

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КОНВЕКЦИИ В ПЛОСКОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ СЛОЕ ЖИДКОСТИ

В последнее время все большее внимание исследователей привлекают конвективные движения вращающейся жидкости. Этот интерес вызван разнообразием режимов движений в системе, а также возможностью простого лабораторного моделирования. Однако ясного понимания начального момента исследования — условий возникновения конвекции — в настоящее время еще нет. Первые исследования критических кривых для условий постоянной температуры на границах слоя теоретически были проведены в [1, 2], где было получено, что при числах Прандтля, превышающих некоторое критическое значение, критическая кривая при больших числах Тейлора выходит на асимптотику

$$Ra_k = C Ta^{3/2}; \quad Pr = \nu k^{-1}, \quad Ta = 4\Omega^2 h^4 \nu^{-2}, \quad Ra = \alpha g \Delta T h^3 (k\nu)^{-1}$$

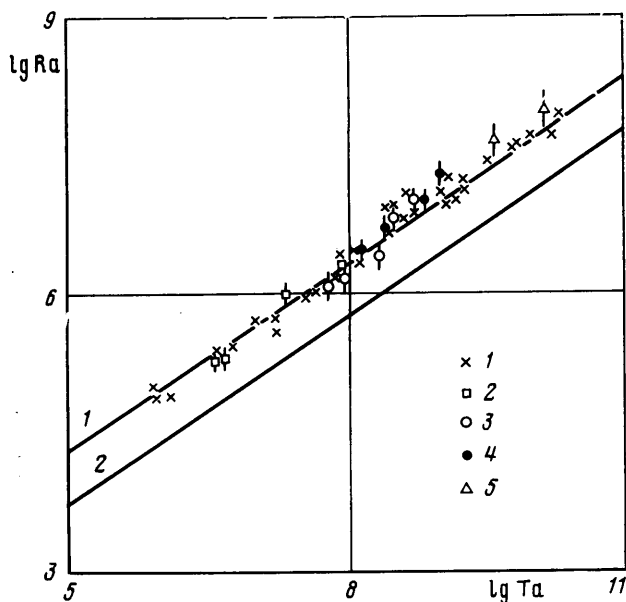
Здесь  $Pr$ ,  $Ta$ ,  $Ra$  — числа Прандтля, Тейлора и Рэлея,  $\alpha$ ,  $\nu$  и  $k$  — коэффициенты термического расширения, вязкости и температуропроводности жидкости,  $h$  — толщина слоя,  $\Delta T$  — разность температуры на границе слоя,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\Omega$  — угловая скорость вращения системы. Последующие теоретические исследования показали, что такая асимптотика сохраняется и при других граничных условиях, только изменяется значение  $C$ , причем в зависимости от вида граничных условий  $C$  может изменяться в 3,6 раза [3]. Из известных авторам экспериментальных работ [2, 4] следует, что при постоянном потоке тепла на границах слоя и верхней свободной поверхности наблюдалось хорошее соответствие с теорией для постоянной разницы температуры на границах слоя [2], а эксперименты с твердыми границами и постоянной температурой на них [4] дают значительное расхождение с теорией. Цель настоящего экспериментального исследования — проверка критических кривых возникновения конвекции при больших числах Тейлора и попытка объяснения расхождений между теорией и экспериментом.

1. Эксперименты проводились на установке, отличающейся от подробно описанной в [5] лишь небольшими модификациями. На дне цилиндра диаметром 17 см устанавливался электрический нагреватель, постоянный поток тепла  $f$  от которого через металлическое дно толщиной 5 мм поступал в жидкость (во всех экспериментах — дистиллированная вода) и уходил из нее через свободную поверхность за счет испарения. Вся система сверху была закрыта отстоящей на 5–15 см от поверхности воды крышкой, через которую циркулировала охлажденная жидкость и на которой конденсировалась испаряемая вода. Установка расположена на массивной платформе, вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\Omega$ . Внутри рабочего объема размещалась система из пяти термопар, включенных последовательно для увеличения точности. Эта система измеряет разность температур между двумя горизонтальными плоскостями в жидкости, отстоящими друг от друга на расстоянии 1 см. После длительного вращения системы включается нагрев дна и для различных потоков тепла фиксируется показание термопар, т. е. разность температур внутри жидкости.

