

УДК 532.529.5:533.6.011

ГОРБАЧЕВ Ю. Е., КРУГЛОВ В. Ю.

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ СМЕСИ ПРИ ОБТЕКАНИИ СФЕРЫ С УЧЕТОМ СТОЛКНОВЕНИЙ ЧАСТИЦ МЕЖДУ СОБОЙ

В механике многофазных смесей можно выделить три направления. Первое — феноменологический подход, который исторически был первой попыткой описания движения многофазных смесей. Методы расчета параметров движения в этом подходе основаны на гипотезе взаимопроникающих континуумов [1, 2]. Недостаток гипотезы при очевидной наглядности и простоте обусловлен предположением об отсутствии столкновений между частицами примесной твердой фазы.

Второе направление — кинетический подход к описанию движения гетерогенных сред (см. обзоры [3, 4]) на основе уравнения Больцмана, записанного для каждой фазы. Этот подход имеет существенно более широкую область применимости вследствие отсутствия упрощающих предположений о характере поведения частиц примесной твердой фазы. Однако в настоящее время его численная реализация возможна только в некоторых частных случаях или при введении существенных упрощающих предположений о виде функции распределения и интеграле столкновений. Третий путь — численное моделирование процессов, протекающих в многофазных системах, с использованием методов Монте-Карло [6] — сталкивается с трудностями, обусловленными ограниченными возможностями современных ЭВМ.

В данной работе в рамках кинетического подхода к описанию движения газ-взвеси приведены оценки параметров течения, на основе которых появляется возможность применения метода Чепмена — Энскога к уравнению типа Больцмана, записанного для примесной фазы. При этом несущий газ можно описывать в рамках модели идеального газа с учетом взаимодействия с частицами примесной фазы. В качестве уравнения состояния для «газа» твердых частиц используется уравнение типа Ван-дер-Ваальса, позволяющее более корректно, чем в рамках модели идеального газа, учитывать области повышенной концентрации частиц. На основе такого подхода решена задача о сверхзвуковом обтекании сферы запыленным потоком газа.

Примесную фазу будем описывать обобщенным уравнением Больцмана [7], учитывающим нелокальность столкновений. Метод получения сокращенного описания при этом аналогичен обычной процедуре Чепмена — Энскога с особенностями, рассмотренными в [8]. Согласно [8, 9], описание такой системы в рамках двухскоростной двухтемпературной модели сплошной среды возможно при выполнении условий

$$\alpha \ll \text{Kn}_p \ll 1, \quad \alpha = \frac{\rho_g (\Delta U_p)^2 \sqrt{m_p}}{\rho_p^\circ U_p \sqrt{k T_p} C_D} \quad (1)$$

$$\text{Kn}_p \ll \frac{|U_g - U_p|}{|U_g|}, \quad \text{Kn}_p \ll \frac{|T_g - T_p|}{T_g}$$

Здесь Kn_p , U_p , T_p — соответственно число Кнудсена, гидродинамическая скорость и температура газа частиц; U_g , T_g — гидродинамическая скорость и температура несущего газа; α — безразмерный параметр, характеризующий силу межфазного взаимодействия, ρ_p° — собственная плотность материала частиц; ρ_g — плотность несущего газа; ΔU_p — характерное значение разности скоростей несущего газа и газа частиц; k — постоянная Больцмана; m_p — масса частицы примеси; C_D — коэффициент аэродинами-

ческого сопротивления сферы. Движение несущего газа описывается уравнениями Эйлера

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla (\rho_g \mathbf{U}_g) &= 0 \\ \frac{\partial (\rho_g \mathbf{U}_g)}{\partial t} + \nabla (P_g + \rho_g U_g^2) &= \mathbf{F}_{gp} \\ \frac{\partial E_g}{\partial t} + \nabla (\mathbf{U}_g (P_g + E_g)) &= Q_{gp} - q_p \\ P_g &= \rho_g R T_g, \quad E_g = \frac{1}{2} \rho_g U_g^2 + \frac{P_g}{\gamma_g - 1} \end{aligned} \quad (2)$$

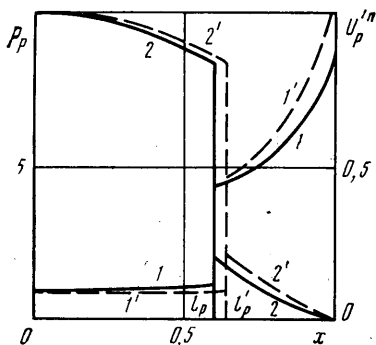
где R , ρ_g , P_g , E_g — соответственно газовая постоянная, плотность, давление и внутренняя энергия несущей среды; F_{gp} , Q_{gp} , q_p — члены, учитывающие силовое и тепловое межфазное взаимодействие.

