

УДК 532.546.013.4

ВИТОВСКИЙ О. В., КУЗНЕЦОВ В. В., НАКОРЯКОВ В. Е.

УСТОЙЧИВОСТЬ ФРОНТА ВЫТЕСНЕНИЯ И РАЗВИТИЕ «ЯЗЫКОВ» В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

В работе [1] впервые показано, что при вытеснении вязкой жидкости, заполняющей пористую среду, другой менее вязкой жидкостью поверхность раздела жидкостей может быть неустойчивой, в результате чего происходит развитие «языков». Простейшей моделью пористой среды является щелевой канал — ячейка Хил-Шоу. Образование языков при неустойчивом вытеснении в ячейке Хил-Шоу рассматривалось в ряде работ, подробные обзоры которых даны в [2, 3]. В пористой среде в отличие от ячейки Хил-Шоу существует большой уровень случайных возмущений на поверхности раздела жидкостей, обусловленный неоднородностью порового пространства. В [2, 4] показано, что такие случайные возмущения могут вызвать ветвление языков. Ветвление языков экспериментально наблюдалось при вытеснении в пористой среде [5, 6]. Вместе с тем детального исследования развития языков и в особенности условий их ветвления в пористой среде ранее выполнено не было.

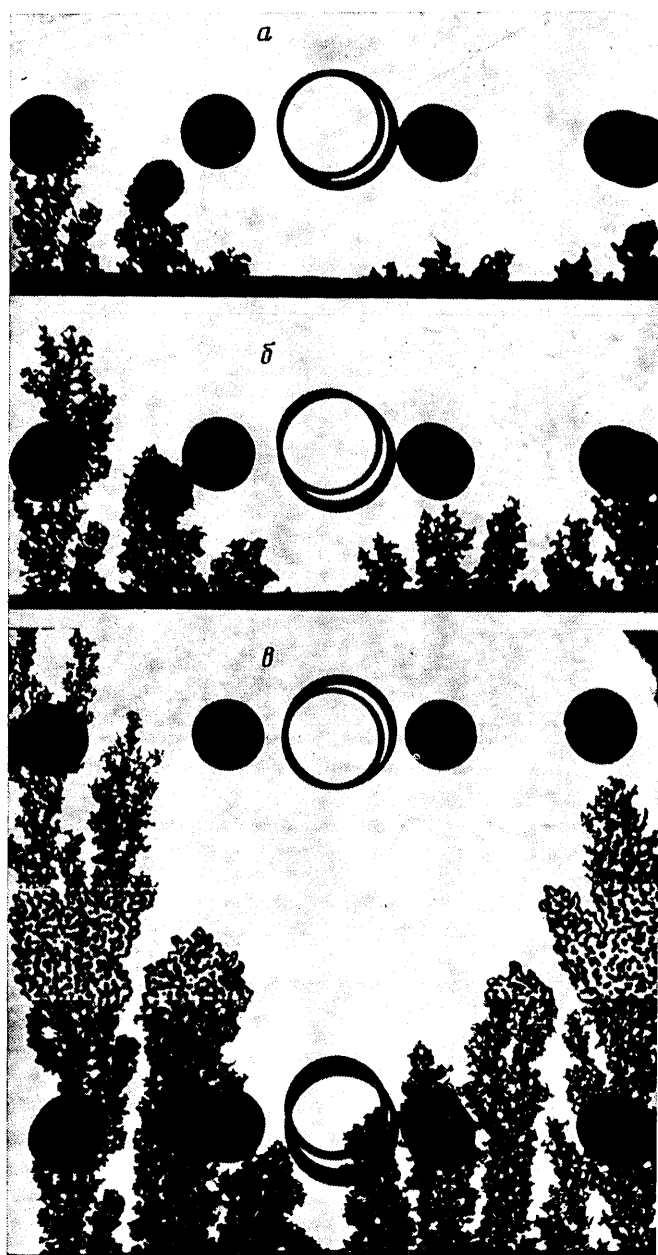
В данной работе экспериментально в модифицированной ячейке Хил-Шоу исследуется влияние случайных возмущений на поверхности раздела жидкостей на формирование и развитие языков при несмешивающемся вытеснении углеводородных жидкостей водой.

