрации растворителя c и нефти $1-c$ как функции точки контрольного объема Ω . Средние концентрации в трещинах c_1 и в блоках c_2 вводятся следующим образом:

$$\int_{\Omega_1} mc dx^3 = \int_{\Omega} \alpha_1 m_1 c_1 dx^3, \quad \int_{\Omega_2} mc dx^3 = \int_{\Omega} \alpha_2 m_2 c_2 dx^3 \quad (1.2)$$

Локальные величины ω и c описываются уравнениями однофазной двух-



Фиг. 1

компонентной фильтрации несжимаемой жидкости [10]

$$\operatorname{div} \omega = 0, \quad \omega = -\frac{k}{\mu(c)} \nabla p, \quad m \frac{\partial c}{\partial t} + \omega \nabla c = \operatorname{div}(D \nabla c)$$

На поверхности разрыва физических свойств пористой среды Γ_0 выполняются условия непрерывности концентрации, скорости фильтрации и диффузионного потока

$$c^- = c^+, \quad \omega_n^- = \omega_n^+, \quad (D \nabla c)_n^- = (D \nabla c)_n^+$$

Запишем уравнение баланса объема смеси в области Ω в осредненных переменных (1.1)

$$0 = \oint_{\Gamma} \omega_n d\sigma = \int_{\Gamma_1} \omega_n d\sigma + \int_{\Gamma_2} \omega_n d\sigma = \oint_{\Gamma} W_{1n} d\sigma + \oint_{\Gamma} W_{2n} d\sigma$$

Отсюда имеем

$$\operatorname{div}(W_1 + W_2) = 0 \quad (1.3)$$

Запишем уравнение баланса объема растворителя в области Ω

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} mc dx^3 = - \oint_{\Gamma} (c\omega - D \nabla c)_n d\sigma \quad (1.4)$$

Выразим интеграл в левой части (1.4) через осредненные величины (1.2)

$$\int_{\Omega} mc dx^3 = \int_{\Omega_1} mc dx^3 + \int_{\Omega_2} mc dx^3 = \int_{\Omega} (\alpha_1 m_1 c_1 + \alpha_2 m_2 c_2) dx^3 \quad (1.5)$$

Предполагаем, что интеграл от конвективного потока преобразуется к виду

$$\int_{\Gamma} c\omega_n d\sigma = \int_{\Gamma} (c_1W_1 + c_2W_2)_n d\sigma = \int_{\Omega} \operatorname{div}(c_1W_1 + c_2W_2) dx^3 \quad (1.6)$$

Поскольку величина коэффициента конвективной диффузии $D(|\omega|)$ возрастает с ростом модуля скорости, при осреднении диффузионного потока пренебрегаем диффузией в низкопроницаемых блоках по сравнению с диффузией в трещинах

$$\oint_{\Gamma} D\nabla c_n d\sigma = \int_{\Gamma_1} D\nabla c_n d\sigma + \int_{\Gamma_2} D\nabla c_n d\sigma = \int_{\Gamma} D_1\nabla c_{1n} d\sigma \quad (1.7)$$

Подставляя в уравнение (1.4) соотношения (1.5), (1.6), (1.7) и устремляя к нулю диаметр области Ω , получим

$$\frac{\partial(\alpha_1 m_1 c_1 + \alpha_2 m_2 c_2)}{\partial t} + \operatorname{div}(c_1W_1 + c_2W_2) = \operatorname{div}(D_1\nabla c_1) \quad (1.8)$$

Запишем уравнение баланса объема растворителя в системе блоков

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_2} mc dx^3 = - \int_{\Gamma_2} c\omega_n d\sigma - \int_{\Gamma_2} D\nabla c_n d\sigma - \int_{\Gamma_0} c\omega_n d\sigma - \int_{\Gamma_0} D(\nabla c)_n d\sigma \quad (1.9)$$

Первые два интеграла в правой части (1.9) переписываются через осредненные величины (1.1) и (1.2)

$$\int_{\Gamma_2} c\omega_n d\sigma + \int_{\Gamma_2} D\nabla c_n d\sigma = \oint_{\Gamma} c_2W_{2n} d\sigma + \oint_{\Gamma} D_2\nabla c_{2n} d\sigma \quad (1.10)$$

В дальнейшем вторым интегралом в (1.10) пренебрегаем ввиду малости скорости фильтрации в блоках.