Система дифференциальных уравнений для макропараметров газа твердых частиц в нулевом приближении метода Чепмена — Энскога имеет вид [8]

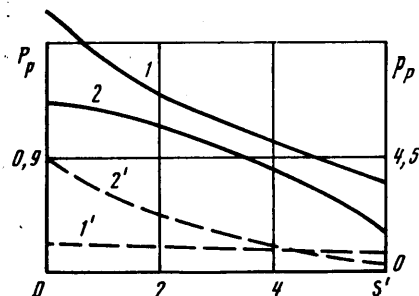
$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \nabla (\rho_p \mathbf{U}_p) &= 0 \\ \frac{\partial (\rho_p \mathbf{U}_p)}{\partial t} + \nabla (P_p + \rho_p U_p^2) &= \mathbf{F}_{pg} \\ \frac{\partial E_p}{\partial t} + \nabla (\mathbf{U}_p (P_p + E_p)) &= \mathbf{F}_{pg} \cdot \mathbf{U}_p + Q_{pg} \\ \frac{\rho_p d e_p}{dt} = q_p, \quad E_p &= \frac{1}{2} \rho_p U_p^2 + \frac{P_p}{\gamma_p - 1}, \quad e_p = c_v T_p^\circ \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь e_p , c_v , T_p° — соответственно удельная энергия, теплоемкость и собственная температура твердой фазы; E_p , ρ_p , P_p — удельная энергия хаотического движения, плотность и давление газа частиц. Соотношения для членов, учитывающих межфазное взаимодействие, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{pg} &= \Phi_0 \rho_p \left(\left(A + \left(\Delta U + \frac{B}{2\Delta U} \right) \right) \Delta \mathbf{U} - \frac{4kT_p}{\pi m_p} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left(\left(2 - \frac{1}{\Delta U^2} \right) B - \left(2\Delta U - \frac{A}{\Delta U} \right) \right) \frac{\Delta \mathbf{U}}{\Delta U} \right) \\ Q_{pg} &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Phi_0 \rho_p \left(\frac{2kT_p}{m_p} \right)^{3/2} \left(\frac{2\Delta U B}{\sqrt{\pi}} \left(2 - \frac{1}{\Delta U^2} \right) - 2\Delta U + \frac{A}{\Delta U} \right) \\ \mathbf{F}_{gp} &= - \int \rho_p \Phi_0 |\mathbf{U}_g - \mathbf{U}| (\mathbf{U}_g - \mathbf{U}) d\mathbf{U} \\ Q_{gp} &= - \int \rho_p \Phi_0 \mathbf{U} |\mathbf{U}_g - \mathbf{U}| (\mathbf{U}_g - \mathbf{U}) d\mathbf{U}, \quad A = \exp(-\Delta U^2) \\ q_p &= \pi \lambda_p d_p \text{Nu} (T_g - T_p^\circ) \rho_p, \quad B = \int_0^{\Delta U} \exp(-\tau^2) d\tau \\ \Phi_0 &= \frac{\pi d_p^2 \rho_g C_D}{8m_p}, \quad \Delta U = (\mathbf{U}_p - \mathbf{U}_g) \sqrt{\frac{m_p}{2\pi k T_p}} \end{aligned} \quad (4)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

где U — собственная скорость частицы, λ_p — коэффициент теплопроводности, Nu — число Нуссельта, d_p — диаметр твердых частиц.

Для замыкания системы уравнений (3) необходимо иметь уравнение состояния. Любое из обобщений уравнения Больцмана, учитывающее не локальность интеграла столкновений, приводит к уравнениям состояния типа Ван-дер-Ваальса (см. [7, § 13]), различие которых обусловлено выбором модели корреляционной функции. В данных расчетах используются результаты [10], где уравнение состояния, полученное в рамках ячеечной модели, имеет вид

$$P_p = \rho_p R T_p \left(1 + 0,5 \frac{s}{s-1} \frac{1}{(\beta \rho_p d_p^3)^{-1/2} - 1} \right)$$

$$\beta = 0,829, s = 2,134, \rho_p d_p^3 \geq 0,6$$

Постановка граничных условий для расчета параметров газа и «газа» твердых частиц аналогична [8]. При этом следует отметить, что вследствие появления ударной волны в газе твердых частиц расчетная область, которая заключена между поверхностью тела и ударной волной несущего газа, разбивается на две ударные волны газа частиц. Соответственно граничные условия для расчета несущего газа ставятся на ударной волне газа, а для расчета примесной фазы — на ударной волне в газе частиц. Следует отметить, что положение ударной волны газа частиц соответствует границе зоны присутствия отраженных от лобовой поверхности обтекаемого тела твердых частиц.