1. Опыты по изучению структуры фронта вытеснения углеводородных жидкостей водой проводились на двумерной прозрачной модели пористой среды. Рабочий участок модели представлял собой две стеклянные пластины с нанесенной шероховатостью, плотно прижатые шероховатыми поверхностями друг к другу и образующие поровое пространство модели. Профиль шероховатости определялся размером шлифзерна и временем обработки пластины и измерялся на профилографе. В опытах использовались стеклянные пластины размером $0,2 \times 0,4$ м. Жидкости закачивались в поровое пространство через входные камеры, обеспечивающие равномерность подачи закачиваемой жидкости по сечению модели. Эксперименты проводились при постоянном расходе вытесняющей жидкости в диапазоне скоростей фильтрации от $3,4 \cdot 10^{-7}$ до $5,1 \cdot 10^{-5}$ м/с. Перед опытами рабочий участок вакуумировался, заполнялся окрашенной иммерсионной жидкостью (водным раствором NH_4CNS и CoCl_2) и фотографировался. Анализ негативов показал, что поровое пространство модели представляло собой систему объемных пор, связанных поровыми сужениями. Среднее число поровых сужений, приходящихся на одну пору, $z=3-4$. Измеренная проницаемость модели $K \sim 20 \cdot 10^{-12}$ м², пористость $m \approx 0,39$. Таким образом, в отличие от ячейки Хил-Шоу в данной модели поровое пространство существенно неоднородно. Это позволяет моделировать развитие вязкостной неустойчивости при наличии случайных возмущений на фронте вытеснения, что характерно для пористых сред.

В экспериментах исследовалось несмешивающееся вытеснение масел с различной вязкостью подкрашенной фиолетовыми чернилами водой. Отношение вязкостей вытесняемой и вытесняющей жидкостей изменялось от 1,1 до 17. Межфазное натяжение на границе жидкостей равно $6,4 \cdot 10^{-3}$ Н/м. Использованные в опытах пары жидкостей на шероховатых стеклянных поверхностях образовывали краевые углы $52-80^\circ$ и смачивание пористой среды жидкостями было близким к нейтральному. Зона двухфазного течения на фронте вытеснения (переходная зона), обусловленная проявлением капиллярных сил в поровых каналах, не превышала в опытах 5–10 длин пор.

Перед опытами стеклянные пластины тщательно очищались, промывались водой и высушивались. Рабочий участок заполнялся углеводородной жидкостью, которая затем в процессе опытов вытеснялась водой. Для изменения уровня случайных возмущений на фронте вытеснения в поровом пространстве, заполненном маслом, создавалась начальная водонасыщенность. Вода, заземленная капиллярными силами в поровых каналах, изменяла длину переходной зоны и, следовательно, уровень случайных возмущений на фронте вытеснения.

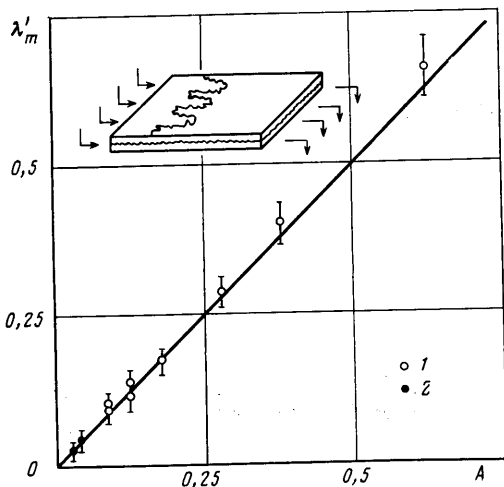
2. На фиг. 1 приведена структура фронта вытеснения трансформаторного масла водой при $\mu^* = \mu_o/\mu_w = 17$ в различные моменты времени. Процесс вытеснения близок к поршневому и отношение подвижностей на фрон-