При определении третьего интеграла в (1.9) воспользуемся следующими наводящими соображениями. Если Ω_k — единичный блок, то интеграл от конвективного потока растворителя через его поверхность $\Gamma_k = \partial\Omega_k$ равен

$$\begin{aligned} \oint_{\Gamma_k} c\omega_n d\sigma &= \int_{\Omega_k} \operatorname{div} c\omega dx^3 = \int_{\Omega_k} c \operatorname{div} \omega dx^3 + \int_{\Omega_k} \langle \omega, \nabla c \rangle dx^3 = \\ &= \int_{\Omega} \langle \omega, \nabla c \rangle dx^3 \cong |\omega| |\nabla c| |\Omega_k| \end{aligned}$$

В рассматриваемой задаче выражаем характерные значения локальных величин через осредненные следующим образом: $|\nabla c| = (c_1 - c_2)/l$, $|\omega| = |W_2|$. Поэтому при осреднении конвективного потока растворителя через границу Γ_0 имеем

$$\int_{\Gamma_0} c\omega_n d\sigma \cong \frac{c_1 - c_2}{l_w} |W_2| |\Omega| \quad (1.11)$$

Формулу (1.11) можно интерпретировать следующим образом: конвективный поток растворителя через блоки равен разности потоков, втекающих из трещин с концентрацией c_1 и вытекающих из блоков с концентрацией c_2 . Входящий в (1.11) эффективный параметр длины l_w , имеющий порядок размера блока l , обусловлен массообменом между блоками и трещинами за счет фильтрации через блоки, $l_w/|W_2|$ — характерное время выравнивания концентраций c_1 и c_2 . Величина этого времени, определяющая отношение l_w/l , может быть оценена либо в результате решения «внутренней» задачи бездиффузионного обтекания единичного блока, либо на основе обработки данных экспериментов по вытеснению.

Интеграл от диффузионного потока через границу Γ_0 усредняется аналогично [1]

$$\int_{\Gamma_0} D \nabla c_n d\sigma \cong \frac{D_0}{l_D^2} (c_1 - c_2) |\Omega| \quad (1.12)$$

Здесь D_0 — среднее значение коэффициента диффузии, $D_2 < D_0 < D_1$ (D_1 , D_2 — коэффициенты конвективной диффузии в трещинах и блоках). Эффективный линейный размер l_D , имеющий порядок размера блока l , обусловлен массообменом между блоками и трещинами за счет диффузии, l_D^2/D_0 — характерное время распространения диффузионной волны в единичном блоке.

Подставляя в уравнение (1.9) соотношения (1.10), (1.11) и (1.12) с учетом (1.2) и устремляя к нулю диаметр области Ω , имеем

$$\frac{\partial (\alpha_2 m_2 c_2)}{\partial t} + \text{div } c_2 W_2 = \frac{W_2 (c_1 - c_2)}{l_w} + \frac{D_0 (c_1 - c_2)}{l_D^2} \quad (1.13)$$

2. Уравнения движения. Предположим, что флюид в блоках и в трещинах движется под действием общего градиента давления. Основанием для такого предположения служат оценки характерных времен распространения в блоке диффузионной волны l_D^2/D и упругой l^2/κ , $l_D^2/D \gg l^2/\kappa$.

Для фильтрации однородной жидкости в трещиновато-пористой среде справедлив закон Дарси в виде [11]

$$W_i = -K_i \nabla p / \mu, \quad K_i = k_i F_i (k_2/k_1), \quad i=1, 2 \quad (2.1)$$

Здесь тензоры проницаемостей систем трещин K_1 и блоков K_2 при заданной геометрии трещиновато-пористой системы зависят от проницаемостей пористого вещества трещин k_1 и блоков k_2 . В [12] такие формулы приведены для чисто трещиноватой системы, в [11] — для периодических неизвестных W_i , c_i , p , $i=1, 2$.

Предположим, что для фильтрации однородной бинарной смеси указанные зависимости сохраняют прежний вид для подвижностей флюида $k_i/\mu(c_i)$. Из соображений теории размерности имеем

$$W_i = - \frac{k_i}{\mu(c_i)} F_i \left(\frac{k_2}{k_1} \frac{\mu(c_1)}{\mu(c_2)} \right) \nabla p \quad (2.2)$$

Система уравнений (1.3), (1.8), (1.13) и (2.2) замкнута относительно неизвестных W_i , c_i , p , $i=1, 2$.

Введем долю потока через трещины W_1 в общем потоке W

$$W = W_1 + W_2; \quad W_1 = F W, \quad W_2 = (1-F) W \quad (2.3)$$

Из (2.2), (2.3) получаем выражения для тензора распределения потоков F и суммарной скорости фильтрации W

$$F = F_1 (F_1 + F_2)^{-1}, \quad W = -k_1 (F_1 + F_2) \nabla p / \mu(c_1) \quad (2.4)$$

Для заданных значений k_i , $i=1, 2$, тензор F зависит только от концентраций c_i .

Система уравнений смешивающегося вытеснения из трещиновато-пористой среды с учетом (1.3), (2.3) принимает вид

$$\begin{aligned} \text{div } W &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 m_1 c_1 + \alpha_2 m_2 c_2) + W \nabla [c_1 F + c_2 (1-F)] &= \text{div} (D_1 \nabla c_1) \\ \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_2 m_2 c_2) + W \nabla [c_2 (1-F)] &= \left[\frac{|(1-F) W|}{l_w} + \frac{D_0}{l_D^2} \right] (c_1 - c_2) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Система четырех уравнений, состоящая из трех уравнений (2.5) и второго уравнения (2.4), замкнута относительно неизвестных W , p , c_1 , c_2 .