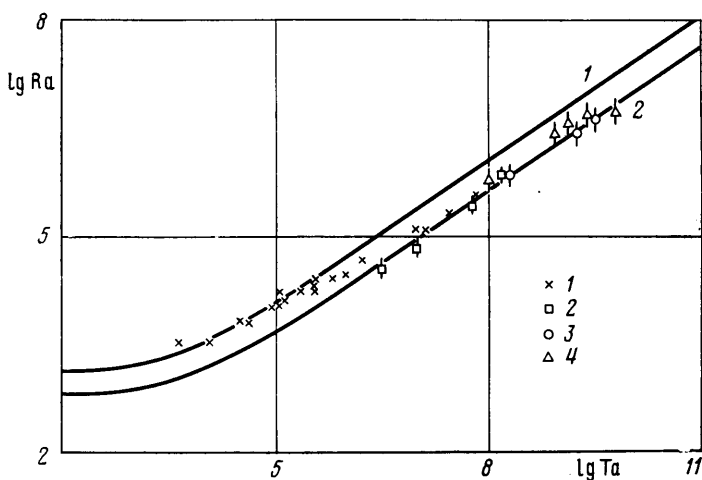
Пока конвекции нет, вертикальная разность температуры растет линейно с увеличением потока тепла, при возникновении конвекции также наблюдается линейный рост от потока тепла, но кривая имеет меньший угол наклона. Излом графика и определяет критический градиент температуры  $\Delta T_k$ , по которому считается значение критического числа Рэлея  $Ra_k$ . Подробно эта методика описана в [2] для случая со свободной поверхностью. Для твердой верхней поверхности внутри жидкости помещается тонкое промежуточное дно (1 мм оргстекла), которое не изменяет поток тепла через жидкость. Толщина слоя определяется расстоянием между промежуточным и металлическим дном.

2. Описанная установка позволила провести эксперименты для условий постоянного потока тепла на границах слоя для свободной и твердой поверхностей в диапазоне чисел  $Ta$  от  $10^6$  до  $2 \cdot 10^{10}$ . Основные результаты для свободной верхней поверхности представлены на фиг. 1 (1 — результаты из [2], 2–5 —  $h=3, 5, 7$  и  $10$  см, теоретические кривые 1 — постоянная температура на границах слоя, 2 — постоянный поток тепла). Результаты проведенных экспериментов повторяют результаты работы [2] и близко совпадают с теоретической кривой для условий постоянной температуры на границах слоя. На фиг. 2 изображены аналогичные теоретические кривые [1, 3] и экспериментальные точки для двух твердых границ (1 — результаты исследования согласно приложению к [4], любезно присланному автором Г. С. Голицыну, 2–4 —  $h=4; 8,5$  и  $12,5$  см). Настоящие результаты хорошо соответствуют теоретическим, в то время как результаты Россби не соответствуют теории для постоянной температуры на границах слоя.

Предлагается следующее объяснение полученных расхождений. При конвекции во вращающейся жидкости кроме термических пограничных слоев возникают экма-



Фиг. 1



Фиг. 2

новские погранслои, толщина которых определяется выражением  $l_e^2 = \nu \Omega^{-1}$  и которые связаны с числом Тейлора как  $Ta = 4h^4 l_e^{-4}$ . Какие термические условия устанавливаются на границах экмановского слоя, сказать нельзя, однако из фиг. 2 можно предположить, что если толщина экмановского слоя много меньше толщины жидкости, то в системе устанавливается режим с постоянным потоком тепла, а если ненамного меньше, то система сохраняет условие постоянства температуры, которое выдерживалось в [4].

Противоположная картина наблюдается на свободной поверхности. Тонкая пленка холодной жидкости, образующаяся за счет испарения, навязывает системе режим постоянной температуры на границе, а не постоянного потока тепла, и конвекция возникает при значительно больших числах  $Ra$ , чем это ожидается из теории. Естественно, приведенные рассуждения относятся только к моменту возникновения конвекции, до которого температура и поток связаны уравнением теплопроводности. Когда конвекция развита, условия на границах могут изменяться [5]. Однако недоучет термических условий при возникновении конвективных движений может привести к расхождению результатов в несколько раз [3].