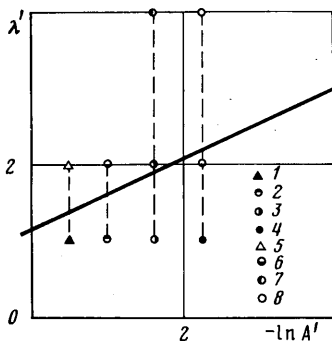
Фиг. 1

ге вытеснения $M_c = \mu_o K_w / K_o \mu_w = 4,8$ существенно больше единицы. Здесь μ_w , K_w — вязкость и проницаемость вытесняющей жидкости, а μ_o , K_o — вытесняемой. Проницаемости K_o и K_w различаются из-за защемления части вытесняемой жидкости капиллярными силами за фронтом вытеснения (фиг. 1). При большом отношении подвижностей M_c фронт вытеснения неустойчив [1] и происходит образование языков воды (фиг. 1, а, б).

На ранней стадии развития языков различия в скоростях жидкостей в порах и капиллярные эффекты, имеющие случайный характер из-за разброса пор по размерам, приводят к генерации возмущений с различными волновыми числами. Возмущения, имеющие наибольшую скорость роста, формируют языки вытесняющей жидкости (фиг. 1, а, б). Наибольшую ско-



Фиг. 2



Фиг. 3

рость роста имеют возмущения с длиной волны максимального роста [5]

$$\lambda_m = 2\pi\sqrt{3}[K_w\sigma_e/v_0\mu_w(M_c-1)]^{0,5} \quad (2.1)$$

Здесь v_0 — скорость фильтрации вытесняющей жидкости, σ_e — эффективное межфазное натяжение на поверхности раздела жидкостей, препятствующее развитию возмущений. Эффективное межфазное натяжение определяет капиллярный перепад давления на искривленном фронте вытеснения с радиусом кривизны R : $P_k(R) = P_{k,0} + \sigma_e/R$, где $P_{k,0}$ — среднее капиллярное давление на неискривленном фронте.

В пористой среде поверхность раздела жидкостей имеет сложную микроструктуру (фиг. 1) и нет такого резкого разграничения жидкостей, как в ячейке Хил-Шоу. Для расчета капиллярного перепада давления $P_k(R)$ повторим вывод формулы Лапласа с учетом того, что жидкости контактируют друг с другом и с пористым скелетом. В этом случае величина капиллярного давления определяется как [7]

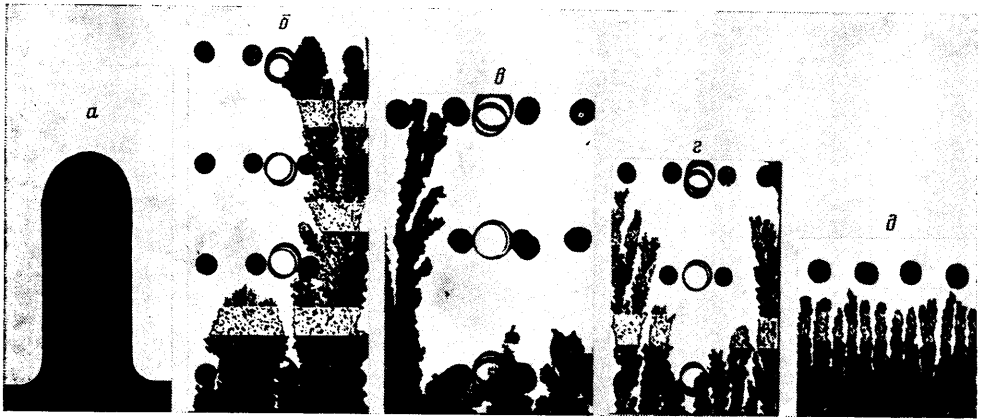
$$P_k(R) = \frac{dF_p}{dV_w}, \quad dF_p = -\sigma \cos \alpha dA_{s,o} + \sigma dA_{w,o}$$