3. Одномерное вытеснение. Рассмотрим одномерное плоскопараллельное вытеснение из изотропной трещиновато-пористой среды. Тогда в уравнениях (2.2)–(2.4) все тензорные равенства переходят в скалярные.

Из первого уравнения (2.5) имеем $W=W(t)$.

В безразмерных переменных длины X и времени τ второе и третье уравнения (2.5) принимают вид

$$\begin{aligned} \beta \frac{\partial c_1}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} c_1 F(c_1, c_2) &= -L \left(\frac{1-F}{l_w} + \frac{D_0}{l_D^2 W} \right) (c_1 - c_2) + \frac{D_1}{LW} \frac{\partial^2 c_1}{\partial X^2} \\ (1-\beta) \frac{\partial c_2}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} c_2 (1-F) &= L \left(\frac{1-F}{l_w} + \frac{D_0}{l_D^2 W} \right) (c_1 - c_2) \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\beta = \left(1 + \frac{\alpha_2 m_2}{\alpha_1 m_1} \right)^{-1}, \quad X = \frac{\xi}{L}, \quad \tau = \frac{1}{(\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2) L} \int_0^t W(t') dt'$$

В крупномасштабном приближении при больших L имеем $D_1/LW \ll 1$. В этом случае диффузионным членом в правой части первого уравнения (3.1) пренебрегаем.

Если вязкость смеси не зависит от концентрации примеси (динамически нейтральная примесь), тогда $F = \text{const}$ и уравнения (3.1) принимают вид

$$\begin{aligned} \beta \frac{\partial c_1}{\partial \tau} + F \frac{\partial c_1}{\partial X} &= -\alpha (c_1 - c_2), \quad (1-\beta) \frac{\partial c_2}{\partial \tau} + (1-F) \frac{\partial c_2}{\partial X} = \alpha (c_1 - c_2) \\ \alpha &= L(1-F)/l_w + LD_0/l_D^2 W \end{aligned} \quad (3.2)$$

Коэффициент α характеризует интенсивность перетока растворителя из блоков в трещины. Задаче вытеснения нефти растворителем отвечают следующие начальные и граничные условия:

$$\tau=0: \quad c_1=c_2=0, \quad X=0: \quad c_1=c_2=1 \quad (3.3)$$

Решим задачу вытеснения (3.2), (3.3). Сделаем замену переменных

$$x = \frac{-\alpha(1-F)\tau + \alpha(1-\beta)X}{F-\beta}; \quad y = \frac{\alpha F\tau - \alpha\beta X}{F-\beta} \quad (3.4)$$

Исключая из полученной системы неизвестное $c_2(x, y)$ [13], получим гиперболическое уравнение второго порядка

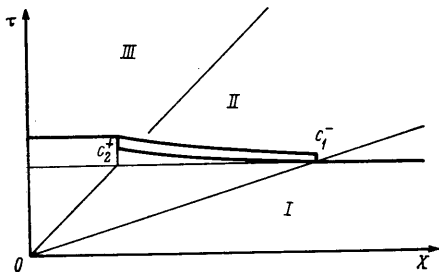
$$\frac{\partial^2 c_1}{\partial x \partial y} + \frac{\partial c_1}{\partial y} + \frac{\partial c_1}{\partial x} = 0 \quad (3.5)$$

Характеристиками этого уравнения являются линии $x = \text{const}$, $y = \text{const}$. Функция $c_2(x, y)$ также будет решением уравнения (3.5). Вдоль оси $y = 0$ функция $c_1(x, y)$ претерпевает разрыв, а $c_2(x, y)$ непрерывна. Вдоль прямой $x = 0$ функция $c_1(x, y)$ непрерывна, а $c_2(x, y)$ претерпевает разрыв. Найдем условия на разрывах $c_1(x, 0)$ и $c_2(0, y)$. Значение концентрации c_1 на прямой $y = 0$ находится из решения следующей задачи:

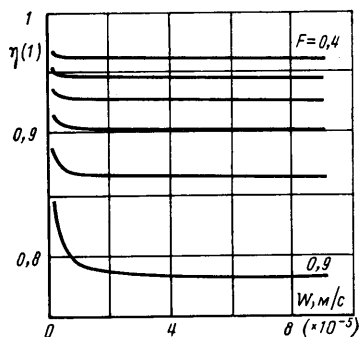
$$\frac{\partial c_1}{\partial x} = -(c_1 - c_2); \quad c_2(x, 0) = 0; \quad c_1(0, 0) = 1 \quad (3.6)$$

