

УДК 533.6.011.72

КАЛАЙДИН Е. Н.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПРЯМЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН ПО ГАЗУ С ИНВЕРСНО-ЗАСЕЛЕННЫМИ УРОВНЯМИ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ

Исследование распространения нестационарных ударных волн в газе с избытком колебательной энергии представляет интерес в связи с возможностью преобразования запасенной колебательной энергии в кинетическую и тепловую энергию газа и, как следствие, ускорения ударных волн. Условия существования и распространения в колебательно-неравновесном газе стационарных волн, соответствующих режиму нормальной детонации, теоретически исследовались в [1]. Ниже показано, что эффекты нестационарности сильно меняют качественную картину течения при временах порядка времени релаксации, вычисленного за ударной волной при «замороженной» колебательной энергии.

Влияние обмена энергией между поступательными и колебательными степенями свободы на распространение ударных волн рассматривалось в [2–4]. В [2, 3] проводился анализ процессов, лежащих в основе уравнений, описывающих движение ударных волн в релаксирующих средах. Исследовалась структура ударных волн, обусловленная релаксацией внутренних степеней свободы, и особое внимание уделялось колебательным процессам. Кроме того, в [3] рассмотрены особенности распространения слабых ударных волн. В [4] численно исследовалась эволюция слабой ударной волны для случая стационарного поддержания неравновесности. При избытке колебательной энергии по сравнению с равновесным значением происходит усиление ударной волны. В этом случае выход на стационарный режим распространения определяется способом инициирования ударной волны. В [4] ударная волна иницировалась в начальный момент времени в покоящемся газе в результате распада разрыва давления и плотности вблизи области колебательно-неравновесного газа. Изучение особенностей распространения нелинейных гидродинамических возмущений в неравновесном газе и образование ударных волн рассматривались в [5–7].

В данной работе инициирование проводится стационарным поршнем. При этом ударная волна всегда выходит на стационарный режим. Поэтому кроме запаса колебательной энергии одним из определяющих параметров является скорость поршня. На основе результатов численного интегрирования уравнений движения газа с уравнением релаксации анализируется характер зависимости газодинамических параметров течения от степени сжатия в ударной волне при фиксированном значении запасенной колебательной энергии. При некоторых значениях определяющих параметров образуется волна сжатия между поршнем и ударной волной, эволюционирующая в ударную волну с ростом избытка колебательной энергии при фиксированной степени сжатия.

1. Прямая ударная волна, иницируемая поршнем, распространяется по однородному газу, имеющему первоначальный запас неравновесной колебательной энергии E_{∞} . Для колебательной степени свободы используется модель гармонического осциллятора [8]. Рассматривается «полузамороженный» вариант, когда предполагается, что процесс колебательной $V-T$ -релаксации начинается только за ударной волной, а источники накачки и теплоотдачи обеспечивают стационарное состояние колебательно-неравновесного газа перед фронтом волны. Такой вариант реально осуществим, если $t_s/\tau_{\infty} \ll 1$, где τ_{∞} — время релаксации, вычисленное в невозмущенном потоке, t_s — время выхода ударной волны на стационарный режим. Из расчетов, представленных в разд. 4, можно заключить, что t_s убывает с ростом запасенной колебательной энергии при постоянном значении τ_{∞} .

В области между поршнем и ударной волной решается система нестационарных одномерных уравнений газовой динамики для невязкого не теплопроводного газа с учетом протекания релаксационного процесса. Уравнение притока тепла и уравнение релаксации в неподвижной системе координат имеют вид

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt}; \quad \frac{dE_v}{dt} = \frac{E_{ov}(T) - E_v}{\tau(P, T)}$$
(1.1)

$$h = c_p T + E_v; \quad \tau(P, T) = \frac{A}{P} \exp\left(\frac{B}{T^{1/3}}\right)$$

Здесь P, ρ, T, E_v — давление, плотность, температура, колебательная энергия; c_p — значение теплоемкости газа при постоянном давлении и «замороженной» колебательной энергии; $E_{ov}(T)$ — равновесное значение колебательной энергии; $\tau(P, T)$ — время релаксации в виде Ландау — Теллера [8].

Для удобства расчета производится переход к новой переменной ξ , в которой поверхность поршня и ударная волна задаются уравнениями $\xi=0$ и $\xi=1$ соответственно.

На границах счетной области выполняются условия непротекания и Ренкина — Гюгонио при замороженной колебательной энергии, так как время релаксации колебательной энергии много больше времени сжатия частицы в ударной волне [8].