Здесь dF_p — изменение поверхностной энергии при малом равновесном изменении объема вытесняющей жидкости dV_w ; $dA_{s,o}$ и $dA_{w,o}$ — изменение площадей контакта несмачивающей пористую среду жидкости с твердой фазой и второй жидкостью. С учетом микроструктуры переходной зоны для двумерного вытеснения капиллярное давление равно

$$P_k(R) = P_{k,0} + \frac{\sigma}{m(S_2 - S_1)R} \{ (A_{w_0,1}^y - A_{s_0,1}^y \cos \alpha) - S_1 [(A_{w_0,2}^y - A_{w_0,1}^y) - (A_{s_0,2}^y - A_{s_0,1}^y) \cos \alpha] \} \quad (2.2)$$

Здесь $A_{s_0,i}^y$ и $A_{w_0,i}^y$ — удельные поверхности контакта жидкостей и твердой фазы в областях течения: $i=1$ — до фронта вытеснения, $i=2$ — за фронтом и $i=l$ — в переходной зоне; mS_i — средний удельный объем вытесняющей жидкости в этих областях, m — пористость. Соотношение (2.2) определяет величину эффективного межфазного натяжения при известной микроструктуре переходной зоны.

На фиг. 2 приведены опытные данные по зависимости ширины ячейки $\lambda_m' = \lambda_m/H$, в которой растут языки на ранней стадии их развития (длина



Фиг. 4

волны максимального роста), от параметров вытеснения. Ширина ячейки определялась как среднее расстояние между вершинами растущих языков. Зависимость длины максимального роста от скорости фильтрации вытесняющей жидкости в экспериментах близка к корневой и опытные данные хорошо обобщаются расчетом по (2.1). Величина эффективного межфазного натяжения для опытных данных фиг. 2 была вычислена по (2.2) с учетом микроструктуры переходной зоны. Для отношения вязкостей жидкостей $\mu^*=17$ (точки 1) величина σ_e практически не зависит от скорости вытеснения со средним значением $\sigma_e=0,192$ Н/м в изученном диапазоне скоростей вытеснения и $\sigma_e/\sigma=30$. При вытеснении с начальной защемленной капиллярными силами водой микроструктура переходной зоны изменяется и величина σ_e уменьшается до значения 0,13 Н/м и $\sigma_e/\sigma=20$.

После достижения языками длины, сравнимой с размерами ячеек, в которых они начали рост, начинается активное взаимодействие языков, подавление медленно растущих языков и в дальнейшем они растут крайне неравномерно. Неравномерное развитие языков, ранее обнаруженное в ячейке Хил-Шоу [1–3], приводило к их уширению и образованию одного языка с шириной, равной половине ширины области вытеснения. При наличии случайных возмущений на фронте вытеснения, амплитуда которых близка к ширине языков, картина развития языков принципиально отличается от характерной для ячейки Хил-Шоу. В пористой среде уширение языков приводит к их ветвлению и стабилизации ширины растущих языков (фиг. 1, в). Ветвление «языков» происходит из-за конечно-амплитудной неустойчивости поля течения вблизи растущего языка [4]. Интенсивность случайных возмущений скорости фильтрации вблизи границы языка, при которых возникает такая неустойчивость, зависит от отношения ширины ячейки, в которой он растет, к длине волны максимального роста малых возмущений λ_m [2, 4]

$$v_c = 26 \frac{\lambda_m}{\lambda \sqrt{3}} e^{-2,3\lambda/\lambda_m} \quad (2.3)$$

Так как существует прямая связь между возмущениями скорости вблизи границы языка и амплитудой возмущений его границы, интенсивность возмущений скорости v_c близка к безразмерной амплитуде возмущений границы языка A^*/λ [4]. Тогда из (2.3) получаем предельную ширину ячейки, в которой язык растет без ветвления

$$\lambda^* = - \frac{\lambda_m}{2,3} \ln \frac{A^* \sqrt{3}}{26 \lambda_m} \quad (2.4)$$