Первое уравнение (3.6) получается после подстановки в первое уравнение (3.2) новых переменных (3.4). Решение имеет вид

$$c_1(x, 0) = \exp(-x) \quad (3.7)$$



Фиг. 2



Фиг. 3

Значение концентрации c_2 на прямой $x=0$ находится аналогично

$$c_2(0, y) = 1 - \exp(-y) \quad (3.8)$$

На фиг. 2 приведена структура зоны вытеснения. Разрывы в граничных условиях (3.3) распространяются вдоль характеристик со скоростями F/β (по трещинам) и $(1-F)/(1-\beta)$ (по блокам). В невозмущенной зоне I имеем $c_1(X, \tau) = c_2(X, \tau) \equiv 0$. В зоне полного вытеснения III $c_1(X, \tau) = c_2(X, \tau) \equiv 1$. На фронте вытеснения $X_1 = F\tau/\beta$ имеем $c_2(X_1, \tau) = 0$. Здесь происходит скачок концентрации c_1 со значения $c_1^-(X_1(\tau))$ до $c_1^+(X_1(\tau)) = 1$. На фронте $X_2 = (1-F)\tau/(1-\beta)$ концентрация c_2 меняется скачком от $c_2^-(X_2) = 0$ до $c_2^+(X_2) = 1$, при этом $c_1^+(X_2) = 1$. Из (3.7), (3.8) получим

$$c_1^-(X_1(\tau)) = \exp(-\alpha\tau/\beta); \quad c_2^+(X_2(\tau)) = 1 - \exp(-\alpha\tau/(1-\beta)) \quad (3.9)$$

При изменении τ от нуля до бесконечности величина $c_2^+(X_2)$ возрастает от нуля до единицы, а $c_1^-(X_1)$ убывает от единицы до нуля. Уравнение (3.5) на функцию $c_1(x, y)$ с краевыми условиями (3.7) и $c_1(0, y) = 1$ и на функцию $c_2(x, y)$ с краевыми условиями (3.8) и второе уравнение (3.6) решаются методом функции Римана [13]. Решения этих задач имеют вид

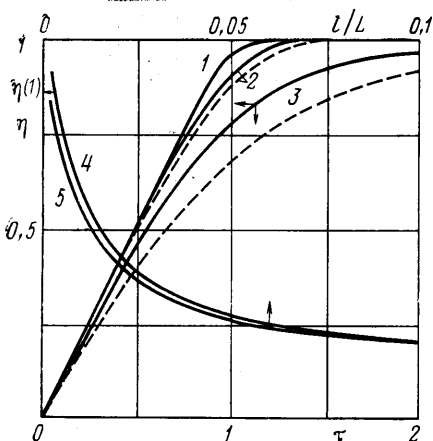
$$c_1(x, y) = e^{-x-y} I_0(2\sqrt{xy}) + e^{-x} \frac{1}{x} \int_0^{xy} e^{-s/x} I_0(2\sqrt{s}) ds$$

$$c_2(x, y) = e^{-x} \frac{1}{x} \int_0^{xy} e^{-s/x} I_0(2\sqrt{s}) ds \quad (3.10)$$

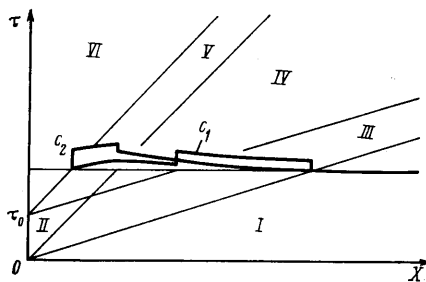
Переходя к переменным (X, τ) (3.4), получим окончательный вид решения. Формулы (3.10) описывают распределение концентрации c_1 и c_2 в зоне смеси II (фиг. 2).

В рамках развитых теоретических представлений была проведена интерпретация результатов экспериментов по вытеснению нефти растворителями из трещиновато-пористой среды, проведенных Ш. К. Гиматудиновым и Г. Шнайдером в МИНХ и ГП им. И. М. Губкина в 1971 г.¹ Идентификация кривых нефтеотдачи с точными решениями, полученными в рамках модели (3.2), позволила оценить входящие в модель феноменологические константы — «диффузионный» l_D и «конвективный» l_w размеры блоков: $l_w/l_D \approx (1,2-15,0)$, $l_D/l_w \approx (0,2-1,4)$. При этом наблюдается устойчивая закономерность: $l_D/l_w \approx 10^{-1}$. Значения длин l_w и l_D при больших скоростях вытеснения близки к минимальным значениям в указанных диапазонах, при малых скоростях вытеснения — к максимальным.

¹ Шнайдер Г. Исследование процесса вытеснения нефти растворителем (спиртом) в условиях трещиновато-пористого коллектора: Дис. ... канд. техн. наук. М.: Ин-т нефтехим. и газ. пром-сти им. И. М. Губкина, 1971. 116 с.