Авторы благодарят Г. С. Голицына за постоянное внимание к работе и В. К. Петухова за полезные обсуждения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Oxford: Clarendon Press, 1961. 652 p.
2. Nakagawa Y., Frenzen P. A theoretical and experimental study of cellular convection in rotating fluids // *Tellus*. 1955. V. 7. № 1. P. 1–21.
3. Бубнов Б. М., Сенаторский А. О. Влияние граничных условий на конвективную устойчивость вращающегося горизонтального слоя жидкости // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1988. № 3. С. 124–129.
4. Rossby H. T. A study of Benard convection with and without rotation // *J. Fluid Mech.* 1969. V. 36. Pt2. P. 309–335.
5. Boubnov B. M., Golitsin G. S. Experimental study of convective structures in rotating fluids // *J. Fluid Mech.* 1986. V. 167. P. 503–531.

Москва

Поступила в редакцию  
29.IV.1988

УДК 532.516

ВАСИЛЬЕВ С. А.

### РАСЧЕТ ТРЕХМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ В НЕПОДВИЖНЫХ И ВРАЩАЮЩИХСЯ КАНАЛАХ С ПРОНИЦАЕМЫМИ СТЕНКАМИ

Для стационарного ламинарного течения несжимаемой вязкой жидкости во вращающемся канале квадратного поперечного сечения с заглушенным концом и двумя перпендикулярными к оси вращения проницаемыми стенками представлены результаты численного интегрирования полных уравнений Навье – Стокса. Отмечено образование зон возвратного течения.

Рассмотрим установившееся во времени течение несжимаемой вязкой жидкости в канале квадратного поперечного сечения  $2h \times 2h$ , который вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг поперечной оси. Стенки канала попарно перпендикулярны или параллельны оси вращения, а одна или несколько стенок проницаемы и через них осуществляется отсос жидкости.

Введем декартову систему координат  $x, y, z$ , жестко связанную с каналом и ориентированную так, чтобы ось  $y$  была направлена по оси вращения, ось  $z$  – параллельно ограничивающим стенкам в сторону течения; начало координат расположим в центре входного сечения. Уравнения относительного движения запишем в безразмерном виде, выбирая за масштабы размер  $h$  и среднерасходную скорость  $W_m$  на входе в канал

$$(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p_* - 2K \frac{\omega}{\omega} \times \mathbf{V} + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \mathbf{V} \quad (1)$$

$$p_* = p - \frac{\rho \omega^2 r^2}{2}, \quad \text{Re} = \frac{W_m h}{\nu}, \quad K = \frac{\omega h}{W_m}, \quad \text{div } \mathbf{V} = 0 \quad (2)$$

где  $\mathbf{V}$  – вектор скорости с компонентами  $u, v, w$ ;  $p_*$  – модифицированное давление,  $p$  – давление,  $r$  – расстояние до оси вращения;  $\text{Re}$  – число Рейнольдса,  $K$  – параметр вращения.

На всех ограничивающих непроницаемых стенках задается условие прилипания, на проницаемых – распределение скорости отсоса. Задача доопределяется условиями на входе и выходе из канала или на заглушенном торце.

Для нахождения численных решений используется схема, в основе которой лежит метод установления в сочетании с методом искусственной сжимаемости. В уравнение (1) вводится член с производной по фиктивному времени установления, а уравнение несжимаемости записывается в релаксационной форме

$$A \partial p_* / \partial t + \text{div } \mathbf{V} = 0$$

где  $A$  – итерационный параметр. Далее задача формулируется относительно приращений компонент скорости и давления на  $n$ -м временном слое и расщепляется по пространственным координатам. Пространственные производные аппроксимируются центральными разностями на сетке метода маркеров и ячеек со смещенными узлами. Вычисления реализуются последовательными прогонами вдоль координатных направлений. Аналогичная схема предложена ранее в [2]; новым элементом является учет действия кориолисовой силы.

В рассматриваемой задаче эффекты, обусловленные отсосом и вращением, приводят к большим градиентам скорости у стенок, перпендикулярных к оси  $y$ . Для