Для численного решения систем (3) и (4) применена неявная разностная схема, использованная в [8]. Проведен расчет обтекания сферы потоком газозвеси со следующими параметрами: $d_p = 10^{-4}$ м, объемная доля примесной фазы $\varphi = 15 \cdot 10^{-5}$, число Маха набегающего потока $M = 2$, $\rho_p^\circ = 2600$ кг/м³, $c_v = 741$ Дж/(кг·К), $\rho_g^\infty = 0,4135$ кг/м³, $T_g^\infty = 223$ К, диаметр обтекаемого тела $a = 1$ м. При проведении расчетов проверялось выполнение условий (1)

$$Kn_p \sim 0,015, \quad \alpha \sim 0,01, \quad \frac{|U_g - U_p|}{U_g} \sim 0,5, \quad \frac{|T_g - T_p|}{T_g} \sim 0,4$$

Для рассмотренных режимов течения числа Рейнольдса примесной фазы $Re_p \geq 10^6$.

На фиг. 1 представлены профили безразмерной плотности $\rho_p' = \rho_p / \rho_g^\infty$ (кривые 1 и 1') и безразмерной продольной составляющей гидродинамической скорости $U_p'^n = U_p' / U_p^\infty$ газа частиц поперек ударного слоя вдоль оси симметрии. Сплошным кривым соответствует расчет с учетом поправок Ван-дер-Ваальса, штриховым — без учета поправок. Здесь $x' = x / l_g$, l_g — положение ударной волны несущего газа, l_p — положение ударной волны

газа частиц с учетом поправок Ван-дер-Ваальса, l_p' — без учета поправок.

На фиг. 2 изображено изменение безразмерной плотности ρ_p' (кривые 1 и 1') и безразмерного давления $P_p' = 2P_p / (\rho_g^\infty U_g^\infty)^2$ (кривые 2 и 2') газа частиц вдоль поверхности обтекаемого тела. Здесь $S' = S/0,078$ (м). Сплошными кривыми изображены результаты расчетов по предложенной модели, штриховыми — результаты расчетов в соответствии с гипотезой об «исчезновении» частиц на поверхности обтекаемого тела [11].

Давление газа частиц на лобовую поверхность обтекаемого тела считалось равным скоростному напору $\rho_p U_p^2/2$. Результаты расчетов показали, что учет отраженных частиц приводит к существенному изменению параметров примесной фазы вблизи лобовой поверхности и к значительному изменению коэффициента аэродинамического сопротивления в запыленном потоке. Кроме того, необходимо учитывать поправки по плотности при описании примесной фазы вблизи поверхности обтекаемого тела, особенно в окрестности точки торможения.

Авторы приносят благодарность А. Н. Крайко за полезные обсуждения работы и высказанные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Рахматулин Х. А.* Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // ПММ. 1956. Т. 20. № 2. С. 184–195.
2. *Стернин Л. Е.* Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. М.: Машиностроение, 1974. 242 с.
3. *Богданов А. В., Горбачев Ю. Е., Дубровский Г. В. и др.* К кинетической теории смеси газа с твердыми частицами: Препринт № 944. Л.: ФТИ АН СССР, 1985. 44 с.
4. *Богданов А. В., Горбачев Ю. Е., Дубровский Г. В. и др.* К кинетической теории смеси газа с твердыми частицами: Препринт № 989. Л.: ФТИ АН СССР, 1985. 60 с.
5. *Хоружников С. Э.* Нестационарные волновые процессы в аэрозолях // ПМТФ. 1987. № 5. С. 49–54.
6. *Базарнова Н. М.* Расчет методом Монте-Карло течения в канале с учетом столкновений // Течение вязкого и невязкого газа. Двухфазные жидкости. Л.: Изд-во ЛГУ, 1981. Вып. 6. С. 190–201.
7. *Ферцигер Дж., Капер Г.* Математическая теория процессов переноса в газах: Пер. с англ. М.: Мир, 1976. 554 с.
8. *Горбачев Ю. Е., Круглов В. Ю.* О двухскоростной модели в задачах обтекания затупленных тел гетерогенным потоком: Препринт № 1202. Л.: ФТИ АН СССР, 1988. 20 с.
9. *Колесниченко Е. Г.* О методике вывода гидродинамических уравнений для сложных систем // Изв. АН СССР. МЖГ. 1981. № 3. С. 96–105.
10. *Vortler H.-L.* Modified cell theory: equation of state for hard spheres // Phys. Lett. 1980. V. 78A. № 3. P. 266–268.
11. *Головачев Ю. П., Шмидт А. А.* Сверхзвуковое обтекание затупленных тел запыленным газом: Препринт № 690. Л.: ФТИ АН СССР, 1980. 30 с.

Ленинград

Поступила в редакцию
23.V.1988