Фиг. 4



Фиг. 5

Был проведен расчет процесса вытеснения несжимаемой жидкости раствором нейтральной примеси из трещиновато-пористого пласта. Исходные данные [14]: длина блока $l=1$ м, раскрытость трещин $\Delta=10^{-3}$ м, пористости пространства трещин $m_1=0,4$, блоков $m_2=0,05$, коэффициент диффузии $D_0=10^{-8}$ м²/с, длина пласта $L=500$ м. Эффективные величины $l_w/l=10$, $l_D/l=1$. Проницаемости трещин и блоков варьировались около значений $k_1=10^{-11}$ м², $k_2=10^{-15}$ м². Функция распределения потоков вычислялась по формуле, полученной в [11] для периодической резко неоднородной пористой среды, $F=(1+k_2l/2k_1\Delta)^{-1}$.

На фиг. 3 приведены зависимости нефтеотдачи после прокачки одного порового объема $\eta(1)$ от скорости вытеснения W при фиксированных значениях функции распределения потоков F . Диапазон изменения скоростей вытеснения $W=10^{-6}-10^{-4}$ м/с. С увеличением скорости вытеснения нефтеотдача падает. Объясняется это уменьшением времени вытеснения из отдельного единичного блока. Наиболее резкое уменьшение нефтеотдачи происходит при увеличении скорости W от 10^{-6} до 10^{-5} м/с. Затем уменьшение нефтеотдачи происходит незначительно. При стремлении скорости вытеснения к нулю, как следует из (3.2), $\alpha \rightarrow \infty$ и нефтеотдача $\eta(1) \rightarrow 1$. Из фиг. 3 видно, что наиболее полное вытеснение происходит из трещиновато-пористых сред с минимальным отношением проницаемости трещин k_1 к проницаемости блоков k_2 . При малых значениях доли потока через трещины F велик фильтрационный поток через блоки и как следствие — массообмен между системами блоков и трещин. Таким образом, «проветривание» блоков, определяющее нефтеотдачу при смешивающемся вытеснении, эффективно при малых скоростях вытеснения и при больших значениях доли потока через блоки $1-F$.

На фиг. 4 приведена динамика нефтеотдачи при различных значениях скоростей вытеснения и функций распределения потоков. Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям $F=0,3; 0,6; 0,9$, сплошные кривые отвечают скорости вытеснения $W=10^{-6}$ м/с, пунктирные — $W=10^{-4}$ м/с. При малых значениях скорости фильтрации через трещины нефтеотдача трещиновато-пористого пласта близка к нефтеотдаче однородного. Вытеснение почти поршневое, кривая нефтеотдачи почти не меняется при варьировании скорости в широком диапазоне. Этот эффект незначительно ослабляется при увеличении F от 0,3 до 0,6. При $F=0,9$ текущая нефтеотдача уменьшается, период разработки увеличивается. При дальнейшем увеличении скорости W показатели вытеснения резко ухудшаются.

Наиболее существенно влияет на нефтеотдачу размер блока l . На фиг. 4 приведены зависимости нефтеотдачи после прокачки одного порового объема $\eta(1)$ от безразмерной длины блока l/L для $F=0,9$ при двух

скоростях вытеснения $W=10^{-6}$ м/с (кривая 4) и $W=10^{-4}$ м/с (кривая 5). При уменьшении размера блока, т. е. при увеличении дисперсности системы, нефтеотдача возрастает. При $l/L \rightarrow 0$ трещиновато-пористая среда «стремится» к однородной и $\eta(1) \rightarrow 1$.

Аналогично решается задача о прокачке оторочки (конечной порции) нейтральной примеси через трещиновато-пористый пласт. Соответствующие краевые условия имеют вид

$$\tau=0: c_1=c_2=0 \quad (3.11)$$

$$X=0: c_1=c_2=1, \quad 0 < \tau < \tau_0; \quad c_1=c_2=0, \quad \tau > \tau_0$$

Решение задачи (3.11) равно разности решений двух задач: (3.3) и задачи с начальными условиями (3.3) и следующими граничными условиями:

$$X=0: c_1=c_2=0, \quad 0 < \tau < \tau_0; \quad c_1=c_2=1, \quad \tau > \tau_0 \quad (3.12)$$

Заметим, что если $c(X, \tau)$ — решение задачи (3.3), то решение задачи (3.12) равно $c(X, \tau - \tau_0)$. Таким образом, решение задачи о прокачке оторочки меченой примеси через трещиновато-пористый пласт равно $c(X, \tau) - c(X, \tau - \tau_0)$, где $c(X, \tau)$ задается формулами (3.9), (3.10) и (3.4). На фиг. 5 приведена структура зоны вытеснения. Разрывы концентраций распространяются вдоль фронтов, движущихся со скоростями F/β и $(1-F)/(1-\beta)$. В невозмущенной зоне I $c_*(X, \tau) \equiv 0$. В зоне VI за тылом оторочки также $c_*(X, \tau) \equiv 0$. В зоне II, примыкающей к входному сечению пласта, $c_*(X, \tau) \equiv 1$. В зоне III, следующей за фронтом вытеснения, $c_*(X, \tau) = c(X, \tau)$, т. е. совпадает со случаем непрерывной закачки меченой примеси. В зоне V, распространяющейся перед тылом оторочки, $c_*(X, \tau) = 1 - c(X, \tau - \tau_0)$.