Поставленная задача решалась численным интегрированием по времени методом Мак-Кормака [9], обеспечивающим аппроксимацию второго порядка точности во внутренних узлах расчетной сетки. Граничные условия на ударной волне и поршне реализовались с помощью схемы Кенцера [10]. Начальные условия задавались из предположения, что при временах, много меньших времени релаксации за скачком, колебательную энергию можно считать замороженной во всех точках расчетной области. Шаг по времени выбирался из условия устойчивости разностной схемы Куранта — Фридрихса — Леви [9].

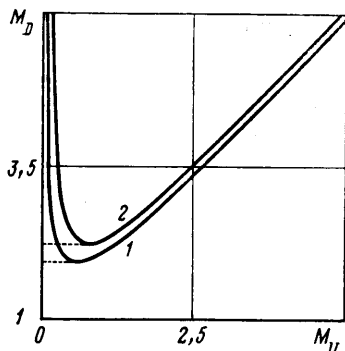
Проведено исследование зависимости результатов численного интегрирования от шага по координате. Получено, что относительное различие газодинамических параметров при мельчении шага на порядок не превышает 1%. Такой же результат получается при сравнении с решением, приведенным в разд. 2, в соответствующем интервале температур.

Целью проведенных расчетов являлось определение влияния параметров $M_v = U/a_\infty$ и $\lambda = E_{v\infty}/a_\infty^2$ на качественную картину течения между поршнем и ударной волной, а также на зависимость скорости ударной волны от времени. Здесь a_∞ — скорость звука перед скачком, U — скорость поршня.

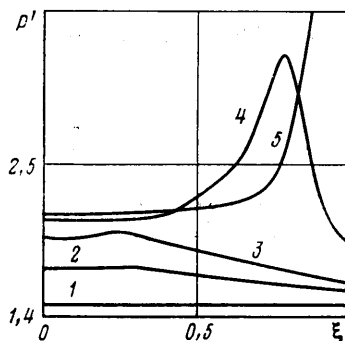
2. Течение газа со скачком уплотнения сопровождается запаздыванием колебательной энергии при переходе через ударную волну $\varepsilon = E_v - E_{ov}(T)$. Влияние ε будем рассматривать как малое возмущение потока газа с замороженной на скачке колебательной энергией. Рассмотрим такой интервал значений параметра колебательной температуры $T_{v\infty}$, соответствующего $E_{v\infty}$, для которого верно $\delta = c(T_{v\infty})/R \ll 1$, где R — газовая постоянная, а

$$c(T_{v\infty}) = \frac{dE_v}{dT_v}(T_{v\infty})$$

Решение поставленной в разд. 1 задачи ищем в виде $f = f_0 + \delta f_1 + \dots$, где параметры f_0 постоянны и равны параметрам потока совершенного газа, лишённого колебательной теплоемкости. После подстановки этого разложения в систему уравнений, состоящую из уравнений неразрывности, движения и уравнений (1.1), пренебрегая членами $\sim \delta^2$, в системе координат,



Фиг. 1



Фиг. 2

связанной с поршнем, получим

$$\Delta P_1 = -\frac{(\gamma-1)}{\tau_0^2} \varepsilon_1 \rho_0; \quad \rho_0 \frac{\partial u_1}{\partial t} = -\frac{\partial P_1}{\partial y}; \quad \Lambda = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.1)$$

Принтегрировав уравнение релаксации, получим

$$\varepsilon_1 = R(T_{v\infty} - T_0) \exp\left(-\frac{t-y/D_0}{\tau_0}\right) \quad (2.2)$$

Из (2.2) видно, что ε_1 убывает монотонно от ударной волны до поршня; она максимальна на скачке и монотонно убывает до нуля при $t \rightarrow \infty$. Линеаризованные условия Ренкина-Гюгонио запишем в виде