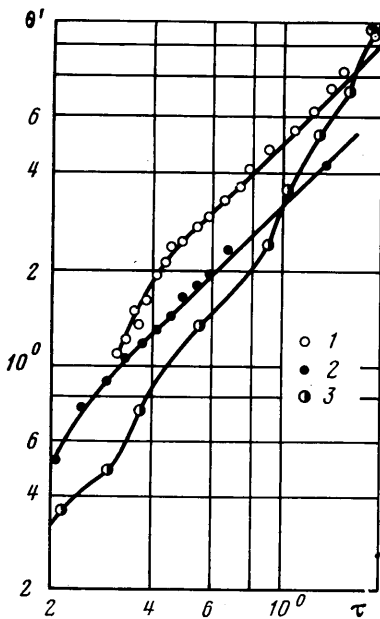
№ п. п.	K , мкм ²	$v_0 \cdot 10^{-5}$, м/с	μ^*	φ	H/λ^*
1	18	1,1	17	0,25	20
2	18	1,1	8,3	0,35	15
3	11	3,1	17	0,2	3-4

Рассчитанная по (2.4) зависимость критической ширины ячейки $\lambda' = \lambda/\lambda_m$ от амплитуды возмущений на границе языка $A' = A^*/\lambda_m$ показана на фиг. 3. Здесь же приведены экспериментальные данные, характеризующие структуру языков в зависимости от их ширины. Точки 1-4 соответствуют языкам без ветвления, 5-8 - с ветвлением. Однотипные темные и светлые точки характеризуют один режим вытеснения и переход от темной к светлой точке происходит из-за увеличения ширины ячейки, в которой растет язык до начала его ветвления. Номера точек соответствуют режимам вытеснения при $\sigma = 6,4$ мН/М; $K = 18$ мкм², $v_0 = 1,1 \cdot 10^{-5}$ м/с; 1, 5 - $\mu^* = 17$; 2, 6 - $\mu^* = 8,3$; 3, 7 - $K = 20$ мкм², $\mu^* = 17$, $v_0 = 6 \cdot 10^{-5}$ м/с; 4, 8 - $K = 11$ мкм², $\mu^* = 17$, $v_0 = 3,1 \cdot 10^{-5}$ м/с. Эксперименты 3, 4, 7, 8 выполнены без начальной заземленной воды, 1, 2, 5, 6 - с начальной заземленной водой при ее относительном объеме в порах $S_0 = 0,24$.

До начала ветвления языков из-за их взаимодействия наблюдается преимущественное развитие каждого второго языка с последующим его наполнением после достижения им амплитуды, близкой к ширине ячейки, в которой растет язык. Это, как и в ячейке Хил-Шоу [1-3], приводит к подавлению каждого второго языка, и размер ячейки, в которой он растет, удваивается, что показано на фиг. 3 штриховой линией. При достижении языком ширины, соответствующей предельной ширине ячейки при заданном на границе языка уровне случайных возмущений, возникает ветвление языков. Амплитуда случайных возмущений на границе языка определялась в экспериментах по микрофотографиям. Экспериментальные данные по предельной ширине ячейки, в которой языки развиваются без ветвления, хорошо обобщаются расчетом по (2.4).

После начала ветвления языков их взаимное влияние снижается и режим вытеснения определяется соотношением поперечного размера области вытеснения H и предельной шириной ячейки, в которой язык растет без ветвления. На фиг. 4 приведены характерные режимы развития языков в зависимости от H/λ^* : $H/\lambda^* \ll 1$, 2; 3-4; 5-6; 20 соответственно. При $H/\lambda^* > 20$ активный процесс хаотического ветвления приводит к статистическому выравниванию поля давления в окрестности растущих языков из-за витания головной части языка и препятствует расширению языков больше λ^* . В этом случае процесс опережения одних языков другими выражен слабо (фиг. 4, д). При уменьшении размера области вытеснения до $H/\lambda^* < 10$ условия непротекания на боковых стенках области вытеснения препятствуют статистическому выравниванию поля давления и наблюдается опережающее развитие языков вдоль боковых стенок (фиг. 4, б-г). При $H/\lambda^* = 2-4$ ветвящийся язык растет вдоль одной из стенок, подавляя соседние языки (фиг. 4, б, в). На фиг. 4, а приведена также асимптотическая форма языка в ячейке Хил-Шоу с гладкими пластинами, когда амплитуда случайных возмущений на границе языка мала и ветвление не наблюдается.