4. Определение эффективных параметров пласта. Аналитическое решение задачи однофазного двухкомпонентного изовязкозного вытеснения из трещиновато-пористого пласта позволяет вычислять численные значения эффективных фильтрационных параметров системы блоков и трещин, используя данные о прокачке меченой жидкости через пласт. Исходные данные для решения обратной задачи: длина пласта L , скорость закачки меченой жидкости в пласт $W(t)$, перепад давления на пласт Δp , в выходном сечении пласта измеряется концентрация вытесняющего компонента в суммарном потоке $c = c_1 F + c_2(1-F)$. Поровый объем пласта определяется по формуле

$$M = L(\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2) = \int_0^{\infty} (1 - c(L, t)) W(t) dt \quad (4.1)$$

Осуществим пересчет реального времени t в безразмерное время τ (удельный поровый объем), которое участвует в уравнениях (3.1). Эффективные параметры α , β и F , входящие в решение (3.10) задачи изовязкозного вытеснения (3.2), (3.3), определяются из решения системы трех нелинейных алгебраических уравнений

$$c(1, \tau_i) = F c_1(\alpha, \beta, F, \tau_i) + (1-F) c_2(\alpha, \beta, F, \tau_i), \quad i=1, 2, 3 \quad (4.2)$$

Здесь $c(1, \tau_i) = c(L, t_i)$ — измеренные значения концентрации в выходном сечении пласта в три различных момента времени τ_i .

Обозначим $\alpha = \pi_1$, $\beta = \pi_2$, $F = \pi_3$. Система алгебраических уравнений (4.1) относительно α , β , F разрешима, если

$$|J| = \det J \neq 0, \quad J_{ij} = \frac{\partial c(1, \tau_i)}{\partial \pi_j}, \quad i, j=1, 2, 3$$

Точность нахождения параметров π_j , $j=1, 2, 3$, определяется точностью измерения концентрации Δc в выходном сечении

$$\Delta \pi = J^{-1} \Delta c, \quad \Delta \pi = (\Delta \pi_1, \Delta \pi_2, \Delta \pi_3), \quad \Delta c = \Delta c(1, 1, 1)$$

Необходимая точность определения неизвестных $\Delta \pi_j$ и возможная точность измерения концентрации должны удовлетворять неравенству $\Delta \pi > J^{-1} \Delta c$. Эта запись

означает построчное выполнение неравенств. Неравенства могут быть выполнены как за счет увеличения величины $|J|$, так и за счет увеличения точности измерения концентрации Δc . Первое условие достигается правильным выбором моментов измерения τ_i . Таким образом, из (4.1) определяем $(\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2)$, из (4.2) — α , β , F . Отсюда находим емкости систем блоков и трещин

$$\alpha_1 m_1 = \beta(\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2), \quad \alpha_2 m_2 = (1 - \beta)(\alpha_1 m_1 + \alpha_2 m_2)$$

Для определения каждого из двух слагаемых $L(1-F)/l_w$ и $LD_0/l_0^2 W$, входящих в выражение для α (3.2), необходимо прокачать нейтральную примесь через пласт при двух различных скоростях фильтрации W_I и W_{II} . Тогда значения l_w и D_0/l_D^2 определяются из системы линейных уравнений:

$$\alpha_k = \frac{L(1-F)}{l_w} + \frac{D_0 L}{W_k l_D^2}, \quad k = I, II$$

5. Вертикальное вытеснение. Рассмотрим процесс вертикального смешивающегося вытеснения бинарных смесей из трещиновато-пористой среды. Для изотропной среды закон движения по вертикали записывается аналогично (2.1)

$$W_i = - \frac{k_i}{\mu(c_i)} f_i \left[\frac{\partial p}{\partial z} - \rho(c_i) g \right], \quad i = 1, 2 \quad (5.1)$$

Здесь z — вертикальная координата, g — ускорение свободного падения. Плотность смеси, подчиняющаяся закону аддитивности парциальных объемов, имеет вид $\rho(c) = \rho_1 c + \rho_2 (1 - c)$, ρ_i — индивидуальная плотность компонентов. Уравнения неразрывности (1.3), (1.8) и (1.13) остаются без изменения. Из (1.3) следует сохранение объемного потока для одномерных движений $W = W(t)$. Из (5.1) имеем

$$W(t) = - \frac{k_1}{\mu(c_1)} (f_1 + f_2) \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{k_1 g}{\mu(c_1)} [f_1 \rho(c_1) + f_2 \rho(c_2)] \quad (5.2)$$