$$\begin{aligned} \rho_\infty D_1 &= \rho_0 (D_1 - u_{1s}) + D_0 \rho_{1s}; & P_{1s} &= \rho_0 D_0 u_{1s} + \rho_\infty U D_1 \\ \frac{P_{1s}}{\rho_0} &= K_0 u_{1s}; & K_0 &= D_0 \frac{2 - (\gamma-1) M_{D_0} M_{U_0}}{M_{D_0}^2 + 1 - (\gamma-1) M_{D_0} M_{U_0}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь $M_{D_0} = D_0/a_0$, $M_{U_0} = U/a_0$. Индекс s соответствует значениям параметров сразу за ударной волной. Граничным условиям на поршне соответствует $u_1 = 0$. Используя метод решения уравнений в линейной постановке [11], а также результаты работы [12], решение системы (2.1), удовлетворяющее начальным $f_1 = 0$ и граничным условиям (2.3), имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{P_1}{\rho_0 V_0 a_0} &= \frac{D_0}{a_0} \{1 - \exp \alpha\} - \{1 - \exp \eta_-\} - \\ &- \sum_{i=1}^{\infty} \sigma^i \left[\left\{1 - \exp \frac{\eta_-}{\Gamma^i}\right\} + \left\{1 - \exp \frac{\eta_+}{\Gamma^i}\right\} \right] \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\frac{u_1}{V_0} = \exp \eta_- - \exp \alpha + \sum_{i=1}^{\infty} \sigma^i \left[\exp \frac{\eta_-}{\Gamma^i} - \exp \frac{\eta_+}{\Gamma^i} \right]$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{a_0 + D_0}{a_0 - D_0}; & V_0 &= -\frac{\gamma-1}{1-M_{D_0}^2} \frac{M_{D_0}^2}{D_0} (T_{v\infty} - T_0) R; & \sigma &= \frac{K_0 - a_0}{K_0 + a_0} \\ \alpha &= -\frac{t-y/D_0}{\tau_0}; & \eta_- &= -\frac{t-y/a_0}{\tau_0}; & \eta_+ &= -\frac{t+y/a_0}{\tau_0} \end{aligned}$$

Чтобы получить значение давления и скорости на ударной волне, надо положить $y = tD_0$ в (2.4). Воспользовавшись (2.4) и значением газодинамических параметров на ударной волне, получим зависимость первого

приближения скорости ударной волны от времени

$$D_1 = \frac{\rho_0 V_0 a_0}{\rho_\infty U} \left[\exp \theta_- - 1 - \sum_{i=1}^{\infty} \sigma^i \left(\left\{ 1 - \exp \frac{\theta_-}{\Gamma_i} \right\} + \left\{ 1 - \exp \frac{\theta_+}{\Gamma_i} \right\} \right) \right] - \frac{D_0 + U}{U} V_0 \left[\exp \theta_- - 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \sigma^i \left(\exp \frac{\theta_-}{\Gamma_i} - \exp \frac{\theta_+}{\Gamma_i} \right) \right] \quad (2.5)$$

$$\theta_- = -t(1 - M_{D_0})/\tau_0; \quad \theta_+ = -t(1 + M_{D_0})/\tau_0$$

Сходимость рядов в (2.4), (2.5) доказана в [12].

Скорость ударной волны монотонно стремится при $t \rightarrow \infty$ к

$$D = D_0 + \delta \frac{D_0 + U}{D_0 U} R(T_{v\infty} - T_0) (\gamma - 1) \frac{M_{D_0}^2}{M_{D_0}^2 + 1 - (\gamma - 1) M_{D_0} M_{U_0}}$$

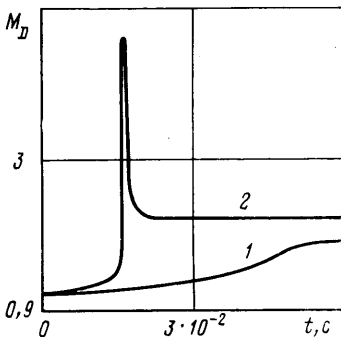
Из (2.4) можно сделать вывод, что газодинамические параметры характеризуются монотонным поведением с положительными производными возле ударной волны.

3. Рассмотрим решение поставленной в разд. 1 задачи, предположив, что зона релаксации бесконечно тонкая и совпадает с поверхностью ударной волны (т. е. предельное решение задачи при $t \rightarrow \infty$). Для этого соотношения Ренкина – Гюгонно, в которых уравнение сохранения энергии имеет вид

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_\infty}{\rho_\infty} + \frac{D^2}{2} + E_{v\infty} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_*}{\rho_*} + \frac{(D - U)^2}{2} + E_{ov}(T)$$

решалась численно. Решение представим в виде $M_D = F(M_U, \lambda)$. Графики M_D для $\lambda = 1$ и 2 представлены на фиг. 1, соответственно кривая 1 и 2. Из аналогии с теорией детонации заметим, что минимум M_D соответствует точке касания прямой Михельсона и адиабаты с тепловыделением. Правая ветвь соответствует пересжатой детонации, левая – недосжатой. В задаче о стационарном поршне левая ветвь не реализуется [13], а ей соответствует режим Чепмена – Жуге (фиг. 1, штриховая линия). Отсюда можно сделать вывод, что если скорость поршня меньше значения M_U^* , соответствующего минимуму зависимости $M_D = F(M_U, \lambda)$, то при $t \rightarrow \infty$ решение не зависит от значения M_U .