Для описания режимов с ветвлением языков в [8] было развито моделирование вязкостного языкообразования на основе случайного блуждания маркеров в области вытеснения. Сравнение результатов экспериментов фиг. 4, в с данными численного моделирования [8, фиг. 9, е] показывает, что при заданных значениях $H/\lambda^* < 10$ наблюдается хорошее соответствие данных расчетов и экспериментов. В численных расчетах, как и в эксперименте, было обнаружено преобладающее развитие языков вдоль боковых стенок при $H/\lambda^* < 10$. Вместе с тем структуры языков, подобные



Фиг. 5

получаемым при численном моделировании [8, фиг. 9, ϕ] ($H/\lambda^* \approx 14$), в экспериментах получены не были. При $H/\lambda^* > 10$ в экспериментах развитие языков идет более равномерно, чем в расчетах (фиг. 4, ∂), и возникновение одного ветвящегося языка не наблюдалось.

При неустойчивом вытеснении длина языков растет со временем. На фиг. 5 приведены опытные зависимости длины заполненной языками зоны θ от времени τ

$$\theta' = \frac{\theta}{\lambda_m}; \quad \tau = \frac{t}{t^*}; \quad t^* = \frac{\lambda_m m \Delta S}{v_0} \frac{M_c + 1}{M_c - 1}$$

Характерные параметры, соответствующие точкам 1–3, приведены в таблице.

Здесь ϕ — доля поперечного сечения, занятая языками при $x = \theta/2$. Величина θ соответствует расстоянию от головной части растущих языков до их хвостовой части. Для малых времен, когда ветвление «языков» отсутствует, их длина нелинейно растет во времени и $\theta' \sim \tau^{1,6}$, как и в

ячейке Хил-Шоу [9]. При активном ветвлении языков ($\tau > 0,4$ — точки 1, 2 и обобщающие кривые 1, 2 и $\tau > 2$ — точки 3) зависимость θ' от времени близка к линейной и обобщается зависимостью, следующей из [1]: $\theta' = B\tau$, где $B = (M_c + 1) / [1 + \phi(M_c - 1)]$ и зависит от доли поперечного сечения, занятой языками. Величина ϕ в опытах изменялась от 0,2 до 0,35, что существенно меньше значения $\phi = 0,5$, наблюдаемого в ячейке при отсутствии ветвления языков, и значение $\phi = 0,2$ соответствует $H/\lambda^* = 3-4$.

При $H/\lambda^* = 3-4$ формировался один язык (фиг. 4, ∂), который ветвится на два отростка: один продолжает развиваться, другой тормозится. Это приводит к неравномерному росту головной части языка — ускорению после ветвления и торможению перед следующим. Неравномерный характер развития языка наблюдался в расчетах ([8] кривая 3 на фиг. 5). При $H/\lambda^* > 10$ из-за усреднения по большому числу растущих языков, неравномерность их развития не влияет на зависимость $\theta = \theta(\tau)$ (фиг. 5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Saffman P. G., Taylor G. I. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid // Proc. Royal Soc. Ser. A. London. 1958. V. 245. № 1242. S. 312–329.
2. Bensimon D., Kadanoff L. P., Liang S. et al. Viscous flows in two dimensions // Rev. Modern Phys. 1986. V. 58. № 4. P. 977–999.
3. Homay G. M. Viscous fingering in porous media // Annu. Rev. Fluid Mech. V. 19. Palo Alto Calif. 1987. P. 271–311.
4. Bensimon D. On the stability of viscous fingering // Phys. Rev. 1986. A33. P. 1302.
5. Chuoke R. L., Van Meurs P., Van der Poel C. The instability of slow, immiscible, viscous liquid — liquid displacements in permeable media // Trans. AIME. 1959. V. 216. P. 188.
6. Кисиленко Б. Е. Об устойчивости водонефтяного контакта в однородной пористой среде // ПМТФ. 1961. № 6. С. 194–195.
7. Макрокинетика процессов в пористых средах. М.: Наука. 1971. 363 с.
8. Liang S. Random walk simulations of flow in Hele-Shaw cells // Phys. Rev. 1986. A33. P. 2663.
9. Maher J. V. Development of viscous fingering patterns // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 1498.

Новосибирск

Поступила в редакцию
31.VIII.1988