Выражая из (5.2) градиент давления и подставляя его в (5.1), получим выражения для скоростей фильтрации в трещинах и блоках

$$\begin{aligned} W_1 &= FW + k_1 g (\rho_2 - \rho_1) \varphi(c_2 - c_1) / \mu(c_1) \\ W_2 &= (1 - F)W - k_1 g (\rho_2 - \rho_1) \varphi(c_2 - c_1) / \mu(c_1) \\ F(c_1, c_2) &= (1 + f_2 / f_1)^{-1}, \quad \varphi(c_1, c_2) = f_2 F \end{aligned} \quad (5.3)$$

Как и в случае двухфазной фильтрации в однородной пористой среде, при вертикальном смешивающемся вытеснении из трещиновато-пористой среды к функции распределения потоков F добавляется функция гравитационной сегрегации φ . Подставим выражения для скоростей фильтрации (5.3) в уравнения неразрывности (1.8) и (1.13). Переходя к безразмерной линейной координате Z , обезразмеренной по толщине пласта H , и к времени τ , выраженному в объемах закачанного растворителя, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} (\beta c_1 + (1 - \beta) c_2) + \frac{\partial}{\partial Z} \left[c_1 F + c_2 (1 - F) - \gamma \frac{W(0)}{W(t)} \frac{\varphi}{\mu_1} (c_2 - c_1)^2 \right] &= \varepsilon \frac{\partial^2 c_1}{\partial Z^2} \\ \frac{\partial}{\partial \tau} ((1 - \beta) c_2) + \frac{\partial}{\partial Z} \left[c_2 (1 - F) - \gamma \frac{W(0)}{W(t)} \frac{\varphi}{\mu_1} c_2 (c_2 - c_1) \right] &= \\ = (c_1 - c_2) \left[(1 - F) \frac{H}{l_w} - \gamma \frac{W(0) H}{W(t) l_w} \frac{\varphi}{\mu_1} (c_2 - c_1) + \frac{D_0 H}{W l_D^2} \right] \\ \gamma = k_1 g (\rho_2 - \rho_1) / \mu(0) W(0), \quad \varepsilon = D_0 / HW, \quad \mu_1 = \mu(c_1) / \mu(0) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Безразмерный параметр γ , входящий в систему уравнений (5.4), равен отношению гидростатического перепада давления к гидродинамическому. Система уравнений (5.4) описывает процесс вертикального вытеснения

нефти растворителем из трещиновато-пористого пласта. По сравнению с моделью [6] в ней учтена фильтрация в системе блоков и гидродинамическое взаимодействие систем трещин и блоков при фильтрации через них несжимаемой жидкости (эффект взаимного «подавления») [15]). В крупномасштабном приближении в залежах большой толщины при $\epsilon \ll 1$ можно пренебречь диффузионным членом в правой части первого уравнения (5.4). Задаче вертикального вытеснения нефти растворителем отвечают начальные и граничные условия (3.3).

Была проведена серия расчетов вертикального вытеснения смешивающихся жидкостей из трещиновато-пористого пласта большой толщины. Исходные данные: $H=500$ м, $\Delta\rho=200$ кг/м³, $\mu(0)/\mu(1)=2$, $l=10$ м, $l_D=20$ м, $l_w=200$ м, $k_1=10^{-12}$ м², $m_1=0.5$, $m_2=0.1$, $k_2=10^{-15}$ м². При изменении скорости вытеснения W от 10^{-4} м/с до 10^{-7} м/с коэффициент конвективной диффузии варьировался в пределах от 10^{-7} м²/с до 10^{-9} м²/с. Ввиду термогравитационной стратификации бинарной смеси в залежи большой толщины начальная концентрация уменьшается на 0.4% на каждые 100 м высоты.

По сравнению с горизонтальным вытеснением при вертикальном вытеснении со скоростью 10^{-4} м/с нефтеотдача после прокачки одного порового объема $\eta(1)$ увеличивается на 13%. Это объясняется стабилизирующим действием гравитационных сил на динамику фронта вытеснения в микронеоднородной среде. На легкий газ (растворитель), прорывающийся по системе трещин, действует выталкивающая сила со стороны пластовой нефти, насыщающей блоки. Это приводит к уменьшению скорости движения растворителя по системе трещин и увеличению скорости вытеснения из блоков. В силу этого уменьшается длина зоны смеси и увеличивается нефтеотдача.

Эффект дополнительного вытеснения за счет действия гравитационных сил усиливается при уменьшении скорости вытеснения, поскольку параметр γ обратно пропорционален величине W . В рассмотренном примере нефтеотдача $\eta(1)$ увеличивается от 0.86 при $W=10^{-4}$ м/с до 0.92 при $W=10^{-7}$ м/с.