4. Ниже представлены результаты расчетов распространения прямой нестационарной ударной волны по молекулярному кислороду в зависимости от двух параметров: M_U – характеризующего степень сжатия, и λ – определяющего запас колебательной энергии перед фронтом ударной волны. В невозмущенном потоке $P_\infty = 1$ атм, $\rho_\infty = 1,29$ кг/м³, $u_\infty = 0$.



Фиг. 3

Замечено, что в случае пересжатой детонации $M_U > M_U^*$ газодинамические параметры ведут себя монотонно как функции координаты и времени, а скорость ударной волны как функция времени монотонно выходит на значение, полученное из $M_D = F(M_U, \lambda)$.

При значениях $M_U \leq M_U^*$ поведение газодинамических параметров качественно отличается от случая, описанного выше.

При временах порядка замороженного времени релаксации τ_0 между поршнем и ударной волной образуется волна сжатия. На фиг. 2 показано развитие волны сжатия $P' = P/P_\infty$ в зависимости от времени для $\lambda = 2$ (кривые 1–5 соответствуют моментам времени $t = 0, 2, 9, 7, 2, 13, 19$ мс, $\tau_0 = 3,5$ мс; кривая 5, соответствующая стационарному режиму распростра-

нения ударной волны, ведет себя монотонно на отрезке $[0, 1]$ и при $\xi=1$ значение давления $P'=5,9$). Для такого значения параметра λ время выхода на стационарный режим составляет примерно 20 мс. Амплитуда этой волны сжатия растет в зависимости от времени и параметра λ . Из расчетов можно сделать вывод, что найдется такое значение $\lambda=\lambda_*$, начиная с которого волна сжатия будет опрокидываться до взаимодействия с ударной волной.

При недосжатой детонации от λ зависит также поведение скорости ударной волны как функции времени. Например, как видно на фиг. 3, при $\lambda=1$ (кривая 1) скорость выходит на стационарный режим монотонно, а при $\lambda=2$ (кривая 2) монотонность нарушается. После выхода на стационарный режим происходит резкое локальное повышение давления и температуры газа в ударной волне и формирование структуры, характерной для детонационной волны, с резким спадом давления за счет расширения газа за фронтом волны.

Кроме того, эффект усиления уменьшается с увеличением M_v . Это понятно, так как чем меньше будет отрыв колебательной температуры газа от поступательной в ударной волне, тем меньшая доля колебательной энергии, запасенной в неравновесном газе перед ударной волной, будет преобразовываться в тепло.

Автор благодарит В. П. Стулова за большое внимание к работе и полезные рекомендации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буянова Е. А., Ловецкий Е. Е., Силаков В. П., Фетисов В. С. Стационарные ударные волны в неравновесном двухатомном газе // Хим. физика. 1982. № 12. С. 1701–1703.
2. Ступоченко Е. В., Лосев С. А., Осипов А. И. Релаксационные процессы в ударных волнах. М.: Наука. 1965. 484 с.
3. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике/Под ред. Майкапара Г. И. М.: Машиностроение. 1972. 344 с.
4. Встовский Г. В., Козлов Г. И. Распространение слабых ударных волн в колебательно-неравновесном газе // ЖТФ. 1986. Т. 56. № 8. С. 1536–1542.
5. Осипов А. И., Уваров А. В. Распространение нелинейных гидродинамических возмущений в колебательно-неравновесном газе // Хим. физика. 1987. Т. 6. № 3. С. 385–389.
6. Богданов А. Н. Асимптотические законы распространения слабых нелинейных волн в релаксирующем газе при воздействии излучения // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1985. № 6. С. 70–73.
7. Кириллов И. А., Русанов В. Д., Фридман А. А. Формирование ударных волн в потоке колебательно-неравновесного газа // Хим. физика. 1985. Т. 4. № 1. С. 132–136.
8. Кларк Дж., Макчесни М. Динамика реальных газов: Пер. с англ. М.: Мир, 1967. 566 с.
9. Маккормак Р. В. Численный метод решения уравнений вязких сжимаемых течений // Аэрон. и космич. техника. 1983. Т. 1. № 4. С. 114–123.
10. Кенцер Ч. Дискретизация граничных условий на движущихся разрывах // Численные методы в механике жидкостей. М.: Мир, 1973. С. 62–72.
11. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
12. Елецкий А. В. Обтекание клина газом при запаздывании части внутренней энергии // ПМТФ. 1960. № 2. С. 54–63.
13. Зельдович Я. Б., Компанец А. С. Теория детонации. М.: Гостехтеориздат, 1955. 268 с.

Москва

Поступила в редакцию
14.IV.1988