Процесс гравитационной сегрегации однофазной двухкомпонентной смеси в трещиновато-пористой среде описывается системой уравнений (5.4) при $W=0$. Неравномерное распределение концентраций компонентов между блоками и трещинами явилось следствием горизонтального вытеснения нефти растворителем при большой скорости закачки

$$\tau=0, \quad 0 < Z < 1: \quad c_1=c_{10}, \quad c_2=c_{20}$$

Условие равенства нулю скоростей W_1 и W_2 на кровле и подошве пласта при $Z=0$ и при $Z=1$ записывается в виде $c_1=c_2$. Тогда, как и при гравитационной сегрегации несмешивающихся жидкостей [16], для гиперболических квазилинейных уравнений ставится двухточечная краевая задача. Сформулированная краевая задача описывает процесс гравитационного разделения однофазной двухкомпонентной смеси в трещиновато-пористом пласте ограниченной мощности.

6. Упрощенные модели. Уравнения (5.4) отличаются от (3.1) членами, в которые входит безразмерный параметр γ . В случае, когда плотности вытесняющего и вытесняемого агента различаются незначительно, либо при больших скоростях вытеснения имеем $\gamma \ll 1$, тогда гравитационными эффектами при вытеснении можно пренебречь и уравнения (5.4) переходят в систему (3.1).

Введем следующие безразмерные величины:

$$F^\circ = F(0, 0), \quad F_* = F(c_1, c_2)/F^\circ, \quad 0 < F^\circ < 1$$

Здесь F° — характерное значение функции $F(c_1, c_2)$.

Проведем анализ системы уравнений (3.2). При $\beta \ll 1$ пренебрегаем членом $\beta \partial c_1 / \partial \tau$ — величиной объемного содержания растворителя в тре-

щинах — по сравнению с его конвективным переносом. Если $1-F^{\circ} \ll 1$, то членом $(1-F)\partial c_2/\partial X$ — конвективного переноса растворителя по системе блоков — пренебрегаем по сравнению с величиной объемного содержания его в блоках. Перепишем член массообмена в виде

$$\alpha = \frac{L}{l_w} (1-F^{\circ}) \left(1+F^{\circ} \frac{1-F^*}{1-F^{\circ}} \right) + \frac{LD_0}{l_D^2 W}$$

Если при $1-F^{\circ} \ll 1$ имеет место более сильное неравенство $L(1-F^{\circ})/l \ll 1$, то первым слагаемым в выражении для α можно пренебречь. При больших скоростях пренебрегаем вторым слагаемым в выражении для α .

Авторы благодарны К. С. Басниеву, А. К. Курбанову, В. И. Марону и М. И. Швидлеру за полезные обсуждения и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ. 1980. Т. 24. Вып. 5. С. 852–864.
2. Волков И. А. Решение краевых задач тепло- и массопереноса на модели трещиновато-пористой среды // Теоретические и экспериментальные исследования механизмов миграции углеводородов. Л.: ВНИГРИ, 1980. С. 104–117.
3. Боксерман А. А., Данилов В. Л., Желтов Ю. П., Кочешков А. А. К теории фильтрации несмешивающихся жидкостей в трещиновато-пористых породах // Теория и практика добычи нефти. М.: Недра, 1966. С. 12–30.
4. Рыжик В. М. О капиллярной пропитке водой нефтенасыщенного гидрофильного пласта // Изв. АН СССР. Мех. и маш. 1960. № 2. С. 149–151.
5. Кутляров В. С. Конвективная диффузия в трещиновато-пористых средах // ПМТФ. 1967. № 1. С. 84–89.
6. Кац Р. М., Курбанов А. К., Юсупова З. С. О фильтрации двух смешивающихся жидкостей в трещиновато-пористой среде в поле сил тяжести // Изв. АН СССР. МЖГ. 1973. № 2. С. 166–168.
7. Баренблатт Г. И. О движении газожидкостных смесей в трещиновато-пористых породах // Изв. АН СССР. Мех. и маш. 1964. № 3. С. 47–50.
8. Голф-Рахт Т. Д. Основы нефтепромысловой геологии и разработки трещиноватых коллекторов. М.: Недра, 1986. 607 с.
9. Warren J. E., Root P. J. The behavior of naturally fractured reservoirs // Soc. Petrol. Eng. Journal. 1963. № 3. P. 245–255.
10. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.
11. Басниев К. С., Бедриковецкий П. Г., Дединец Е. Н. Определение эффективной проницаемости трещиновато-пористой среды // Инж.-физ. журн. 1988. Т. 55. № 6. С. 940–948.
12. Ромм Е. С. Структурные модели порового пространства горных пород. Л.: Недра, 1985. 200 с.
13. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 735 с.
14. Багринцева К. И. Трещиноватость осадочных пород. М.: Недра, 1982. 241 с.
15. Швидлер М. И. Об условии осреднении неустановившихся фильтрационных полей в случайных композитных пористых средах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 5. С. 69–74.
16. Бедриковецкий П. Г., Марон В. И. Гравитационное разделение нефти и воды в пластах ограниченной мощности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 2. С. 88–97.

Москва

Поступила в редакцию
26.XII.1988